УДК 539.143.43

ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ ДИНАМИКА ЯДЕРНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ В СВЕРХНИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННОЙ ФАЗЕ

Л. Л. Буишвили, Н. П. Гиоргадзе, Н. Г. Мчедлишвили

При произвольных (допустимых) значениях параметра компенсации исследуются линеаризованные пространственно-неоднородные движения ядерной спин-системы, находящейся в сверхнизкотемпературной магнитоупорядоченной фазе в ферромагнетике, намагниченном в направлении трудной оси. Получены выражения для анизотропного сул-накамуровского взаимодействия и действующего на ядерные спины эффективного переменного магнитного поля. Найден спектр ядерных спиновых волн. Вычислены тензор динамической восприимчивости и поглощаемая при ЯМР мощность. Установлено предельное соответствие полученных результатов с ранее известными.

В работе [1] теоретически было предсказано существование сверхнизкотемпературной магнитоупорядоченной фазы ядерной намагниченности в магнитоупорядоченных материалах. В условиях намагничения ферромагнетика в направлении трудной оси в связанной электронно-ядерной спиновой системе был исследован ЯМР в новой фазе, получены выражения для частоты ЯМР и (по существу) однородной динамической восприимчивости $\chi^{\alpha\beta}(0, \omega)$. При этом конкретно был рассмотрен случай точной компенсации действующего на ядерные спины статического сверхтонкого поля внешним.

В настоящей работе рассмотрены пространственно-неоднородные движения ядерной намагниченности в ферромагнетике, намагниченном вдоль трудной оси, при произвольных значениях параметра компенсации (отвечающих сверхнизкотемпературной магнитоупорядоченной фазе). При этом предварительно проводится осреднение связанной электронно-ядерной спиновой системы по быстрым электронным движениям, в результате чего задача сводится к исследованию динамики ядерной спин-системы с анизотропным сул-накамуровским взаимодействием, подверженной воздействию эффективного переменного магнитного поля.[1] В рамках этой модели найден спектр ядерных спиновых волн, вычислены тензор динамической восприимчивости $\chi^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega)$ и поглощаемая при ЯМР мощность.

1. В спин-волновом (по электронным спинам) приближении гамильтониан связанной электронно-ядерной спиновой системы, помещенной в сильное магнитное поле H_0, превышающее поле анизотропии $H_A = \beta_A S/g\hbar$ ($\beta_A > 0$ — константа анизотропии, S — величина электронного спина, $(-g)$ — гиромагнитное отношение для электронов) и поперечное к его направлению, в системе координат с осью z', антипараллельной H_0, имеет вид

[1] Следует заметить, что такой подход был использован в работе [2] при исследовании магнитоупорядоченной фазы ядерной намагниченности в ферромагнетике, намагниченном вдоль легкой оси. В этой работе, в частности, был получен спектр ядерных спиновых волн в новой фазе, по очевидным причинам оказавшийся бесщелевым [1] и, следовательно, исключающим возможность наблюдения ЯМР.

$$\mathscr{H}=\hbar\sum_{\mathbf{k}}\Omega_{ek}c_{\mathbf{k}}^{+}c_{\mathbf{k}}+\hbar\gamma\delta H\sum_{i}I_{i}^{z'}-\hbar\gamma\sum_{i}h_{i}^{\alpha'}(t)\,I_{i}^{\alpha'}+$$
$$+\hbar(S/2)^{1/2}\sum_{\mathbf{k}}\left\{g\left(\alpha_{k}h_{\mathbf{k}}^{-'}+\beta_{k}h_{-\mathbf{k}}^{+'}\right)+A\left(\alpha_{k}I_{\mathbf{k}}^{-'}+\beta_{k}I_{-\mathbf{k}}^{+'}\right)\right\}c_{\mathbf{k}}+$$
$$+\hbar(S/2)^{1/2}\sum_{\mathbf{k}}\left\{g\left(\alpha_{k}h_{\mathbf{k}}^{+'}+\beta_{k}h_{-\mathbf{k}}^{-'}\right)+A\left(\alpha_{k}I_{\mathbf{k}}^{+'}+\beta_{k}I_{-\mathbf{k}}^{-'}\right)\right\}c_{\mathbf{k}}^{+}. \qquad (1)$$

Здесь

$$\Omega_{ek}=\omega_{sk}\left(1-2\omega_{A}/\omega_{sk}\right)^{1/2},\qquad \omega_{sk}=gH_{0}-(S/\hbar)(J(0)-J(\mathbf{k})),$$

$2\omega_A=gH_A$ — частота анизотропии, $J(\mathbf{k})$ — Фурье-компонента обменного взаимодействия ($J(0)<0$ в рассматриваемом случае ферромагнетика), $c_{\mathbf{k}}^{+}$ и $c_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения магнона соответственно, γ — гиромагнитное отношение для ядер (для определенности предполагаемое положительным), A — константа сверхтонкого взаимодействия, $\delta H=H_0+(AS/\gamma)$ — суммарное статическое магнитное поле на ядрах (компенсация имеет место при $A<0$), $h_i^{\alpha'}(t)$ — переменное магнитное поле, $I_i^{\alpha'}$ — компонента ядерного спина, $P^{\pm'}=P^{x'}\pm iP^{y'}$ — циркулярные компоненты вектора,

$$\alpha_k=\omega_A/(2\Omega_{ek})^{1/2}/(\omega_{sk}-\omega_A-\Omega_{ek})^{1/2},\qquad \beta_k=(\omega_{sk}-\omega_A-\Omega_{ek})^{1/2}/(2\Omega_{sk})^{1/2}$$

— диагонализирующие коэффициенты,[2]

$$I_{\mathbf{k}}^{\pm'}=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i}I_{i}^{\pm'}e^{\mp i\mathbf{k}\mathbf{R}_i},\qquad h_{\mathbf{k}}^{\pm'}=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i}h_{i}^{\pm'}e^{\mp i\mathbf{k}\mathbf{R}_i},$$

N — число ядерных спинов в образце.

Переход от связанной электронно-ядерной спиновой системы (1) к системе взаимодействующих между собой ядерных спинов может теперь быть осуществлен посредством метода, развитого в работе [3] и являющегося квантовым вариантом метода осреднения Крылова—Боголюбова—Митропольского [4]. После несложных вычислений получим выражение для осредненного гамильтониана ядерной спин-системы (в системе координат, с осью z, параллельной $\mathbf{H}_0$) [3]

$$\mathscr{H}_n=-\hbar\gamma\delta H\sum_{i}I_{i}^{z}-(\hbar/2)\sum_{i\neq j}(U_{ij}I_i^xI_j^x+V_{ij}I_i^yI_j^y)-\hbar\gamma\sum_{i}\tilde{h}_i^{\alpha}(t)\,I_i^{\alpha}. \qquad (2)$$

где

$$U_{ij}=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}}U_{\mathbf{k}}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{ij}},$$

$$V_{ij}=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}}V_{\mathbf{k}}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{ij}},$$

$$U_{\mathbf{k}}=U_{-\mathbf{k}}=U_{\mathbf{k}}^{*}=\frac{A^2S}{\omega_{sk}(1-2\omega_A/\omega_{sk})},$$

$$V_{\mathbf{k}}=V_{-\mathbf{k}}=V_{\mathbf{k}}^{*}=\frac{A^2S}{\omega_{sk}},$$

$$\mathbf{R}_{ij}=\mathbf{R}_i-\mathbf{R}_j$$

определяют вид анизотропного сул-накамуровского взаимодействия, в то время как компоненты эффективного переменного поля

$$\tilde{h}_i^x=(1+\eta_x)h_i^x,\quad \tilde{h}_i^y=(1+\eta_y)h_i^y,\quad \tilde{h}_i^z=h_i^z,$$
$$\eta_x=\frac{gAS}{j\omega_{sQ}}\frac{1}{1-2\omega_A/\omega_{sQ}},\qquad \eta_y=\frac{gAS}{j\omega_{sQ}} \qquad (3)$$

[2] Легко показать, что в рассматриваемом случае $H_0\geqslant H_A$, $\omega_{sk}-\omega_A-\Omega_{ek}\geqslant 0$.

[3] Без ограничения общности предполагается $\delta H\geqslant 0$.

содержат как прямое воздействие на ядерную спин-систему внешнего переменного поля

$$h_i^\alpha(t) = h^\alpha(\mathbf{Q}, \omega)\, e^{i(\mathbf{Q}\mathbf{R}_i - \omega t)} + \text{к. с.}, \tag{4}$$

так и его косвенное воздействие через систему электронных спинов [5].

Гамильтониан (2) является исходным для описания динамики ядерной спин-системы ферромагнетика, намагниченного вдоль трудной оси. В приближении молекулярного поля [6] он допускает существование при значениях параметра компенсации $\Delta = (\gamma\delta H / U_0 |\langle\mathbf{I}\rangle|) \leqslant 1$ $\Big(U_0 = \sum_i U_{ij}$, $\langle\ldots\rangle$ означает квантовостатическое усреднение) и при температурах $T \leqslant T_c = \hbar U_0 / 4k_B$ (k_B — постоянная Больцмана) однородного равновесного состояния ядерной намагниченности, в котором вектор $\langle\mathbf{I}\rangle$ (а следовательно, и ось квантования ядерного спина ζ), будучи расположен в плоскости XZ, составляет с осью z угол Φ, определяемый выражением

$$\cos\Phi = \Delta = \gamma\delta H / U_0 \langle I^\zeta\rangle, \quad \langle I^\zeta\rangle = |\langle\mathbf{I}\rangle|, \tag{5}$$

так что

$$\langle I^x\rangle = \langle I^\zeta\rangle \sin\Phi, \quad \langle I^y\rangle = 0, \quad \langle I^z\rangle = \langle I^\zeta\rangle \cos\Phi.$$

Впервые это состояние, представляющее собой сверхнизкотемпературную магнитоупорядоченную фазу,[4] было исследовано в работах [1, 2], где, в частности, была установлена его энергетическая предпочтительность перед обычной коллинеарной фазой в случае ферромагнетика, намагниченного вдоль легкой оси. Можно показать, что это утверждение остается в силе и в рассматриваемом случае ферромагнетика, намагниченного вдоль трудной оси.

2. Рассмотрим теперь ядерные спиновые волны в наклонной фазе. Полагая переменное магнитное поле отсутствующим, переходя в гамильтониане (2) к наклонной системе координат, определенной преобразованием

$$I_i^x = I_i^\xi \cos\Phi + I_i^\zeta \sin\Phi, \quad I_i^y = I_i^\eta, \quad I_i^z = -I_i^\xi \sin\Phi + I_i^\zeta \cos\Phi,$$

и принимая спин-волновое приближение

$$I_i^+ = I_i^\xi + iI_i^\eta = \sqrt{2I}\, a_i, \quad I_i^- = I_i^\xi - iI_i^\eta = \sqrt{2I}\, a_i^+, \quad I_i^\zeta = I - a_i^+ a_i,$$

$$a_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}, \quad a_i^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}$$

в квадратичном по бозевским операторам $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$, после простых вычислений получим

$$\mathscr{H}_n^{(2)} = \hbar I \sum_k \left\{U_0 - \frac{1}{2}(V_{\mathbf{k}} + U_{\mathbf{k}} \cos^2\Phi)\right\} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + $$
$$+ \frac{\hbar I}{4} \sum_k (V_k - U_k \cos^2\Phi)\left(a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}}^+\right). \tag{6}$$

Квадратичная форма (6) хорошо изучена в теории ферромагнетизма [7, 8]. К диагональному виду

$$\mathscr{H}_0 = \hbar \sum_{\mathbf{k}} \Omega_{nk} b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} \tag{7}$$

($b_{\mathbf{k}}^+$ и $b_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения ядерных магнонов соответственно) она приводится преобразованием

$$a_{\mathbf{k}} = \mu_k b_{\mathbf{k}} + \nu_k b_{-\mathbf{k}}^+, \quad a_{-\mathbf{k}}^+ = \mu_k b_{-\mathbf{k}}^+ + \nu_k b_{\mathbf{k}},$$

$$\mu_k = A_k / (A_k^2 - B_k^2)^{1/2}, \quad \nu_k = B_k / (A_k^2 - B_k^2)^{1/2},$$

$$A_k = \frac{I}{2}(V_k - U_k \cos^2\Phi), \quad B_k = \Omega_{nk} - IU_0 + \frac{I}{2}(V_k + U_k \cos^2\Phi),$$

[4] В дальнейшем для краткости мы будем называть эту фазу наклонной.

где

$$\Omega_{nk}^2 = I^2 (U_0 - V_k)(U_0 - V_k \cos^2 \Phi) =$$
$$= \left(1 - \frac{\omega_{s0} - 2\omega_A}{\omega_{sk}}\right)\left\{\left(\frac{A^2 IS}{\omega_{s0} - 2\omega_A}\right)^2 - \frac{\omega_{s0} - 2\omega_A}{\omega_{sk} - 2\omega_A}(\gamma \delta H)^2\right\} \tag{8}$$

представляет собой искомый закон дисперсии ядерных спиновых волн. В отсутствие анизотропии ($\omega_A=0$) из него вытекает результат работы [2].

Заметим прежде всего, что полученный спектр ядерных спиновых волн характеризуется наличием щели

$$\Omega_{n0} = I\,[U_0 (U_0 - V_0)]^{1/2}\,|\sin \Phi|, \tag{9}$$

обусловленной анизотропией в плоскости XY. С исчезновением анизотропии щель исчезает, поскольку однородное вращение спиновой системы относительно оси z теперь не требует энергетических затрат [1].

Далее спектр характеризуется верхней границей, определяемой выражением [5]

$$\Omega_{n\infty} = I\, U_0. \tag{10}$$

Используя связь между H_0 и параметром компенсации, вытекающую из определения последнего, нетрудно представить Ω_{n0} и $\Omega_{n\infty}$ в виде функции Δ

$$\Omega_{n0}(\Delta) = \Omega_{n0}(0)(1 - \Delta^2)^{1/2}\varphi(\Delta), \tag{9a}$$

$$\Omega_{n\infty}(\Delta) = (H_n/H_A)^{1/2}\,\Omega_{n0}(0)\,\varphi(\Delta), \tag{10a}$$

где

$$\Omega_{n0}(0) = (\gamma/g)\,|AI|\,\frac{(H_n H_A)^{1/2}}{H_n - H_A} \tag{11}$$

— значение щели при точной компенсации ($\Delta=0$, $\Phi=\pm\pi/2$),

$$\varphi(\Delta) = 2\{1 + [1 + 4(\gamma/g)(I/S)(1 - H_A/H_n)^{-2}\Delta]^{1/2}\}^{-1},$$

а $H_n = |AS/\gamma|$. При этом выражение (11) совпадает, естественно, с вычисленной в работе [1] частотой ЯМР,[6] а выражение (10a) при $H_A \to 0$ переходит в верхнюю границу спектра ядерных спиновых волн в ферромагнетике, намагниченном вдоль легкой оси [2].

Ширина спектра при заданном значении параметра компенсации определяется разностью выражений (10a) и (9a) и имеет вид

$$\delta\Omega_n(\Delta) = \left(\sqrt{H_n/H_A} - (1 - \Delta^2)^{1/2}\right)\Omega_{n0}(0)\,\varphi(\Delta). \tag{12}$$

Легко видеть, что Ω_{n0} является убывающей функцией Δ, вследствие чего максимальное (для данного образца) значение щели достигается в условиях точной компенсации. При $\Delta \to 1$, т. е. при приближении к границе раздела наклонной и колинеарной фаз со стороны наклонной фазы, щель исчезает. В этой связи заметим нижеследующее.

Нетрудно показать, что в рассматриваемом случае ферромагнетика, намагниченного вдоль трудной оси, спектр ядерных спиновых волн в коллинеарной фазе $(\gamma\delta H/IU_0) \gg 1$ дается выражением [7]

$$\Omega_{nk}'^2 = \gamma^2 [\delta H - (IU_k/\gamma)][\delta H - (IV_k/\gamma)].$$

---

[5] Легко видеть, что Ω_{nk} растет с ростом k.

[6] Для установления совпадения этих результатов следует иметь в виду, что используемые в настоящей работе величины A и I связаны с фигурирующими в работе [1] константой сверхтонкого взаимодействия A' и ядерной намагниченностью μ соотношениями $A = -(\gamma g\hbar/a^3)\,A'$ и $I = (a^3/g\hbar)\,\mu$, где a — линейный размер элементарной ячейки.

[7] В отсутствие анизотропии это выражение переходит в хорошо известное в литературе [9].

Соответствующая ему щель также исчезает при $(\gamma\delta H/IU_0)\to 1$, т. е. при приближении к границе раздела со стороны коллинеарной фазы. Мы видим, таким образом, что в окрестности фазового перехода спектр ядерных спиновых волн становится бесщелевым.

Исследуем теперь асимптотическое поведение Ω_{nk}. Ограничиваясь континуальным описанием спиновых волн $(ak)^2\ll 1$, при котором $\omega_{sk}=\omega_{s0}+\omega_E(ak)^2$ (ω_E — обменная частота) для малых волновых чисел, таких, что

$$\omega_E(ak)^2\ll\min\left\{\omega_{s0}-2\omega_A,\ \frac{2\omega_A\omega_{s0}}{\omega_{s0}-2\omega_A}\right\},$$

из выражения (8) получим

$$\Omega_{nk}(\Delta)\approx\Omega_{n0}(0)\varphi(\Delta)\left[(1-\Delta^2)+\frac{H_E\varphi(\Delta)}{H_n-H_A}(ak)^2\left(\Delta^2+(1-\Delta^2)\frac{(H_n-H_A)^2}{H_nH_A\varphi^2(\Delta)}\right)\right]^{1/2}, \tag{13}$$

где $H_E=\omega_E/g$ — обменное поле. Отсюда следует, что при точной компенсации ($\Delta=0$) $\Omega_{nk}\propto\text{const}+k^2$, тогда как у границы раздела фаз ($\Delta\to 1$) $\Omega_{nk}\propto k$. Мы видим, таким образом, что в рассматриваемом случае асимптотическое поведение Ω_{nk} при малых k существенно отличается от имеющего место в случае ферромагнетика, намагниченного вдоль легкой оси [2].

Для больших k, таких, что $\omega_E(ak)^2\gg\omega_{s0}$, дисперсия спиновых волн дается выражением

$$\Omega_{nk}(\Delta)\approx\Omega_{n\infty}(\Delta)\left[1-\frac{1}{2}\frac{H_n-H_A}{H_E(ak)^2}\frac{1+\Delta^2}{\varphi(\Delta)}\right]. \tag{14}$$

Установим область применимости полученных результатов. Используемый нами метод осреднения справедлив до тех пор, пока частоты электронных движений значительно превосходят ядерные частоты. Поскольку минимальная частота в спектре электронных спиновых волн совпадает с частотой однородной прецессии Ω_{e0}, а максимальная частота в спектре ядерных спиновых волн — с $\Omega_{n\infty}$, можно утверждать, что, до тех пор пока $(\Omega_{n\infty}/\Omega_{e0})\ll 1$, применение метода осреднения является правомочным. Подставляя сюда явные выражения для $\Omega_{n\infty}$ и Ω_{e0}, приходим к неравенству

$$(1-H_A/H_n)^{1/2}\gg(\gamma/g)^2(I/S)\varphi^{3/2}(\Delta), \tag{15}$$

представляющему собой условие применимости принятого в настоящей работе рассмотрения. Заметим еще, что в качестве критерия применимости принятого приближения можно пользоваться простым, хотя и более жестким, условием

$$(1-H_A/H_n)^{3/2}\gg(\gamma/g)^2(I/S), \tag{15a}$$

вытекающим из неравенства (15) с учетом $\varphi(\Delta)\leqslant 1$.

В условиях $(1-H_A/H_n)^2\gg(\gamma/g)(I/S)$, совместимых с критерием (15а), $\varphi(\Delta)\approx 1$ и полученные в настоящем разделе результаты принимают более компактный вид. При этом верхняя граница спектра оказывается практически не зависящей от Δ, а ширина спектра сужается с уменьшением параметра компенсации от значения $(H_n/H_A)^{1/2}\Omega_{n0}(0)$ при $\Delta=1$ до значения $((H_n/H_A)^{1/2}-1)\,\Omega_{n0}(0)$ при $\Delta=0$.

В образцах с достаточно близкими значениями H_A и H_n, такими, что $(\gamma/g)(I/S)\ll(1-H_A/H_n)^2\ll 1$, выход к верхней границе спектра достигается уже для волновых чисел $(H_n-H_A)\ll H_E(ak)^2\ll H_n$, причем дисперсия ядерных спиновых волн в этой области имеет вид

$$\Omega_{nk}(\Delta)\approx\Omega_{n\infty}(\Delta)\left(1-\frac{1}{2}\frac{H_n-H_A}{H_E(ak)^2}\Delta^2\right). \tag{16}$$

3. Приступая к вычислению динамической восприимчивости ядерной спин-системы, находящейся в наклонной фазе, перепишем третье слагаемое гамильтониана (2), описывающее взаимодействие ядерных спинов с переменным полем, в терминах операторов $b_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}^{+}$. Используя в этих целях приведенные в начале предыдущего раздела соотношения, в линейном по операторам $b_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}^{+}$ приближении получим [8]

$$v_{nh}(t)=\hbar\sum_{\mathbf{k}}\left(v_{\mathbf{k}}(t)\,b_{\mathbf{k}}+v_{\mathbf{k}}^{*}(t)\,b_{\mathbf{k}}^{+}\right), \qquad (17)$$

где

$$v_{\mathbf{k}}(t)=-\gamma\sqrt{\frac{I}{2N}}\sum_{i}\left(\mu_{k}\tilde{h}_{i}^{-}(t)+\nu_{k}\tilde{h}_{i}^{+}(t)\right)e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_{i}},$$

$$\tilde{h}_{i}^{\pm}(t)=\tilde{h}_{i}^{\xi}(t)\pm i\tilde{h}_{i}^{\eta}(t).$$

Полный гамильтониан ядерной спин-системы будет, следовательно, состоять из невозмущенной части (7) и возмущения (17).

Следующий шаг заключается в вычислении квантовостатических средних операторов $b_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}^{+}$ по линеаризованной (по возмущению) матрице плотности [8]

$$\rho(t)=e^{-(i/\hbar)\mathscr{H}_{0}t}\hat{\rho}(t)\,e^{(i/\hbar)\mathscr{H}_{0}t}, \qquad (18)$$

где

$$\hat{\rho}(t)=\rho_{0}-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{t}dt'\,[\hat{v}_{nh}(t')\,\rho_{0}],$$

$$\rho_{0}=\frac{e^{-(\mathscr{H}_{0}/k_{B}T)}}{\mathrm{Sp}\,e^{-(\mathscr{H}_{0}/k_{B}T)}},$$

причем

$$\hat{v}_{nh}(t)=e^{(i/\hbar)\mathscr{H}_{0}t}v_{nh}(t)\,e^{-(i/\hbar)\mathscr{H}_{0}t}.$$

Используя выражения (18), (17) и (4), учитывая, что $\mathrm{Sp}\,b_{\mathbf{k}}\rho_{0}=0$, $\hat{b}_{\mathbf{k}}(t)=b_{\mathbf{k}}e^{-i\Omega_{nk}t}$, а также дополняя корреляционную функцию $\mathrm{Sp}\,\rho_{0}[b_{\mathbf{k}}(t)\,b_{\mathbf{k}'}^{+}]=\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\exp(-i\Omega_{nk}t)$ множителем $e^{-\varepsilon|t|}$ ($\varepsilon>0$), что равносильно учету диссипативных эффектов в системе, после некоторых вычислений найдем

$$\overline{b_{\mathbf{k}}(t)}=\mathrm{Sp}\,b_{\mathbf{k}}(t)\,\rho(t)=\left(\overline{b_{\mathbf{k}}^{+}(t)}\right)^{*}=(\mathrm{Sp}\,b_{\mathbf{k}}^{+}p(t))^{*}=$$
$$=\gamma\sqrt{\frac{IN}{2}}\left\{\frac{\delta_{\mathbf{k}\mathbf{Q}}e^{-i\omega t}}{\Omega_{nk}-\omega-i\varepsilon}\left[\left(\mu_{Q}+\nu_{Q}\right)\tilde{h}_{\mathbf{Q}}^{\xi}+i\left(\mu_{Q}-\nu_{Q}\right)\tilde{h}_{\mathbf{Q}}^{\eta}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{\delta_{\mathbf{k},-\mathbf{Q}}e^{i\omega t}}{\Omega_{nk}+\omega-i\varepsilon}\left[\left(\mu_{Q}+\nu_{Q}\right)\tilde{h}_{\mathbf{Q}}^{\xi*}+i\left(\mu_{Q}-\nu_{Q}\right)\tilde{h}_{\mathbf{Q}}^{\eta*}\right]\right\}. \qquad (19)$$

Полученный результат позволяет последовательно построить $\overline{a_{\mathbf{k}}(t)}$ и $\overline{a_{\mathbf{k}}^{+}(t)}$, $\overline{I_{i}^{+}(t)}$ и $\overline{I_{i}^{-}(t)}$ (т. е. $\overline{I_{i}^{\xi}(t)}$ и $\overline{I_{i}^{\eta}(t)}$) и, наконец, средние значения компонент ядерного спина в исходной системе координат $\overline{I_{i}^{x}(t)}$, $\overline{I_{i}^{y}(t)}$ и $\overline{I_{i}^{z}(t)}$, а вместе с ними и тензор динамической восприимчивости, устанавливающий связь между Фурье-компонентами динамической части среднего спина и эффективного магнитного поля.

Приведем выражение компонент этого тензора [9]

$$\chi^{xx}=-\chi_{1}\cos^{2}\Phi,\quad \chi^{xy}=-i\chi_{3}\cos\Phi,$$
$$\chi^{xz}=\chi^{zx}=\chi_{1}\sin\Phi\cos\Phi,\quad \chi^{yx}=i\chi_{3}\cos\Phi,$$

[8] Не содержащий операторы член опущен.

[9] Тензор динамической восприимчивости, устанавливающий связь между Фурье-трансформаторами динамической части среднего спина и переменного магнитного поля, следует из выражения (20) тривиальным образом.

$$\chi^{zz} = -\chi_1 \sin^2 \Phi, \quad \chi^{yz} = -i\chi_3 \sin \Phi,$$

$$\chi^{yy} = -\chi_2, \quad \chi^{zy} = i\chi_3 \sin \Phi, \tag{20}$$

$$\chi_1 (Q, \omega) = \gamma I \left(1 - \frac{\omega_{s0} - 2\omega_A}{\omega_{sQ}}\right) \left(\frac{A^2 IS}{\omega_{s0} - 2\omega_A}\right) G(\mathbf{Q}, \omega),$$

$$\chi_2 (\mathbf{Q}, \omega) = \gamma I \left(1 - \frac{\omega_{s0} - 2\omega_A}{\omega_{sQ} - 2\omega_A} \cos^2 \Phi\right) \left(\frac{A^2 IS}{\omega_{s0} - 2\omega_A}\right) G(\mathbf{Q}, \omega),$$

$$\chi_3 (\mathbf{Q}, \omega) = \gamma IF (\mathbf{Q}, \omega),$$

$$G(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{(\omega^2 - \Omega_{nQ}^2 - \varepsilon^2) - 2i\varepsilon\omega}{(\omega^2 - \Omega_{nQ}^2 - \varepsilon^2)^2 + 4\varepsilon^2\omega^2},$$

$$F(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{\omega (\omega^2 - \Omega_{nQ}^2 + \varepsilon^2) - i\varepsilon (\omega^2 + \Omega_{nQ}^2 + \varepsilon^2)}{(\omega^2 - \Omega_{nQ}^2 - \varepsilon^2)^2 + 4\varepsilon^2\omega^2}.$$

В однородном случае ($\mathbf{Q}=0$) и в условиях точной компенсации ($\Delta=0$, т. е. $\Phi=\pm\pi/2$) отсюда для отличных от нуля компонент тензора динамической восприимчивости, связывающего Фурье-компоненты среднего спина и переменного магнитного поля h^α, с учетом $\eta_y (\mathbf{Q}=0)=-1$ следует [10]

$$\chi'^{zz} = -\gamma I \Omega_{n0}(0) \left(\frac{2\omega_A}{\omega_{s0}}\right)^{1/2} \frac{1}{(\omega^2 - \Omega_{n0}^2 (0) - \varepsilon^2) + 2i\varepsilon\omega},$$

$$\chi'^{yz} = \mp \gamma I \frac{i\omega - \varepsilon}{(\omega^2 - \Omega_{n0}^2 (0) - \varepsilon^2) + 2i\varepsilon\omega}. \tag{21}$$

Нетрудно видеть, что эти выражения совпадают с полученными в работе [1].

4. В заключение вычислим мощность, поглощаемую ядерной спинсистемой, подверженной воздействию однородного переменного магнитного поля

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{n}h_0 \cos (\omega t - \delta), \tag{22}$$

линейно-поляризованного в направлении единичного вектора $\mathbf{n}$, лежащего в плоскости XZ и составляющего с осью z угол Θ. Такой выбор поля не ограничивает общности, поскольку, как было отмечено выше, y-составляющая однородного переменного поля не приводит к поглощению энергии. Эффективное магнитное поле, отвечающее внешнему (22), имеет, очевидно, вид

$$\tilde{h}^\alpha (t) = (1 + \eta_\alpha^0) h_\omega^\alpha e^{-i\omega t} + \text{к. с.} \quad (\alpha = x, z), \tag{23}$$

где [11]

$$h_\omega^x = (h_0/2) \sin \Theta e^{i\delta}, \quad h_\omega^z = (h_0/2) \cos \Theta e^{i\delta}, \quad \eta_x^0 = \eta_x \ (\mathbf{Q} = 0),$$

тогда как

$$\overline{I^\alpha (t)} = \chi^{\alpha\beta} (0, \omega) (1 + \eta_\beta^0) h_\omega^\beta e^{-i\omega t} + \text{к. с.} \quad (\alpha, \beta = x, z). \tag{24}$$

Далее мы будем исходить из хорошо известного выражения для скорости изменения энергии системы, гамильтониан которой явно зависит от времени через некий параметр λ [10]

$$\frac{dE}{dt} = \overline{\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda}} \frac{d\lambda}{dt}$$

---

[10] Этот результат равнозначен сделанному в работе [1] заключению об отсутствии сигнала ЯМР при воздействии (в условиях точной компенсации) переменного поля, поляризованного вдоль оси y.

[11] Согласно выражению (3), $\eta_z \equiv 0$.

и которое применительно к рассматриваемому случаю сводится к выражению

$$\frac{dE}{dt} = -\hbar\gamma N\overline{I^{\alpha}(t)}\,\frac{d\tilde{h}^{\alpha}(t)}{dt}. \tag{25}$$

Подставляя сюда соотношения (23) и (24), проводя усреднение по времени, а также используя выражение для тензора динамической восприимчивости (20), взятое при $\mathbf{Q}=0$, для поглощаемой ядерной спин-системой мощности получим

$$W = \gamma\omega_n m_0 V\,(h_0/2)^2(\gamma/g)(I/S)(H_n/H_0)\left(\frac{H_0}{H_A}-1\right)^{-1}\times$$
$$\times\left[(1+\eta_x^0)\cos\Phi\sin\theta-\sin\Phi\cos\theta\right]^2\frac{4\varepsilon\omega^2}{(\omega^2-\Omega_{n0}^2-\varepsilon^2)^2+4\varepsilon^2\omega^2}, \tag{26}$$

где $\omega_n=\gamma H_n$, $m_0=\hbar\gamma I/v$ — намагниченность ядер при абсолютном нуле, $v=V/N$ — объем элементарной ячейки, V — объем образца.

В предположении $\Omega_{n0}(0)\gg\varepsilon$ отсюда заключаем, что при достаточно больших углах Φ (когда $\Omega_{n0}(\Delta)\gg\varepsilon$) поглощение носит резонансный характер. При этом в окрестности резонанса ($\omega\approx\pm\Omega_{n0}+\delta\omega$) поглощаемая мощность дается выражением

$$W = \gamma\omega_n m_0 V\,(h_0/2)^2(\gamma/g)(I/S)(H_n/H_0)\left(\frac{H_0}{H_A}-1\right)^{-1}\times$$
$$\times\left[(1+\eta_x^0)\cos\Phi\sin\theta-\sin\Phi\cos\theta\right]^2\frac{\varepsilon}{(\delta\omega)^2+\varepsilon^2}. \tag{27}$$

При малых углах Φ, для которых $\Omega_{n0}(\Delta)\leqslant\varepsilon$, поглощение становится нерезонансным, причем $W(\omega\to 0)\to 0$.

Исследуем теперь зависимость поглощения от ориентации переменного поля. Прежде всего заметим, что при $\Theta=\Phi$

$$W = \gamma\omega_n m_0 V\,(n_0/2)^2(\gamma/g)(I/S)(H_n/H_0)\left(\frac{H_0}{H_A}-1\right)^{-1}\left(\frac{\eta_x^0}{2}\right)^2\sin^2 2\Phi\,\frac{\varepsilon}{(\delta\omega)^2+\varepsilon^2},$$

т. е. имеет место ЯМР в параллельном оси квантовая ядерного спина переменном поле. Поглощаемая мощность пропорциональна $(\eta_x^0)^2$, откуда следует, что наличие поглощения полностью обусловлено косвенным воздействием внешнего переменного поля на ядерную спин-систему через систему электронных спинов. Поглощение исчезает при $\Theta=\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\Phi)/(1+\eta_x^0)$, т. е. когда внешнее переменное поле составляет с осью квантования некий угол, величина которого зависит от параметра η_x^0. Максимальное поглощение имеет место при $\Theta=-\operatorname{arctg}\left[(1+\eta_x^0)\operatorname{ctg}\Phi\right]$ и определяется выражением

$$W = \gamma\omega_n m_0 V\,(h_0/2)^2(\gamma/g)(I/S)(H_n/H_0)\left(\frac{H_0}{H_A}-1\right)^{-1}\times$$
$$\times\left[1+\eta_x^0(2+\eta_x^0)\cos^2\Phi\right]\frac{\varepsilon}{(\delta\omega)^2+\varepsilon^2}. \tag{28}$$

Мы видим, таким образом, что из-за наличия косвенной связи максимум поглощения приходится на отличный от $\pi/2$ угол между осью квантования ядерного спина и направлением поляризации переменного поля.

Список литературы

[1] Цифринович В. И., Игнатченко В. А. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 9. С. 944—947.
[2] Сафонов В. Л. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 11. С. 263—270.
[3] Буишвили Л. Л., Менабде М. Г. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 6. С. 2435—2441.
[4] Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. Киев, 1971.
[5] Portis A. M., Gossard A. C. // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. № 5. P. 205S—213S.
[6] Абрагам А., Гольдман М. Ядерный магнетизм: порядок и беспорядок. Т. 2. М., 1984. С. 360.

[7] Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М., 1975. С. 527.
[8] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М., 1967. С. 368.
[9] Туров Е. А., Петров М. П. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. М., 1969. С. 260.
[10] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статическая физика. М., 1964. С. 567.

Институт физики АН ГССР
Тбилисский
государственный университет

Поступило в Редакцию
6 февраля 1991 г.