

© 1991

## ПОДОБИЕ В СТРУКТУРЕ СКРУЧЕННОЙ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ

Г. Е. Ходенков

На основании соотношений подобия, примененных к анализу результатов независимых численных расчетов, определены значения скорости и постоянного магнитного поля, при которых происходит образование первой горизонтальной блоховской линии в структуре скрученной доменной границы. В обоих случаях, относящихся к достаточно толстым пленкам, изменение структуры границы описывается уравнением Пенлеве второго рода, известным применениями в других областях физики. Делается качественное заключение о слабой зависимости пиковой скорости границы, отвечающей окончанию стационарного движения, от толщины пленки.

Зависимость скорости ДГ от внешнего магнитного поля — основная динамическая характеристика, требуемая в разработках твердотельных магнитных доменных устройств. К сожалению, эта теоретическая задача в важном прикладном случае пленок с перпендикулярной магнитной анизотропией, когда ДГ являются скрученными, остается почти двадцать лет незакрытой. Сказанное относится и к наиболее простому, стационарному, режиму движения скрученной ДГ с постоянной скоростью и неизменной структурой, который существует при достаточно малых скоростях. Во-первых, отсутствует надежная оценка скорости СДГ  $\dot{q}_n$ , при которой в ее структуре формируется первая горизонтальная блоховская линия (ГБЛ). Во-вторых, существующая оценка скорости окончания стационарного движения  $\dot{q}_p$  от толщины пленки  $h$  — пиковой скорости Слончевского — не согласуется с экспериментом [1].

Большинство работ на указанную тему носит сугубо численный характер, но среди них тщательностью и полнотой выделяется статья Хурберта [2]. Ниже к анализу результатов [2] применяются соотношения подобия и определяется величина  $\dot{q}_n$ . Оказывается, что аналогичные соотношения применимы и к статическому перемагничиванию СДГ слабым продольным магнитным полем. Здесь определено смещение петли гистерезиса, экспериментально исследовавшееся в [3]. Оба процесса описываются уравнением Пенлеве второго рода, а их пороги оказываются связанными. Дополнительно проводится исследование, которое показывает, что пиковая скорость СДГ слабо зависит от толщины пленки.

В пленке толщины  $h$  рассматривается изолированная  $180^\circ$  СДГ в плоскости  $xz$  с намагниченностями  $M_x(y = \pm \infty) = \pm M$  слева и справа от нее. Нормаль к плоскости пленки  $xy$  направлена по оси  $z$  и коллинеарна с осью легкого намагничивания. В стационарном режиме для описания структуры ДГ достаточно уравнения Слончевского для азимутального угла  $\psi(z)$  вектора намагниченности в ее центре

$$\dot{q}/2 - \tilde{H}_x \sin \psi = -\varepsilon^2 \psi'' + \cos \psi [\sin \psi - H(z)] \quad (1)$$

с граничными условиями  $\psi'(z = \pm 1) = 0$  на поверхностях пленки. Уравнение (1) безразмерно:  $-1 \leq z \rightarrow 2z/h \leq 1$  — координата вдоль нормали к пленке;  $\dot{q} \rightarrow \dot{q}/\dot{q}_w$  — скорость ДГ, выраженная в единицах скорости Уокера  $\dot{q}_w$ ;  $\tilde{H}_x \rightarrow H_x/8M$  — продольное магнитное поле;  $H(z) = \text{Arth } z$  — размагничивающее поле, ведущее к скрученности ДГ. Малость отношения  $\varepsilon = 2\Lambda/h \ll 1$  ( $\Lambda$  — параметр ширины блоховской линии) — основное

приближение настоящей работы, включающее в себя наиболее интересные прикладные случаи. Если  $\varepsilon \ll 1$ , то динамика СДГ близка к динамике одномерной блоховской ДГ. Переход на одномерный режим начинается уже с  $h/\Lambda \approx 11$  ( $\varepsilon = 0.18$ ), как численно показано в [2]. Здесь наряду с возмущением, локализованным на критической линии, появляется возмущение и вблизи ближайшей к ней поверхности пленки. Скорость ДГ в стационарном режиме линейна по внешнему полю  $H_x$ :  $\dot{q} = \mu H_x$ , где  $\mu$  — обычная низкополевая подвижность одномерной блоховской ДГ.

Обратимся сначала к процессу образования ГБЛ, когда исходная СДГ с  $\psi(z=0)=0$  движется стационарно со скоростью  $\dot{q} > 0$  ( $H_x=0$ ). Решения (1) состоят из разделенных ветвей, отличающихся числами ГБЛ [1, 2]. Интерес представляет переход с нижней ветви на более высокую ветвь, содержащую одну ГБЛ. Отметим, что переход сопровождается гистерезисом, так как ветви частично перекрываются по скорости ДГ  $\dot{q}$ . В толстых пленках  $\varepsilon < 0.18$  динамическому возмущению наиболее подвержена часть структуры СДГ вблизи верхней критической линии  $\psi(z_0) = \pi/2$ ,  $z_0 = \text{th } 1$ . Разлагая (1) вблизи  $z_0$  с учетом  $\psi = \pi/2 + \delta\psi$  и  $H(z) \approx 1 + \text{ch}^2 1 \cdot (z - z_0)$ , после введения новых переменных

$$z \rightarrow \frac{\text{ch}^{2/3} 1}{\varepsilon^{2/3}} (z - z_0), \quad w \rightarrow \frac{\delta\psi}{2 \text{ch}^{2/3} 1 \cdot \varepsilon^{1/2}} \quad (2)$$

приходим к уравнению Пенлеве второго рода  $P_{II}$

$$w'' - zw - 2w^3 = \alpha, \quad (3)$$

где  $\alpha = -\dot{q}/(4\varepsilon \text{ch}^2 1)$ ,  $\text{ch}^2 1 = 2.37$ , известным применениями в других областях физики. При выводе был опущен малый член  $zw^3 \sim \varepsilon^{2/3}$ . Впервые масштабное преобразование (2), но с другими значениями констант было введено в [4], где, однако, оценки были проведены лишь по порядку величины.

Граничные условия к (3):  $w(z \rightarrow \infty) = \alpha/z$ , тогда как  $w(z \rightarrow -\infty)$  выходит на отрицательное решение алгебраического уравнения  $2w^3 + zw + \alpha = 0$ . Задача состоит в том, чтобы определить критическое значение константы  $\alpha = \alpha_n$ , при котором непрерывное решение (3) исчезает и которое определяет критическую скорость зарождения ГБЛ  $\dot{q}_n$ . Из теории  $P_{II}$  [5] следует, что при достаточно малых  $\dot{q}$  существует единственное непрерывное решение, удовлетворяющее сформулированным граничным условиям. Однако уже при  $|\alpha| = 1$ , как показывает рекуррентное соотношение по  $\alpha$  между решениями  $P_{II}$

$$w(z, \alpha + 1) = -w(z, \alpha) - (2\alpha + 1) \sqrt{2w^2(z, \alpha) + z + 2 \frac{dw(z, \alpha)}{dz}}, \quad (4)$$

искомое решение терпит разрыв. Таким образом, имеем строгое неравенство  $|\alpha_n| < 1$ . Действительно, исходное решение  $w(z, 0)$  с граничными условиями

$$w(z \rightarrow \infty) = -\text{Ai}(z) \quad \text{и} \quad w(z \rightarrow -\infty) = -\sqrt{\frac{-z}{2}} + \frac{1}{64} \left(\frac{-z}{2}\right)^{5/2}$$

приводит к полюсному поведению  $w(z, 1)$ .

Значение константы  $\alpha_n$  определим, обратившись к рис. 9, а, б работы [2], на котором показана не приведенная к переменным (2) зависимость средних по толщине пленки значений  $\psi(z)$  от  $\dot{q}$  (рис. 9, а воспроизводится в [1] — рис. 17.1). В случае «а»  $\varepsilon = 1/20$  и нижняя ветвь обрывается при  $\dot{q}_n \approx 0.18$ ; в случае «б»  $\varepsilon = 1/10$  и  $\dot{q}_n \approx 0.32$ . Значения  $\dot{q}_n$  значительно различаются. Значение безразмерной константы перехода  $|\alpha_n| = \dot{q}_n / (4\varepsilon \text{ch}^2 1) = 0.38 \div 0.34$ . Отсюда скорость изолированной СДГ, при которой образуется первая ГБЛ

$$\dot{q}_n = 6.8 (\Lambda/h) \dot{q}_w. \quad (5)$$

Другие подходящие результаты [2] на рис. 5 относятся уже к СДГ в системе полосовых доменов, и они, как и должно, приводят к оценке, несколько превышающей (5). Более строгая теория [6], основанная на уравнениях Ландау—Лифшица, показывает, что в области  $z=z_0$  имеются аддитивные вклады, малые при больших значениях фактора качества пленки, которые не учитываются в (1) и (3).

По достижении  $\dot{q}_n$  структура ДГ испытывает нестационарный эпизод и с ростом скорости переходит на более высокую устойчивую ветвь решения (1), которая уже не описывается (3), так как условия  $\delta\psi \ll 1$  перестает выполняться. Отметим, что обратный переход (с понижением скорости) имеет место при  $\dot{q} < \dot{q}_n$  [2], но гистерезис в зависимости  $\dot{q}=\dot{q}(H_z)$  мал. От структуры ДГ в выражении для подвижности зависит только параметр ширины ДГ, но эта зависимость слабая при сильной одноосной анизотропии.

В области  $\dot{q} > \dot{q}_n$  образовавшаяся ГБЛ смещается к поверхности пленки  $z=-1$ , где и формируется  $360^\circ$  ГБЛ  $-\pi/2 \leq \psi \leq 3\pi/2$ . Здесь размагничивающее поле  $H(z) = \text{Arth} z \approx 1/2 \cdot \ln [(1+z)/2]$ . Подправив коэффициент в последнем выражении  $H^*(z) = 1/2 \ln [(1+z)/1.8]$ , убеждаемся, что новая величина  $H^*(z)$  совпадает с точной  $H(z) = \text{Arth} z$  с погрешностью 2% на существенном теперь интервале между критической линией  $z=-z_0 = -\text{th}1$  и поверхностью пленки  $z=-1$ . После замены  $\chi = \pi/2 + \psi$  в новых подобных переменных  $0 \leq z' = (1+z)/\varepsilon < \infty$  (ширина ГБЛ в этих переменных  $\sim 1$ , тогда как в исходных (1) —  $\varepsilon$ ) уравнение (1) принимает вид

$$\dot{q}/2 + \frac{1}{2} \ln z' \sin \chi = -\chi'' - \sin \chi \cos \chi + \frac{1}{2} \ln \frac{1.8}{\varepsilon} \sin \chi \quad (6)$$

с граничными условиями  $\chi'(z'=0)=0$  и  $\chi'(z' \rightarrow \infty)$  стремится к ветви решения (1) —  $\cos \chi \cdot H(z')$ .

В правой части (6) содержится большой параметр  $\ln(1.8/\varepsilon)$ , что позволяет рассматривать левую часть в качестве возмущения, если ГБЛ не приближается близко к поверхности пленки  $z'=0$ . Решение невозмущенной задачи о  $360^\circ$  ГБЛ

$$\sin \chi_0 = - \frac{2 \operatorname{sh} \frac{z' - z'_0}{\Lambda^*}}{\operatorname{ch}^2 \frac{z' - z'_0}{\Lambda^*}},$$

$$\frac{d\chi_0}{dz'} = \frac{2}{\Lambda^*} \operatorname{ch}^{-1} \frac{z' - z'_0}{\Lambda^*}, \quad (7)$$

где  $\Lambda^* = 2 \ln^{-1/2}(1.8/\varepsilon) \ll 1$  — эффективная ширина ГБЛ,  $z'_0 = z'_0(\dot{q})$  — ее положение и было пренебрежено  $\sin \chi \cos \chi$  по сравнению с  $1/2 \cdot \ln(1.8/\varepsilon) \times \sin \chi$ . Граничное условие в нуле выполняется с экспоненциальной точностью  $\chi'_0(z'=0) = (1/\Lambda^*) e^{-z'_0/\Lambda^*} \ll 1$ . Уравнение для  $\delta\chi$ -поправки к  $\chi_0$

$$\dot{q}/2 + \frac{1}{2} \ln z' \sin \chi_0 = -\delta\chi'' - \cos 2\chi_0 \delta\chi + \frac{1}{2} \ln \frac{1.8}{\varepsilon} \cos \chi_0 \delta\chi. \quad (8)$$

Оператор в правой части неоднородного уравнения (8) особый, так как функция  $\delta\chi = \chi'_0$  обращает его в нуль. Условие разрешимости требует ортогональности левой части (8) решению  $\chi'_0$ , что приводит к уравнению для  $z'_0$  — положения  $360^\circ$  ГБЛ

$$\pi \dot{q} - \frac{2}{\Lambda^*} \int \ln(z+z'_0) \frac{\operatorname{sh} z/\Lambda^*}{\operatorname{ch}^3 z/\Lambda^*} dz = 0. \quad (9)$$

Замена  $z = z'_0 y$  показывает, что при  $z'_0 > \Lambda^*$  область интегрирования определяется резко спадающим гиперболическим множителем. Поэтому интегрирование можно распространить на бесконечный промежуток и ограничиться разложением  $\ln(1+y) \approx y$ . Таким образом, получаем связь между положением ГБЛ  $z'_0 > \Lambda^*$  и скоростью ДГ в стационарном режиме

$$\dot{q} = \frac{4}{\pi} z_0'^{-1} \ln^{-1/2} \left( \frac{1.8}{\varepsilon} \right) \dot{q}_w, \quad (10)$$

где, напомним,  $\varepsilon = 2\Lambda/h$ ,  $\dot{q}_w$  — скорость Уокера. Важно, что, хотя размагничивающее поле препятствует выходу ГБЛ на поверхность пленки, существует некоторое  $z'_0 = z_p > 1$ , начиная с которого выход ГБЛ на поверхность становится энергетически выгодным, так как здесь имеется возможность ее уничтожения. Подстановка  $z'_0 = z_p$  в (10) и определяет  $\dot{q}_p$  — максимальную (пиковую) скорость СДГ, которая слабо зависит от толщины пленки  $h$ . Механизм Слончевского [1] приводит к выражению  $\dot{q}_p = 9.5 (\Lambda/h) \dot{q}_w$ , качественно отличающемуся от (10). Определение критического значения  $z_p$  требует численных расчетов по уравнению (6).

Другое применение подобных переменных (2) относится к перемагничиванию структуры СДГ неподвижной ДГ  $\dot{q} = 0$  магнитным полем  $H_x < 0$ , направленным против полярности СДГ  $\psi(z=0) = 0$ . Теперь ГБЛ формируются сразу на обеих критических линиях  $z = \pm z_0$  ( $h \gg \Lambda$ ), которые по вариационной оценке [1] сливаются в  $360^\circ$  ГБЛ в области  $z=0$  в поле  $|H_x| = (\pi\Lambda/h) \cdot 8M$ . Исходное уравнение (1) в слабых полях  $H_x/8M \ll 1$  вновь приводится к  $P_{II}$  (3), но с  $\alpha = -\tilde{H}_x / (2\text{sch}^2)$ . При выводе уравнения на этот раз пренебрегается малым членом  $\tilde{H}_x \delta\psi^2 \sim \varepsilon^{1/2}$  по сравнению с  $\varepsilon^0$ . Неустойчивость исходного решения и гистерезис структуры в этой ситуации были обнаружены численно в [7, 8]. Поэтому на основании аргументов, приведших к (5), заключаем, что поле образования ГБЛ определяется той же константой  $\alpha_w$ . Однако коэффициент теперь в два раза меньше

$$|H_x| \approx 3.4 (\Lambda/h) \cdot 8M. \quad (11)$$

Оценка (11) оказывается неожиданно близкой к приводившейся выше оценке образования  $360^\circ$  ГБЛ [1].

Предположим, что величина  $H_x < 0$  недостаточна, чтобы разорвать  $360^\circ$  ГБЛ за счет образования пары блоховских точек [9]. Тогда петля перемагничивания структуры ДГ будет смещенной, так как изменение намагниченности ДГ с  $\psi(z=0) = 0$  в поле  $H_x > 0$  незначительно (точнее, петля гистерезиса сильно асимметрична). Тогда оценка положения петли дается (11), а ее форма может быть получена на основании численного решения (1).

В экспериментальной работе [3] исследован широкий класс петель перемагничивания структуры участков ДГ, в том числе и смещенных. Знак смещения по полю противоположен знаку сильного продольного поля, предварительно прилагаемого к ДГ. Именно к этой ситуации относится формула (11). В общем случае нельзя исключить вклада вертикальных блоховских линий, разделяющих участки различных полярностей. Здесь становятся существенными процессы образования, смещения и уничтожения ВБЛ.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с ЦМД. М.: Мир, 1982. 382 с.
- [2] Hubert A. // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. N 5. P. 2276—2287.
- [3] Криничик Г. С., Чепурова Е. Е., Папорков В. А. // Деп. в ВИНТИ. 1990. № 413-В90.
- [4] Недлин Г. М., Шапиро Р. Х. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 7. С. 2076—2085.
- [5] Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и методы обратной задачи. М.: Мир, 1987. 480 с.
- [6] Ходенков Г. Е. // ФТТ. 1982. Т. 24. № 1. С. 134—138.
- [7] Ялышев Ю. И., Суетин В. П., Лукаш К. И., Показаньев В. Г. // Тез. докл. XI Всес. школы-семинара «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Ташкент, 1988. С. 260—261.
- [8] Ялышев Ю. И., Жеберляев И. Ф., Показаньев В. Г. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 1. С. 32—39.
- [9] Власко-Власов В. К., Хапиков А. Ф. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 7. С. 2034—2039.

Институт  
электронных управляющих машин  
Москва

Поступило в Редакцию  
29 декабря 1990 г.