УДК 539.211

СДВИГОВЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ УПРУГОЙ СРЕДЫ С НЕМАТИЧЕСКИМ ЖИДКИМ КРИСТАЛЛОМ

С. Я. Ветров, В. Ф. Шабанов

Исследуются сдвиговые поверхностные акустические волны, распространяющиеся вдоль границы раздела изотропной среды с нематическим жидким кристаллом (НЖК). Получены выражения для параметров, характеризующих длину пробега поверхностной акустической волны и глубину ее проникновения в изотропную среду и жидкий кристалл. Учет специфики НЖК (по сравнению с обычной жидкостью) — сильную анизотропию коэффициентов вязкости — показывает возможность эффективно управлять длиной пробега волны и глубиной ее локализации в контактирующих средах за счет изменения ориентации директора НЖК (например, внешним электрическим полем).

В работах [1, 2] исследовано влияние вязкого нагружения поверхности твердого тела на распространение сдвиговых акустических волн. Показано, что вязкая нагрузка поверхности упругой среды приводит к локализации сдвиговой волны у поверхности и затуханию образующихся сдвиговых поверхностных волн. Микроскопическое рассмотрение диссипативных эффектов взаимодействия поверхности кристаллической решетки со средой проведено в работах [3–5]. В настоящее время поверхностные акустические волны активно исследуются в связи с широким применением этих волн в акустоэлектронике. Привлекают внимание, в частности, волны, распространяющиеся вдоль границы раздела двух сред. Представляет интерес исследовать сдвиговые поверхностные акустические волны на границе упругой среды с нематическим жидким кристаллом (нематиком). Интерес обусловлен целым рядом уникальных свойств нематиков — прежде всего сильной анизотропией коэффициентов вязкости.

В данной работе мы изучаем распространение сдвиговых поверхностных акустических волн на границе нематика с упругой средой в зависимости от ориентации директора НЖК.

Пусть упругая среда занимает область $x_1 > 0$, а нематик область $x_1 < 0$. Упругие свойства среды описываются двумя параметрами — плотностью ρ и поперечной скоростью звука c_t. Рассматриваются сдвиговые поверхностные волны на границе упругой среды и нематика со смещением вдоль x_2-направления, распространяющиеся в x_3-направлении; в волне испытывают колебания смещение упругой среды u_2 и скорость движения частиц нематика v_2, зависящие от координат x_1, x_3 (и от времени t), но не от x_2.

Для описания сдвиговых колебаний в твердом теле используется уравнение движения упругой среды [6]

$$\ddot{u}_2(x_1, x_3, t) = \frac{\partial \sigma_{2j}(x_1, x_3, t)}{\partial x_j}, \tag{1}$$

где компоненты тензора напряжений изотропной среды

$$\sigma_{ij} = (E/(1+\sigma))\left(u_{ij} + \frac{\sigma}{1-\sigma} u_{ll}\delta_{ij}\right),$$

здесь σ, E — коэффициент Пуассона и модуль Юнга; компоненты тензора деформации

$$2u_{ij}=(\partial u_i/\partial x_j+\partial u_j/\partial x_i).$$

Отличны от нуля следующие компоненты тензора напряжений:

$$\sigma_{21}=\rho c_t^2\frac{\partial u_2}{\partial x_1},\quad \sigma_{23}=\rho c_t^2\frac{\partial u_2}{\partial x_3},\quad c_t^2=\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}. \tag{2}$$

С учетом (2) формула (1) сводится к виду

$$\ddot{u}(x_1,\ x_3,\ t)=c_t^2\Delta u_2(x_1,\ x_3,\ t), \tag{3}$$

где

$$\Delta=\partial^2/\partial x_1^2+\partial^2/\partial x_3^2.$$

Для описания сдвиговых колебаний в нематике используется уравнение движения для линейной скорости частицы [7], которое при отсутствии внешних сил и пренебрежении градиентами директора имеет вид

$$\rho'\dot{v}_2(x_1,\ x_3,\ t)=\frac{\partial\sigma'_{j2}(x_1,\ x_3,\ t)}{\partial x_j}, \tag{4}$$

где ρ' — плотность жидкости (которую мы считаем несжимаемой), вязкий тензор напряжений нематической жидкости

$$\sigma'_{ji}=\mu_1 n_k n_m d_{km} n_i n_j+\mu_2 n_j N_i+\mu_3 n_i N_j+\mu_4 d_{ji}+\mu_5 n_j n_k d_{ki}+\mu_6 n_i n_k d_{kj},$$

где n_j — компоненты директора,

$$N_i=-\omega_{ik}n_k,\ 2d_{ij}=v_{ij}+v_{ji},\ 2\omega_{ij}=v_{ij}-v_{ji},$$
$$v_{ij}=\frac{1}{2}(\partial v_i/\partial x_j+\partial v_j/\partial x_i),$$

$\mu_1, \ldots, \mu_6$ — коэффициенты вязкости. Отметим, что ранее в рамках принятого нами приближения (несжимаемость нематика и пренебрежение градиентами директора) Мартин и Кандо предложили ультразвуковой метод изучения коэффициентов вязкости НЖК [7–9]. Коэффициенты вязкости, определенные этим методом, достаточно хорошо согласуются с соответствующими коэффициентами вязкости, полученными по данным изучения течения в капиллярах [7, 9].

Рассмотрим в первую очередь случай планарной ориентации директора нематика ($\mathbf{n}=(0,\ n_2,\ n_3)$). Кроме того, считаем, что молекулы нематика жестко связаны с поверхностью упругой среды. В этом случае компоненты вязкого тензора напряжений в уравнении (4)

$$\sigma'_{12}=\frac{1}{2}(\mu_3 n_2^2+\mu_4+\mu_6 n_2^2)\frac{\partial v_2}{\partial x_1},$$

$$\sigma'_{22}=\frac{1}{2}n_2 n_3(2\mu_1 n_2^2+\mu_5+\mu_6-\mu_2-\mu_3)\frac{\partial v_2}{\partial x_3},$$

$$\sigma'_{32}=\left[n_3^2(\mu_1 n_2^2-\mu_2/2+\mu_5/2)+\frac{n_2^2}{2}(\mu_3+\mu_4+\mu_6)\right]. \tag{5}$$

Уравнения (3) и (4) должны решаться при условиях равенства напряжений и скоростей сред на границе твердое тело—нематик

$$e_j\sigma_{ji}=e_j\sigma'_{ji},\ \dot{u}_2=v_2,\ x_1=0, \tag{6}$$

где e_j — компоненты единичного вектора, направленного по оси x_1, и при условиях $u_2\to 0$ при $x_1\to\infty$; $v_2\to 0$ при $x_1\to-\infty$ вдали от границы раздела. Отличные от нуля компоненты вязкого тензора напряжений, входящие в граничные условия (6)

$$\sigma'_{12},\ \sigma'_{13}=\frac{n_2 n_3}{2}(\mu_3+\mu_6)\frac{\partial v_2}{\partial x_1}. \tag{7}$$

Для заданной модели условие $\sigma'_{13}=0$ в (6) может быть выполнено, если $n_2=0\,(n_3=1)$ либо $n_3=0$, $(n_2=1)$. Коэффициент вязкости $(\mu_3+\mu_6)$ для известных нам НЖК отличен от нуля.

1) В случае, когда $\mathbf{n}=(0,\ 0,\ 1)$, уравнение (4) с учетом (5) сводится к виду

$$\rho'\dot{v}_2(x_1,\ x_3,\ t)=\left(\eta_3\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\eta_2\frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\right)v_2(x_1,\ x_3,\ t), \qquad (8)$$

где $\eta_3=\mu_4/2$, $\eta_2=(-\mu_2+\mu_4+\mu_5)/2$. Условия на границе (6) принимают вид

$$\rho c_t^2\frac{\partial u_2}{\partial x_1}=\eta_3\frac{\partial v_2}{\partial x_1},\quad \dot{u}_2=v_2,\ x_1=0. \qquad (9)$$

Решение ищем в виде

$$u_2=Ae^{-\varkappa x_1}e^{i(k_3x_3-\omega t)},\ \operatorname{Re}\varkappa>0,$$
$$v_2=v_0e^{qx_1}e^{i(k_3x_3-\omega t)},\ \operatorname{Re}q>0. \qquad (10)$$

Подставляя (10) в уравнения (3) и (8), получаем

$$-\omega^2=c_t^2(\varkappa^2-k_3^2),$$
$$-\rho'i\omega=\eta_3q^2-\eta_2k_3^2, \qquad (11)$$

а из граничных условий (9) с учетом (10) находим

$$-\rho c_t^2\varkappa A=\eta_3qv_0,$$
$$-i\omega A=v_0. \qquad (12)$$

Из системы уравнений (11), (12) в низшем порядке по коэффициентам вязкости получаем закон дисперсии

$$k_3=\frac{\omega}{c_t}\left(1+\frac{i\omega\eta_3\rho'}{2\rho c_{44}}\right), \qquad (13)$$

где $c_{44}=\rho c_t^2$ — модуль сдвига. Коэффициент затухания сдвиговых поверхностных волн

$$\Gamma_1=\operatorname{Im}k_3=\frac{1}{2}k_0\frac{\rho'^2}{\rho c_{44}}\omega\nu_3, \qquad (14)$$

где $k_0=\omega/c_t$, $\nu_3=\eta_3/\rho'$ — кинематическая вязкость жидкости. Сравним длину пробега акустической волны с ее длиной λ

$$\lambda/\Gamma_1^{-1}=\pi\rho'^2\omega\nu_3/(\rho c_{44}). \qquad (15)$$

Найдем глубину проникновения в упругую среду колебаний смещения в поверхностной волне. Используя (12), находим

$$\varkappa=i\omega\eta_3q/c_{44}.$$

Подставляя сюда выражение для q, найденное из (11), получаем

$$\varkappa=(\eta_2k_3^2/\eta_3-i\omega/\nu_3)^{1/2}\,i\omega\eta_3/c_{44}.$$

Если учесть, что обычно $\omega/\nu_3\gg\eta_2\,|\,k_3\,|^2/\eta_3$, тогда

$$q=\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)(\omega/\nu_3)^{1/2}, \qquad (16)$$

и окончательно находим

$$\varkappa=\frac{(i+1)}{\sqrt{2}}\frac{\omega\rho'}{c_{44}}(\omega\nu_3)^{1/2}. \qquad (17)$$

Сравним глубину проникновения волны в твердое тело с ее длиной

$$\lambda/L_1^{\text{т}} = \lambda/|\varkappa|^{-1} = 2\pi\frac{\rho' c_t (\omega\nu_3)^{1/2}}{c_{44}}. \tag{18}$$

Сравним также, используя (16), глубину проникновения в нематик колебаний скорости в поверхностной волне с ее длиной

$$\lambda/L_1^{\text{н}} = \lambda/|q|^{-1} = 2\pi c_t/(\omega\nu_3)^{1/2}. \tag{19}$$

Приведем оценки, используя характерные параметры упругой среды: $\rho=9$ г/см^3, $c_{44}=7\cdot10^{11}$ дин/см^2, $c_t=10^5$ см/с и $\omega=6\cdot10^8$ Гц. В случае контакта твердого тела с нематиком МББА при 20 °С, когда его вязкость $\nu_3=0.5$ см^2/с, плотность $\rho'=1$ г/см^3, получаем $\Gamma_1^{-1}=7\cdot10^3\ \lambda$, $L_1^{\text{т}}=70\ \lambda$, $L_1^{\text{н}}=3\cdot10^{-2}\ \lambda$. Следовательно, найдена поверхностная волна, распространяющаяся вдоль границы раздела упругой среды и нематика. С увеличением вязкости уменьшаются длина пробега волны и глубина проникновения ее в твердое тело. Однако глубина проникновения в нематик колебаний скорости в поверхностной волне растет с увеличением вязкости. Без вязкой нагрузки изотропной упругой среды сдвиговые поверхностные акустические волны не могут существовать.

2) Для директора, ориентированного вдоль оси x_2 ($\mathbf{n}=(0,\ 1,\ 0)$), рассмотрение аналогично подробно проведенному выше. Поэтому приведем конечный результат. Длина пробега поверхностной акустической волны в сравнении с ее длиной

$$\lambda/\Gamma_2^{-1} = \pi\rho'^2\omega\nu_1/(\rho c_{44}), \tag{20}$$

где $\nu_1=\eta_1/\rho'$, $\eta_1=(\mu_3+\mu_4+\mu_6)/2$. Сравним глубины проникновения в упругую среду и нематик колебаний смещения и скорости в поверхностной волне с ее длиной

$$\lambda/L_2^{\text{т}} = \lambda/|\varkappa|^{-1} = 2\pi\frac{\rho' c_t (\omega\nu_1)^{1/2}}{c_{44}}, \tag{21}$$

$$\lambda/L_2^{\text{н}} = \lambda/|q|^{-1} = 2\pi c_t/(\omega\nu_1)^{1/2}. \tag{22}$$

3) Наконец, в случае ориентации директора вдоль оси x_1 получаем

$$\lambda/\Gamma_3^{-1} = \pi\rho'^2\omega\nu_2/(\rho c_{44}), \tag{23}$$

где $\nu_2=\eta_2/\rho'$,

$$\lambda/L_3^{\text{т}} = \lambda/|\varkappa|^{-1} = 2\pi\rho' c_t (\omega\nu_2)^{1/2}/c_{44}, \tag{24}$$

$$\lambda/L_3^{\text{н}} = \lambda/|q|^{-1} = 2\pi c_t/(\omega\nu_2)^{1/2}. \tag{25}$$

Отметим, что при температуре перехода нематика в изотропную фазу коэффициенты вязкости ν_1 и ν_2 (но не коэффициент ν_3) скачком обращаются в нуль [7] и формулы (15), (18) с точностью до обозначений совпадают с аналогичными выражениями, полученными в работе [1] для случая контакта твердого тела с жидкостью. Таким образом, оригинальность нашего рассмотрения связана со спецификой нематика (по сравнению с обычными жидкостями) — анизотропией коэффициентов вязкости. Эта особенность может быть использована при обнаружении обсуждаемых волн. Сравним длины пробега и глубины локализации поверхностных волн для различных ориентаций директора. Для примера рассмотрим последние два случая ориентации директора

$$\Gamma_2^{-1}/\Gamma_3^{-1} = \eta_2/\eta_1,\quad L_2^{\text{т}}/L_3^{\text{т}} = (\eta_2/\eta_1)^{1/2},\quad L_2^{\text{н}}/L_3^{\text{н}} = (\eta_1/\eta_2)^{1/2}. \tag{26}$$

При сравнении длин пробега и глубин локализации для двух других случаев ориентации директора имеют место соотношения, подобные (26). Для МББА (при 25 °С) отношение $\eta_2/\eta_1=5$, для ПАА (при 125 °С) $\eta_2/\eta_1=8$ [10]. В случае планарной ориентации директора МББА и ПАА в плоскости

x_2x_3, когда обе компоненты директора n_2, n_3 не равны нулю ($\mathbf{n} = (0, n_2, n_3)$), сдвиговые поверхностные волны на границе нематик—твердое тело не существуют. Следовательно, меняя ориентацию директора, например, электрическим полем [11], можно эффективно управлять характеристиками поверхностной волны: длиной пробега волны и глубиной ее локализации в контактирующих средах.

Список литературы

[1] Плесский В. П., Тен Ю. А. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 5. С. 296—300.
[2] Плесский В. П., Тен Ю. А // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 553—554.
[3] Vetrov S. Ya., Shabanov V. F. // Phys. Stat. Sol. B. 1987. V. 140. N 1. P. 103—112.
[4] Ветров С. Я., Шабанов В. Ф. // Поверхность. 1987. № 5. С. 144—146.
[5] Ветров С. Я., Шабанов В. Ф. // Поверхность. 1990. № 4. С. 150—151.
[6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 244 с.
[7] Чандрасекар С. Жидкие кристаллы. М.: Мир, 1980. 344 с.
[8] Martinoty P., Candau S. // Mol. Cryst. Liquid Cryst. 1971. V. 14. P. 243—247.
[9] де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 400. с.
[10] Stephen T. J., Straley J. P. // Rev. Mod. Phys. 1974. V. 46. P. 617—630.
[11] Блинов Л. М. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М.: Наука, 1978. 384 с.

Институт физики им. Л. В. Киренского
СО АН СССР
Красноярск

Поступило в Редакцию
4 февраля 1991 г.