УДК 538.958

ЭКСИТОННЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

Е. Л. Ивченко

Выведены дисперсионные уравнения для нормальных световых волн в структуре с периодической цепочкой квантовых ям. При выводе используется теория нелокального диэлектрического отклика. Сформулированы условия применимости приближения однородной эффективной среды с локальной диэлектрической проницаемостью.

В [1, 2] изучалось отражение света от структуры, содержащей короткопериодичную сверхрешетку, в которой движение электрона трехмеризовано, или периодическую цепочку квантовых ям, в которой перекрытием волновых функций свободных носителей в соседних ямах можно пренебречь. Для описания диэлектрического отклика периодической гетероструктуры использовалось приближение однородной эффективной среды с локальной диэлектрической проницаемостью. В настоящей работе в рамках теории нелокального диэлектрического отклика выведены дисперсионные уравнения для нормальных световых волн в структуре с периодической цепочкой изолированных квантовых ям и сформулированы критерии применимости приближения однородной эффективной среды. Полученные результаты сравниваются с результатами работ [3, 4], в которых рассчитывались продольно-поперечное расщепление и радиационное время жизни экситона в структуре с одиночной квантовой ямой.

Для удобства изложения мы рассматриваем простейшую модель зонной структуры, согласно которой композиционные полупроводниковые материалы имеют кубическую симметрию, экстремумы зон расположены в точке Γ, междузонные оптические переходы в точке экстремума разрешены. Эта модель в полном объеме применима, например, для пары зон c, Γ_6 и v, Γ_7 в полупроводниках класса T_d. Изучается распространение света с частотой вблизи резонансной частоты основного состояния экситона в гетероструктуре, составленной из чередующихся слоев толщины a (квантовые ямы) и b (барьеры). Введем огибающую волновой функции экситона в одиночной квантовой яме

$$\Psi_{SQW} \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_x X + ik_y Y)\, \varphi_{SQW}(\rho,\ z_e,\ z_h), \tag{1}$$

где ось z — главная ось гетероструктуры; X, Y — координаты «центра тяжести» экситона в плоскости (x, y); $\rho_x = x_e - x_h$; $\rho_y = y_e - y_h$; e и h — индексы электрона и дырки в экситоне. Функция φ_{SQW} нормирована условием

$$\int |\varphi_{SQW} = |^2 d\rho_x d\rho_y dz_e dz_h = 1.$$

Вследствие туннелирования носителей под барьер эта функция может быть отлична от нуля и при z_e или z_h вне области квантовой ямы. Предполагается, что барьеры в периодической структуре достаточно толстые:

в середине барьера, т. е. на расстоянии $\sim b/2$ от гетерограницы, функция φ_{SQW} $(\rho,\ z_e,\ z_h)$ затухает до пренебрежимо малой величины.

Сформулируем основные результаты, полученные ниже в приближении однородной эффективной среды. В этом приближении распространение световых волн в гетероструктуре описывается тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\alpha\beta}$, имеющим две линейно-независимые компоненты

$$\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}\equiv\varepsilon_{\perp}=\varepsilon_b+\frac{\varepsilon_b\omega_{LT}^{MQW}}{\omega_0-\omega-i\Gamma},$$

$$\varepsilon_{zz}\equiv\varepsilon_{\parallel}=\varepsilon_b+\frac{\varepsilon_b\omega_{LT}^{MQW}}{\omega_0'-\omega-i\Gamma}. \tag{2}$$

Здесь ε_b — фоновая диэлектрическая проницаемость, ω_0 — частота, Γ — затухание экситона в одиночной квантовой яме,

$$\omega_{LT}^{MQW}=\omega_{LT}\frac{\pi a_B^3}{d}\left[\int\Phi(z)\,dz\right]^2,$$

$$\omega_0'=\omega_0+\omega_{LT}\pi a_B^3\int\Phi^2(z)\,dz-\omega_{LT}^{MQW}, \tag{3}$$

$\Phi(z)=\varphi_{SQW}$ $(0,\ z,\ z)$, a_B — боровский радиус экситона в объемном полупроводнике, ω_{LT} отличается от продольно-поперечного расщепления экситона в объемном материале множителем $(\omega_0^{3D}/\omega_0)^2$, ω_0^{3D} — частота возбуждения трехмерного экситона.

Основной критерий применимости выражений для $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$ сводится к неравенству

$$\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2\frac{\varepsilon_b\omega_{LT}^{MQW}}{|\omega_0-\omega-i\Gamma|}\ll 1 \tag{4}$$

и аналогичному неравенству, получаемому заменой ω_0 на ω_0'. Здесь λ — длина волны света в вакууме, $d=a+b$; мы рассматриваем структуры с малым периодом d, удовлетворяющим условию

$$\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_b}\,d\ll 1. \tag{5}$$

Критерий (4) отличается от указанного в [3, 4] условия $\omega_{LT}^{MQW}\ll\Gamma$.

1. *TE*-волны

Выведем дисперсионное уравнение для TE-волн $\mathbf{E}(z)\exp(ik_x x+ik_y y)$ с $\mathbf{E}\perp(\mathbf{k}_{\perp},\ z)$. Для рассматриваемой структуры это уравнение можно связать с амплитудными коэффициентами отражения r и пропускания t одиночной ямой, заключенной между полубесконечными барьерами (см. [5, с 154])

$$2\cos Qd=(\tilde{t}^2-\tilde{r}^2+1)/\tilde{t}, \tag{6}$$

где $\tilde{t}=t\exp(iKd)$; $\tilde{r}=r\exp(iKd)$; $K=(k_0^2\varepsilon_b-k_x^2)^{1/2}$; $k_{\perp}^2=k_x^2+k_y^2$; $k_0=\omega/c$; Q — z-компонента волнового вектора света в периодической гетероструктуре, приведенная к первой зоне Бриллюэна, т. е. $|\operatorname{Re}Q|\leqslant\pi/d$. Для расчета t и r нужно решить волновое уравнение для электрического поля

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k_{\perp}^2\right)\mathbf{E}(z)=k_0^2[\varepsilon_b\mathbf{E}(z)+4\pi\mathbf{P}_{\text{exc}}(z)] \tag{7а}$$

или эквивалентное ему уравнение

$$\mathbf{E}(z)=\mathbf{E}_0e^{iKz}+2\pi i\frac{k_0^2}{K}\int\mathbf{P}_{\text{exc}}(z')\,e^{iK|z-z'|}dz'. \tag{7б}$$

Здесь $\mathbf{E}_0$ — амплитуда падающей на квантовую яму световой волны, $\mathbf{P}_{exc}$ — вклад выделенного экситонного резонанса ω_0 в диэлектрическую поляризацию. Для полупроводника с простой зонной структурой

$$4\pi \mathbf{P}_{exc}(z) = T\Phi(z) \int \Phi(z')\,\mathbf{E}(z')\,dz', \tag{8}$$

где

$$T = \frac{\varepsilon_b \omega_{LT} \pi a_B^3}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}, \quad \varepsilon_b \omega_{LT} a_B^3 = \frac{4e^2 P_{cv}^2}{\hbar \omega_0^2 m_0^2}, \tag{9}$$

m_0 — масса свободного электрона; P_{cv} — междузонный матричный элемент оператора импульса, различием которого в композиционных материалах пренебрегается. Для простоты мы пренебрегаем также пространственной дисперсией, связанной с конечностью эффективной массы экситона M, что допустимо при

$$\omega_{LT}^{MQW} \frac{\hbar k_\perp^2}{2M} \ll \Gamma^2. \tag{10}$$

Подставляя (8) в (7б) и решая интегральное уравнение (7б), получаем

$$t = 1 + r, \quad r = \frac{i\Gamma_0}{\bar{\omega}_0 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)}, \tag{11}$$

где

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_b k_0 a}{\sqrt{\varepsilon_b - n_\perp^2}} \omega_{LT}^{SQW}, \tag{12}$$

$$\omega_{LT}^{SQW} = \omega_{LT} \frac{\pi a_B^3}{a} \left[\int \Phi(z) \cos Kz dz \right]^2, \tag{13}$$

$$\bar{\omega}_0 = \omega_0 + \frac{1}{2} \omega_{LT} \pi a_B^3 K \int\int \Phi(z)\Phi(z') \sin K|z - z'|\,dzdz', \tag{14}$$

$n_\perp = k_\perp / k_0$. Величина $\tau_0 = (2\Gamma_0)^{-1}$ есть радиационное время жизни экситона в одиночной квантовой яме [4]. При выводе (11)—(13) учтено, что для $1s$-экситона в симметричной яме функция $\Phi(z)$ инвариантна относительно отражения в плоскости, перпендикулярной оси z и проходящей через центр ямы.

Подставляя (11) в (6), получим после ряда преобразований дисперсионное уравнение для TE-волн в виде

$$\cos Qd = \cos Kd - \sin Kd \frac{\Gamma_0}{\bar{\omega}_0 - \omega - i\Gamma}. \tag{15}$$

Отметим, что в отличие от (11) здесь в знаменателе резонансного слагаемого отсутствует член $-i\Gamma_0$. Разлагая тригонометрические функции в (13), (15) по малым параметрам

$$|Qd|^2/12, \quad K^2 d^2 \ll 1, \tag{16}$$

можно привести (15) к уравнению для TE-волн в однородном одноосном кристалле

$$Q^2 + k_\perp^2 = k_0^2 \varepsilon_\perp(\omega), \tag{17}$$

где проницаемость $\varepsilon_\perp$ введена в (2). Заменяя в (16) Q^2 на $k_0^2 \varepsilon_b \omega_{LT}^{MQW} / (\omega_0 - \omega - i\Gamma)$, приходим к критерию применимости приближения эффективной среды в форме (4). При его выполнении можно пренебречь различием между частотами ω_0 в (8) и $\bar{\omega}_0$ в (11).

2. Волны, распространяющиеся в плоскости слоев

Рассмотрим теперь волны, распространяющиеся вдоль оси x и периодические в направлении z с периодом d, т. е. волны с $k_x \neq 0$, $Q = k_y = 0$. Дисперсионные уравнения (15), (17) для TE-волн с вещественными компонентами k_x и k_y применимы в равной мере для расчета дисперсии TE-волн с $Q=k_y=0$ и комплексной компонентой k_x. Для расчета TM-волн нужно решить уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E}=k_0^2\mathbf{D},\quad \operatorname{div}\mathbf{D}=0 \tag{18}$$

с уравнением материальной связи

$$\mathbf{D}(z)=\varepsilon_b\mathbf{E}(z)+T\sum_l\Phi_l(z)\int\Phi_l(z')\,\mathbf{E}(z')\,dz', \tag{19}$$

где l — номер квантовой ямы, $\Phi_l(z)=\Phi(z-ld)$. Имеются два типа TM-решений с $Q=0$

$$E_x(-z)=E_x(z),\quad E_z(-z)=-E_z(z), \tag{20а}$$

$$E_x(-z)=-E_x(z),\quad E_z(-z)=E_z(z). \tag{20б}$$

Так как среднее поле для первого и второго решений поляризовано вдоль оси x и z, эти решения описывают соответственно продольный экситон и поперечный экситонный поляритон необыкновенной поляризации.

Продольный экситон. Уравнения (18), (19) для волны (20а) с учетом симметрии этой волны принимают вид

$$k_x^2E_z+ik_x\frac{\partial E_x}{\partial z}=k_0^2\varepsilon_bE_z,$$

$$ik_x\frac{\partial E_z}{\partial z}-\frac{\partial^2E_x}{\partial z^2}=k_0^2(\varepsilon_bE_x+4\pi P_{\text{exc},\,x}) \tag{21а}$$

или

$$E_x(z)=\frac{i}{2}\frac{K}{\varepsilon_b}T\int dz'e^{iK|z-z'|}\sum_l\Phi_l(z')\int\Phi_l(z'')\,E_x(z'')\,dz''. \tag{21б}$$

Умножив левую и правую части уравнения (21б) на $\Phi(z)$ и проинтегрировав их по z, получим дисперсионное уравнение для продольного экситона

$$1=\frac{i}{2}\frac{K}{\varepsilon_b}T\iint dzdz'e^{iK|z-z'|}\Phi(z)\sum_l\Phi_l(z'). \tag{22}$$

Двойной интеграл можно преобразовать к виду

$$\iint dzdz'\sin K|z-z'|\,\Phi(z)\,\Phi(z')+i\operatorname{ctg}\frac{Kd}{2}\left[\int\Phi(z)\cos Kzdz\right]^2.$$

При $|Kd|^2\ll 1$ получаем вместо (22)

$$1=-\frac{\omega_{LT}^{MQW}}{\omega_0-\omega-i\Gamma}\quad\text{или}\quad \varepsilon_\perp(\omega)=0,$$

как и должно быть в приближении однородной среды.

Для расчета частоты продольного экситона в структуре с одиночной квантовой ямой нужно в (22) в сумме по l оставить один член с $l=0$. Тогда при $|Kd|^2\ll 1$ получаем результат работы [3]

$$1=-\frac{1}{2}k_0\sqrt{n_x^2-\varepsilon_b}\,a\frac{\omega_{LT}^{SQW}}{\omega_0-\omega-i\Gamma}, \tag{23}$$

где величина ω_{LT}^{SQW}, введенная в (13), отличается от ω_{LT}^{MQW} множителем $(a+b)/a$ [4, 6]. Таким образом, частота квазипродольного поляритона в одиночной квантовой яме сдвинута относительно ω_0 (при $n_x^2>\varepsilon_b$) на величину

$$k_0 \sqrt{n_x^2 - \varepsilon_b}\, a\omega_{LT}^{SQW}/2$$

и этот сдвиг не совпадает с ω_{LT}^{SQW}. В то же время частота продольной волны в структуре с периодической цепочкой квантовых ям удовлетворяет уравнению $\varepsilon_\perp(\omega)=0$ и равна $\omega_0+\omega_{LT}^{MQW}$.

Поперечный поляритон необыкновенной поляризации. Уравнения Максвелла для волны (20б) можно привести к виду

$$-\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+K^2\right) D_z = k_x^2 T \sum_l \Phi_l(z) \int \Phi_l(z') E_z(z')\, dz',$$

$$D_z = \varepsilon_b E_z + T \sum_l \Phi_l(z) \int \Phi_l(z') E_z(z')\, dz' \qquad (24а)$$

или

$$D_z(z) = \frac{i}{2}\frac{k_x^2}{K} T \int dz' e^{iK|z-z'|} \sum_l \Phi_l(z') \int dz'' \Phi_l(z'') E(z''). \qquad (24б)$$

Умножая (24б) на $\Phi(z)$ и интегрируя по z, получаем дисперсионное уравнение

$$\varepsilon_b + T\left[\int \Phi^2(z)\, dz - \frac{i}{2}\frac{k_x^2}{K} \int dz dz' e^{iK|z-z'|} \Phi(z) \sum_l \Phi_l(z')\right] = 0. \qquad (25)$$

При $|Kd|^2 \ll 1$ это уравнение преобразуется к виду

$$1 + \frac{1}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}\left(\omega_{LT}\pi a_B^3 \int \Phi^2(z)\, dz + \frac{k_x^2}{\varepsilon_b k_0^2 - k_x^2}\omega_{LT}^{MQW}\right] = 0,$$

что совпадает с дисперсионным уравнением

$$k_x^2 = k_0^2 \varepsilon_\parallel(\omega), \qquad (26)$$

где проницаемость $\varepsilon_\parallel$ введена в (2). В связи с различием частот ω_0 и ω_0' в (2) отметим неточность в формуле (24) для $\tilde{\varepsilon}_{zz}$ в [7]: к резонансному знаменателю $\omega_{2N+1}(\varkappa) - \omega$ нужно добавить слагаемое $\omega_{LT} - \omega_{LT}^{(2N+1)}$.

Для структуры с одиночной квантовой ямой вместо (26) получаем

$$\omega = \omega_0 + \omega_{LT}\pi a_B^3 \left\{\int \Phi^2(z)\, dz - \frac{1}{2}\frac{k_x^2}{\sqrt{k_x^2 - \varepsilon_b k_0^2}}\left[\int \Phi(z)\, dz\right]^2\right\} - i\Gamma \qquad (27)$$

в согласии с [3]. При $k_x=0$ рассматриваемая волна поляризована вдоль оси z и ее частота в структуре с цепочкой квантовых ям совпадает с частотой аналогичной волны в структуре с одиночной квантовой ямой.

Использованный здесь подход пригоден и для расчета дисперсии световых волн в окрестности экситонов $e1-hh1$ или $e1-lh1$ в структурах типа $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. В этом случае нужно учесть различие матричных элементов для междузонных оптических переходов в поляризациях $\mathbf{E} \parallel z$ и $\mathbf{E} \perp z$. В частности, для экситона $e1-hh1$ в интегральном слагаемом в (8) нужно сохранить только составляющую поля $\mathbf{E} \perp z$, вследствие чего компонента диэлектрического тензора эффективной среды $\varepsilon_\parallel$ совпадает с ε_b.

В заключение отметим, что приближение однородной эффективной среды при сопоставимых ω_{LT}^{MQW} и Γ применимо, так как период изучаемых гетероструктур, как правило, удовлетворяет неравенству (5), при котором $\varepsilon_b (d/\lambda)^2 \ll 1$.

Список литературы

[1] Uraltsev I. N., Ivchenko E. L., Kop'ev P. S., Kochereshko V. P., Yakovlev D. R. // Phys. Stat. Sol. 1988. V. 150(b). N 2. P. 673—678.

[2] Ivchenko E. L., Kochereshko V. P., Kop'ev P. S., Kosobukin V. A., Uraltsev I. N., Yakovlev D. R. // Sol. St. Commun. 1989. V. 70. N 5. P. 529—534.

[3] Andreani L. C., Bassani F. // Phys. Rev. 1990. V. B41. N 11. P. 7536—7544.
[4] Andreani L. C., Tassone F., Bassani F. // Sol. St. Commun. 1991. V. 77. P. 641.
[5] Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т. 1. М.; Мир, 1979. 399 с.
[6] Ivchenko E. L., Kochereshko V. P., Uraltsev I. N., Yakovlev D. R. // Phys. Stat. Sol. 1990. V. 161(b). N 1. P. 217—221.
[7] Ивченко Е. Л., Кособукин В. А. // ФТП. 1988. Т. 22. № 1. С. 24—30.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
13 марта 1991 г.