© *Физика твердого тела, том 33, № 8, 1991*
Solid State Physics, vol. 33, N 8, 1991

КОРРЕЛИРОВАННОЕ И СЖАТОЕ СОСТОЯНИЯ В ПАРАМЕТРИЗОВАННОМ КОНТАКТЕ ДЖОЗЕФСОНА

С. Т. Павлов, А. В. Прохоров

1. Развитие теории новых типов состояний квантовых систем: когерентных (КС) [1], сжатых когерентных (СКС) [2, 3], коррелированных когерентных (ККС) [4–6], не являющихся собственными состояниями оператора энергии, открывает новые пути изучения квантовостатистических свойств физических систем. Что касается СКС и ККС, то их реализация — одна из проблем современной квантовой оптики и физики твердого тела. Результаты настоящей работы указывают на перспективность использования в этих целях КД с изменяющимися во времени параметрами.

2. Рассмотрим изолированный (внешний ток $I=0$) КД, характеризуемый параметрами емкости C, критического тока I_c, энергии $E_c=\hbar I_c/e^*$ ($e^*=2e$, e — величина заряда электрона). В случае пренебрежимо малых потерь (нормальная (квазичастичная) составляющая тока $I_N=0$) собственная энергия КД определяется выражением [7]

$$E=Q^2/2C+E_c(1-\cos\varphi)=p_\varphi^2/2\mu+E_c(1-\cos\varphi), \tag{1}$$

где

$$p_\varphi=\hbar Q/e^*=\mu\dot{\varphi},\quad \mu=(\hbar/e^*)^2C,\quad \hbar\dot{\varphi}=e^*V,\quad V=QC,\quad \omega_p=(e^*I_c/\hbar C)^{1/2}.$$

Слагаемые в правой части (1) представляют соответственно «кинетическую» и «потенциальную» энергии КД. Квантование осуществляется заменой Q (p_φ) и φ операторами $\hat{Q}$ ($\hat{p}\varphi$) и $\hat{\varphi}$ с коммутационными соотношениями $[\hat{\varphi},\hat{Q}]=ie^*$, $[\hat{p}_\varphi,\varphi]=-i\hbar$, $[\hat{\varphi},\hat{V}]=-ie^*/C$. Проводя разложение «потенциальной» энергии по малым φ вблизи $\varphi=0$ (так как при $\hbar\omega_p\ll E_c$ волновая функция системы локализована вблизи $\varphi=0$), приходим к стандартному выражению для гамильтониана осциллятора [8]

$$\mathscr{H}=\hat{p}_\varphi^2/2\mu+\frac{1}{2}\mu\omega_p^2\hat{\varphi}^2, \tag{2}$$

энергетический спектр которого определяется выражением

$$E_n=(n+1/2)\hbar\omega_p. \tag{3}$$

Для КД с малым затуханием ($\beta\gg1$, где $\beta=(\omega_c/\omega_p)^2$, $\omega_c=e^*I_cR_N/\hbar$) (3) справедливо даже для больших n. Переходя к безразмерным переменным

$$\phi=\varphi/\varphi_0,\quad p_\phi=\varphi_0p_\varphi/\hbar,\quad \varphi_0=(\hbar/\mu\omega_p)^{1/2}, \tag{4}$$

проводим стандартную процедуру квантования с введением Бозе-операторов [8]

$$a=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi+\frac{\partial}{\partial\phi}\right),\quad a^+=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi-\frac{\partial}{\partial\phi}\right) \tag{5}$$

и определяем интегралы движения [6]

$$a(t)=\frac{\exp(i\omega_pt)}{\sqrt{2}}(\phi+ip_\phi),$$

$$a^+(t)=\frac{\exp(-i\omega_pt)}{\sqrt{2}}(\phi-ip_\phi), \tag{6}$$

Определяя вакуумное (основное) $|0t\rangle$ и когерентное $|\alpha t\rangle$ состояния

$$a(t)\,|\,0t\rangle = 0, \quad a(t)\,|\,\alpha t\rangle = \alpha\,|\,\alpha t\rangle, \tag{7}$$

вычислим дисперсии для когерентного состояния

$$\sigma_{\varphi^2} = 1/2, \quad \sigma_{p_\varphi^2} = 1/2, \quad \sigma_{\varphi p_\varphi} = 0 \tag{8}$$

и основного состояния

$$\sigma_{\varphi^2} = \varphi_0^2/2, \quad \sigma_{p_\varphi^2} = 1/2\varphi_0^2, \quad \sigma_{\varphi p_\varphi} = 0, \tag{9}$$

а также коэффициенты сжатия k и корреляции r

$$k = \sigma_{\varphi^2}/\sigma_{p_\varphi^2} = 1, \quad r = \sigma_{\varphi p_\varphi}/(\sigma_{\varphi^2}\sigma_{p_\varphi^2})^{1/2}. \tag{10}$$

При $\omega_p = \mathrm{const}$ эти значения дисперсий и коэффициентов сжатия и корреляции не меняются со временем, что указывает на неизменность квантово-статистических свойств системы в процессе ее свободной эволюции [6].

3. При включении КД в цепь с произвольно зависящим от времени током $I(t)$ вместо (2) имеем

$$\hat{\mathscr{H}} = p_\varphi^2/2\mu + E_c(1 - \cos\varphi) - (\hbar/e^*)\,I(t)\,\varphi. \tag{11}$$

Проводя процедуру линеаризации (11) вблизи локального минимума φ_n (где $\varphi_n = 2\pi n + \arcsin j$, $j = I(t)/I_c$ соответствуют «классическим» устойчивым состояниям разности фаз, т. е. обычному сверхпроводящему состоянию КД [7]), получим для гамильтониана малых колебаний вблизи положения равновесия φ_n следующее выражение [7]:

$$\hat{\mathscr{H}} = p_\varphi^2/2\mu + \frac{1}{2}\,\varphi^2 E_c \cos\varphi_n. \tag{12}$$

Этот гамильтониан соответствует осциллятору с собственной частотой

$$\omega_0 = \omega_p(1 - j^2)^{1/4}(\pi\Phi)^{-1/2}\sin\pi\Phi, \tag{13}$$

где Φ — поток, измеренный в единицах $\Phi = ch/e^*$. Формула (13) дает зависимость частоты ω_0 КД от величины внешнего тока и поля H [7, 9].

4. Теперь предположим, что параметр ω_0 КД может изменяться со временем неадиабатическим образом $\omega_0 = \omega_0(t)$. Вводим Бозе-операторы [6]

$$\begin{gathered} b(t) = u(t)\,a + v(t)\,a^+, \quad [b(t),\ b^+(t)] = 1, \\ b_+(t) = u^*(t)\,a^+ + v^*(t)\,a, \quad |u|^2 - |v|^2 = 1, \end{gathered} \tag{14}$$

где параметризация задается с помощью трех вещественных величин ψ, τ, Θ через соотношение

$$\begin{pmatrix} u & v \\ v^* & u^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\tau & \exp(-i\Theta)\operatorname{sh}\tau \\ \exp(i\Theta)\operatorname{sh}\tau & \operatorname{ch}\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\psi} & 0 \\ 0 & e^{-i\psi} \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Если теперь аналогично п. 2, 3 построить с помощью операторов $b(t)$, $b^+(t)$ основное и когерентное состояния, то они будут являться, с точки зрения измерения координаты и импульса (т. е. по отношению к операторам a, a^+ (5)), ККС, для которых дисперсии и коэффициенты сжатия и корреляции имеют следующий вид [6]:

$$\begin{gathered} \sigma_{\varphi^2} = (1/2)[\operatorname{ch}2\tau - \cos(2\psi + \Theta)\operatorname{sh}2\tau], \\ \sigma_{p_\varphi^2} = (1/2)[\operatorname{ch}2\tau + \cos(2\psi + \Theta)\operatorname{sh}2\tau], \\ k = [\operatorname{cth}2\tau - \cos(2\psi + \Theta)]/[\operatorname{cth}2\tau + \cos(2\psi + \Theta)], \\ r = [\operatorname{cth}^2 2\tau - \cos^2(2\psi + \Theta)]^{-1}\sin(2\psi + \Theta). \end{gathered} \tag{16}$$

При $\psi = 0$ имеем чисто сжатое состояние: $r = 0$, $k = \exp(-4\tau)$.

В случае скачкообразного изменения частоты [10]

$$\omega_0 = \begin{cases} \omega_0', & t \leqslant 0, \\ \omega_0, & t > 0, \end{cases} \quad \Theta(t) = t\omega_0'(t) + \Theta_0 \tag{17}$$

получаем

$$\sigma_{\Phi^2} = (2\omega_0')^{-1}[\mathrm{ch}\,2R + \cos 2\omega_0' t\,\mathrm{sh}\,2R],$$

$$\sigma_{p_\Phi^2} = (\omega_0'/2)[\mathrm{ch}\,2R - \cos 2\omega_0' t\,\mathrm{sh}\,2R],$$

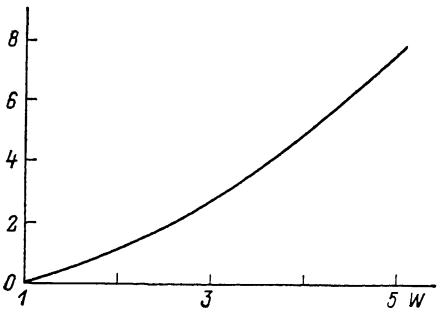
$$k = (\omega_0')^{-2}[\mathrm{ch}\,2R + \cos(2\omega_0' t)\,\mathrm{sh}\,2R][\mathrm{ch}\,2R - \cos 2\omega_0' t\,\mathrm{sh}\,2R]^{-1},$$

$$r = [\mathrm{cth}^2\,2R - \cos^2 2\omega_0' t]^{-1/2} \sin 2\omega_0' t,$$

$$R = (1/2)\ln(\omega_0'/\omega), \tag{18}$$

т. е. происходит сжатие дисперсии по одной из координат, пульсирующее со временем по закону $\cos 2\omega_0' t$.

5. Обратимся теперь к вопросу о возможной реализации ККС в КД. Формула (13) определяет зависимость частоты «плазменного» резонанса от величины внешнего тока $I(t)$ и приложенного магнитного поля (здесь полагается $T \to 0$). Эта зависимость впервые экспериментально наблюдалась в [9] и хорошо выполняется для туннельных переходов. Таким образом, резкое изменение внешних параметров должно приводить к неадиабатическому изменению «плазменной» частоты и, согласно п. 4, к организации ККС в КД.



Из экспериментов и вычислений [7] следует, что в КД переход к макроскопическому квантовому туннелированию от термоактивационных процессов происходит при температуре $T_Q = \hbar\omega_\theta/2\pi k_Б$ ($\sim 10 \div 100$ мК для обычных туннельных переходов). Поэтому организация ККС в КД за счет неадиабатического изменения «плазменной» частоты КД должна приводить к увеличению T_Q. Это можно показать, используя в выражении для T_Q формулы (17) для изменения частоты и (18) для r и проводя усреднение по времени измерения T. Зависимость увеличения T_Q от величины скачка частоты $W = \omega_0'/\omega$ приведена на рисунке.

Список литературы

[1] Glauber R. J. // Phys. Rev. 1963. V. 131. N 6. P. 2766—2788.
[2] Stoler D. // Phys. Rev. D. 1970. V. 1. N 12. P. 3217—3219.
[3] Lu E. Y. C. // Lett. Nuovo Cim. 1971. V. 2. N 24. P. 1241—1244.
[4] Dodonov V. V., Kurmyshev E. V., Man'ko V. I. // Phys. Lett. A. 1980. V. 79. N 2/3. P. 150—152.
[5] Додонов В. В., Курмышев Е. В., Манько В. И. // Тр. ФИАН. 1986. Т. 176. С. 128—150.
[6] Додонов В. В., Манько В. И. // Тр. ФИАН. 1987. Т. 183. С. 71—181.
[7] Лихарев К. К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. С. 320.
[8] Хакен Х. Квантополевая теория твердого тела. М.: Наука, 1980. С. 341.
[9] Dahm A. J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1968. V. 20. P. 859—862.
[10] Xin Ma, Rhodes W. // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. N 4. P. 1941—1947.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
23 января 1991 г.