УДК 548.0 : 532.728

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ РЕНОРМИРОВКА УПРУГИХ МОДУЛЕЙ В СМЕКТИКЕ С: ФЛУКТУАЦИОННАЯ ИЗОТРОПИЗАЦИЯ СМЕКТИЧЕСКОГО СЛОЯ

С. А. Гольдберг, Е. В. Гурович, В. В. Поднек

Исследуется задача Ландау—Пайерлса для смектических С жидких кристаллов. Показано, что сильные флуктуации смектических слоев приводят к перенормировке упругих модулей подобно тому, как это происходит в смектике А. Изучено асимптотическое поведение упругих модулей в окрестности фиксированной изотропной точки. Найден новый критический индекс.

1. Как известно [1], смектики представляют собой жидкокристаллические фазы с ярко выраженной слоистой структурой, причем истинными смектиками (в которых модуль сдвига слоев равен нулю) являются только смектики А, С и часть смектиков В — гексатики (рис. 1).

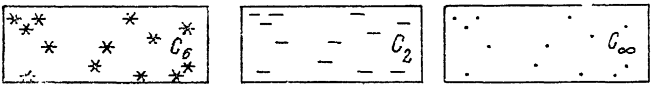

Рис. 1. Смектические слои А-, С-, В(hex)-фаз, обладающие соответственно в плоскости смектического слоя вращательной симметрией C_∞, C_2, C_6.

В смектике А директор ориентирован перпендикулярно смектическим слоям, а в смектике С наклонен по отношению к нормали l к слою на некоторый угол. Поскольку межмолекулярные силы в смектике С фиксируют только полярный угол между директором n и нормалью l, состояние смектика С характеризуется дополнительной (по сравнению с A-фазой) гидродинамической переменной, которая определяет выделенное направление проекции $\mathbf{n}_1$ директора n в плоскости слоя (рис. 2). Аналогичная смектику

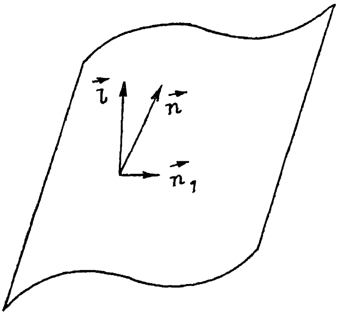

Рис. 2. Структура смектического слоя в С-фазе.
n — директор, l — нормаль к смектическому слою, $\mathbf{n}_1$ — проекция директора на плоскость смектического слоя.

С ситуация имеет место в смектике В. В смектическом слое гексатика существует дальний ориентационный порядок (с осью симметрии C_6), определяющий выделенные направления $\mathbf{n}_{1,\,2,\,3}$ в плоскости слоя.

Длинноволновые флуктуации в системах с одномерной модуляцией плотности, к которым относятся и смектики, разрушают дальний позиционный порядок (Ландау, Пайерлс [2]). Гринстейн, Пелковиц [3] и Кац [4] показали, что в реальной ситуации флуктуационные поправки малы и упругие модули смектика А слабо (логарифмически) зависят от характерного пространственного масштаба.

Гораздо сильнее длинноволновые флуктуации слоев проявляются в динамике (Мазенко, Рамасвами, Тонер [5]), приводя к появлению расходящихся с частотой $\sim\omega^{-1}$ поправок к объемным коэффициентам вязкости. Последовательная теория динамических флуктуационных явлений в смектиках с учетом логарифмической ренормировки упругих модулей и коэффициентов сдвиговой вязкости была построена Кацем и Лебедевым в [6] и изложена в монографии [7] тех же авторов.

Все упомянутые выше работы относятся к смектической А-фазе.

Возникает вопрос о влиянии флуктуаций слоев на поведение низкосимметричных смектиков В и С, в которых в отличие от A-фазы слои анизотропны и имеется дополнительная длинноволновая ориентационная переменная.

С этой точки зрения смектики В были изучены в работе [8]. Оказалось, что в гексатике анизотропия смектического слоя и наличие дополнительной ориентационной степени свободы не влияют на флуктуации смектических слоев: выражения, описывающие пропорциональные ω^{-1} поправки к объемным коэффициентам вязкости, логарифмические поправки в упругие модули и в коэффициенты сдвиговой вязкости, в В- и А-фазах совпадают.

Однако в смектике С ситуация значительно сложнее. Дело в том, что из-за низкой симметрии С-фазы ориентационная переменная, которая описывает положение проекции $\mathbf{n}_1$ директора $\mathbf{n}$ в плоскости слоя, зацепляется за смектическую переменную.[1] Другими словами, колебания смектических слоев (ундуляционная мода) возбуждают ориентационную моду (колебания директора $\mathbf{n}_1$ в плоскости слоя). Это приводит к тому, что спектр ундуляционной моды в С-фазе становится сильно анизотропным, а расходящийся $\sim\omega^{-1}$ вклад в объемные коэффициенты вязкости в С-фазе увеличивается в несколько раз по сравнению с соответствующим вкладом в А-фазе [9]. В экспериментах (Коллин, Галлани и Мартиноти [10, 11]) было обнаружено аномальное увеличение флуктуационного затухания в С-фазе по сравнению с А-фазой. Тот же эффект обсуждался в экспериментальной работе [12].

Оказывается, что низкая симметрия смектического С-слоя изменяет и логарифмические поправки к упругим модулям и коэффициентам сдвиговой вязкости. Исследованию этого вопроса посвящена настоящая работа.

2. Следуя Кацу и Лебедеву [6-8], слоистую структуру смектиков будем описывать посредством фазы модуляции плотности W. Условие $W(t, \mathbf{r})=\mathrm{const}$ задает положение в пространстве и эволюцию во времени некоторого смектического слоя. Соответственно вектор

$$\mathbf{l}=\nabla W/|\nabla W| \tag{1}$$

является вектором единичной нормали к смектическому слою.

Анизотропия жидкого кристалла характеризуется директором $\mathbf{n}$, показывающим преимущественное направление длинных осей молекул. В смектике А директор перпендикулярен слою и совпадает с вектором $\mathbf{l}$. Поэтому состояние смектика А (помимо плотности и энтропии) однозначно определяется фазой модуляции плотности W.

Упругая энергия, связанная с искривлением смектических слоев в А-фазе, имеет следующий вид:

$$\frac{B}{2}(\mathbf{q}_s^{-2}(\nabla W)^2-1)^2+\frac{K}{2}\mathbf{q}_s^{-2}(\nabla_\perp^2 W)^2. \tag{2}$$

Здесь B — модуль сжатия смектических слоев; K — величина, аналогичная модулю Франка в нематиках; $\mathbf{q}_s$ — волновой вектор, определяющий

[1] Такое зацепление безусловно отсутствует в В-фазе из-за высокой (гексагональной) симметрии смектического слоя.

период модуляции плотности (этот период равен $2\pi q_s^{-1}$). Минимум энергии (2) достигается на решении

$$W = q_s z,$$

которое описывает систему эквидистантных смектических слоев, перпендикулярных оси z. Для описания отклонения смектических слоев от равновесного положения следует положить

$$W = q_s (z - u). \tag{3}$$

При таком определении величина u играет роль вектора смещения слоев вдоль оси z.

Раскладывая энергию (2) по смектической переменной u и сохраняя члены до четвертого порядка включительно, получим

$$E = E^{(2)} + E^{(3)} + E^{(4)},$$

где

$$E^{(2)} = \frac{B}{2}(\nabla_z u)^2 + \frac{K}{2}(\nabla_\perp^2 u)^2,$$

$$E^{(3)} = -\frac{B}{2}(\nabla_z u)(\nabla_\perp u)^2, \quad E^{(4)} = -\frac{B}{2}(\nabla_\perp u)^4. \tag{4}$$

Здесь индексы «z» и «$\perp$» обозначают соответственно направления вдоль оси z и перпендикулярно к ней.

Рассмотрим теперь смектик С. В смектике С директор $\mathbf{n}$ наклонен на некоторый жестко фиксированный угол по отношению к нормали $\mathbf{l}$. Выделенное направление в плоскости смектического слоя задается единичным вектором

$$\mathbf{n}_1 = \frac{[\mathbf{l} \times \mathbf{n}]}{|\,|\mathbf{l} \times \mathbf{n}|\,|}. \tag{5}$$

Этот вектор обладает единственной степенью свободы, которую мы будем именовать ориентационной. Она характеризует угол отклонения вектора $\mathbf{n}_1$ от своего равновесного положения в плоскости смектического слоя, которое предполагается совпадающим с осью y. Упругая энергия смектика С, связанная с деформацией смектических слоев, имеет следующий вид:

$$E = \frac{B}{2}(q_s^{-2}(\nabla W)^2 - 1)^2 + \frac{K}{2} q_s^{-2}(\nabla^2 W)^2 +$$

$$+ \frac{K'}{2} q_s^{-2}\left[\left(\frac{[\mathbf{n}_1 \times \mathbf{l}]_i}{|\,[\mathbf{n}_1 \times \mathbf{l}]\,|}\nabla_i\right)^2 W\right]^2 + \frac{K''}{2} q_s^{-2}((\mathbf{n}_1 \nabla)^2 W)^2. \tag{6}$$

Здесь B — модуль сжатия смектических слоев; K, K', K'' — коэффициенты, аналогичные модулям Франка в нематиках. Появление двух дополнительных упругих модулей K', K'' в этой формуле по сравнению с формулой (2) связано с низкой симметрией С-фазы. Например, в смектике В такие члены отсутствуют тождественно.

Раскладывая энергию (2) по смектической переменной u и удерживая слагаемые вплоть до членов четвертого порядка, найдем

$$E = E^{(2)} + E^{(3)} + E^{(4)},$$

где

$$E^{(2)} = \frac{B}{2}(\nabla_z u)^2 + \frac{\hat{K}}{2}(\nabla^2 u)^2,$$

$$\frac{\hat{K}}{2}(\nabla^2 u)^2 = \frac{K'}{2}(\nabla_x^2 u)^2 + \frac{K''}{2}(\nabla_y^2 u)^2 + \frac{K}{2}(\nabla_\perp^2 u)^2, \tag{7}$$

а нелинейные слагаемые $E^{(3)}$ и $E^{(4)}$ совпадают с соответствующими величинами упругой энергии в А-фазе (4).

Сделаем здесь два очень важных для дальнейшего замечания.

Может показаться, что в выражение для плотности энергии (6) следует добавить для полноты следующие нелинейные по u инвариантные слагаемые:

$$(q_s^{-2}(\nabla W)^2-1)(\mathbf{n}_1\nabla W)^2,\ (q_s^{-2}((\mathbf{n}_1\nabla)W)^2-1)^2.$$

Однако в силу условия

$$\mathbf{n}_1\mathbf{l}=\mathbf{n}_1\frac{\nabla W}{|\nabla W|}=0$$

они тождественно равны нулю. Таким образом, в отличие от квадратичных членов $E^{(2)}$ в разложении упругой энергии, связанной с деформацией смектических слоев, главные ангармонические члены разложения энергии $E^{(3)}$ и $E^{(4)}$ в A- и в C-фазах совпадают.

Второе замечание заключается в том, что в смектике C, вообще говоря, помимо упругой энергии, связанной с искривлением смектических слоев, следует учесть энергию неоднородной деформации в плоскости смектического слоя вектора $\mathbf{n}_1$. Эта ориентационная энергия описывается в главном приближении слагаемыми вида [13]

$$\alpha_1\mathbf{l}_j\mathbf{l}_k[\mathbf{n}_1\mathbf{l}]\nabla_j\mathbf{n}_1)([\mathbf{n}_1\mathbf{l}]\nabla_k\mathbf{n}_1),$$
$$\alpha_2([\mathbf{n}_1\mathbf{l}]\nabla_j\mathbf{n}_1)^2,$$
$$\alpha_3\mathbf{n}_{1j}\mathbf{n}_{1k}([\mathbf{n}_1\mathbf{l}]\nabla_j\mathbf{n}_1)([\mathbf{n}_1\mathbf{l}]\nabla_k\mathbf{n}_1),$$
$$\alpha_4(\delta_{jk}-\mathbf{l}_j\mathbf{l}_k)\nabla_j\nabla_k u\mathbf{n}_1[\mathbf{n}_1\mathbf{l}]_i\nabla_i\mathbf{n}_1,$$

где α_i — набор ориентационных упругих модулей. Поскольку флуктуации $\mathbf{n}_1$ малы, в приведенных выше выражениях мы ограничились квадратичными по $\mathbf{n}_1$ величинами. Как обычно [6-8, 10], слабо флуктуирующие величины, учитываемые при разложении энергии в квадратичном (гауссовом) приближении, интегрированием могут быть эффективно исключены из рассмотрения. Можно убедиться [11, 13], что такое исключение приводит к замене фигурирующих в формуле (6) упругих модулей K, K', K'' на сложные выражения

$$K\left(\frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|}\right),\ K'\left(\frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|}\right),\ K''\left(\frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|}\right),\tag{8}$$

зависящие от направления волнового вектора $\mathbf{q}$. Мы не будем во избежание громоздкости выписывать эти выражения по следующей причине. Дело в том, что флуктуационные поправки к ориентационным упругим модулям α_i, как будет показано ниже, отсутствуют, а введенные в (7) упругие модули K, K', K'' расходятся в асимптотическом пределе. Другими словами, в асимптотике сложная зависимость модулей K от направления волнового вектора, связанная с присутствием в смектике C дополнительной голдстоуновской(ориентационной) переменной, исчезает. Поскольку в конечном итоге нас интересуют полученные в асимптотическом пределе значения критических индексов, достаточно сразу в затравочном гамильтониане ограничиться выражением (6), структура которого полностью отражает симметрию C-фазы.

3. За счет сильных флуктуаций смектических слоев возникают поправки к упругим модулям смектика, введенным в формуле (7). Этот эффект связан с самодействием смектической переменной u, которое описывается ангармоническими по смещению u членами $E^{(3)}$ и $E^{(4)}$ в разложении (4).

Гамильтониан (7) позволяет сформулировать стандартную диаграммную технику [13] для вычисления корреляторов. В этой технике фигурирует затравочный коррелятор

$$\langle uu\rangle = D_0 = T(Bq_z^2+\widehat{Kq}^4)^{-1},\tag{9}$$

определяемый квадратичной по u частью энергии (7), а вершины взаимодействия определяются высшими членами разложения $E^{(3)}$ и $E^{(4)}$. За счет этих членов возникают поправки к затравочному коррелятору, которые можно вычислять по теории возмущений [13]. Выделяя в ряду теории возмущений собственно-энергетические блоки, построенные с помощью вершин $E^{(3)}$ и $E^{(4)}$ и затравочного коррелятора (9), мы приходим к обычному соотношению

$$D^{-1} = D_0^{-1} - \Sigma.$$

Здесь D — полный ренормированный коррелятор $\langle uu \rangle$. В низшем порядке теории возмущений вклад в собственно-энергетическую функцию Σ определяется диаграммами (рис. 3). На этом рисунке сплошная линия обозначает коррелятор D_0.

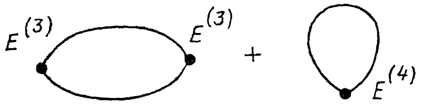

Рис. 3. Собственно-энергетические диаграммы.

Мы не будем выписывать явное выражение для собственно-энергетической части $\Sigma(\mathbf{k})$, поскольку оно в смектике C с точностью до замены

$$\widehat{Kq}^4 \to Kq^4$$

совпадает с соответствующим выражением в смектике A [4, 6, 7, 8, 12]. Это связано с тем, что совпадают ангармонические члены в разложении смектической энергии в A- и C-фазах, которые определяют структуру $\Sigma(\mathbf{k})$.

Можно убедиться, что наличие Σ эквивалентно появлению флуктуационных добавок ΔB, ΔK, которые имеют смысл поправок к упругому модулю B и модулям Франка K, K', K'', фигурирующим в выражении (9) для затравочного коррелятора. Высшие члены ряда теории возмущений для Σ, так же как и первый член, воспроизводят структуру затравочного коррелятора (9), обусловливая лишь появление логарифмических поправок к параметрам B, $\hat{K}$ [3, 4, 6–8]. Адекватным способом исследования роли флуктуаций в этой ситуации является метод ренорм-группы [13].

В однопетлевом приближении уравнения ренорм-группы для этих величин можно найти с помощью выражений для ΔB, $\Delta\hat{K}$. Однако выписать в явном виде уравнения ренорм-группы для величин ΔB, ΔK, $\Delta K'$, $\Delta K''$ с затравочным коррелятором (9) практически невозможно. Мы изучим асимптотические законы поведения этих величин в окрестности фиксированной изотропной точки

$$K', \ K'' = 0.$$

В этом случае однопетлевые уравнения ренорм-группы могут быть разложены по малым величинам K'/K, K''/K. В нулевом приближении они, разумеется, сводятся к уравнениям ренорм-группы смектика A для величин B, K [3, 4]. В линейном приближении уравнения ренорм-группы смектика C в асимптотической области приобретают следующий вид:

$$\frac{\partial B}{\partial L} = -\frac{4}{5}\frac{B^{3/2}}{K^{3/2}}\left(1 - \frac{9}{16}\frac{K'+K''}{K}\right),$$

$$\frac{\partial K}{\partial L} = -\frac{2}{5}\frac{B^{1/2}}{K^{1/2}}\left(1 - \frac{15}{32}\frac{K'+K''}{K}\right),$$

$$\frac{\partial K'}{\partial L} = \frac{\partial K''}{\partial L} = \frac{3}{20}\frac{B^{1/2}}{K^{1/2}}\frac{K'+K''}{K}, \qquad (10)$$

где

$$L = \ln \min\left[\Lambda/q_z, \ \Lambda^2/q_\perp^2\right].$$

Здесь величина $\Lambda \sim 10^8$ см$^{-1}$ имеет смысл волнового вектора, определяющего границы применимости гидродинамического приближения в жидких кристаллах.

Решая уравнения (10), получим следующие асимптотические законы поведения:

$$B \sim L^{-2/5}, \ K \sim L^{4/5}, \ K', \ K'' \sim L^{3/10}. \tag{11}$$

Таким образом, все величины K, K', K'' расходятся. Однако связанные с анизотропией смектического слоя величины K', K'' расходятся медленнее, чем величина K. Это приводит к изотропизации упругих свойств в плоскости смектического слоя. Однако отметим еще раз, что в реальных системах изотропизация смектического слоя происходит на недостижимо больших масштабах.

Список литературы

[1] де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 400 с.
[2] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1988. 456 с.
[3] Crinstein G., Pelcovits R. A. // Phys. Rev. A. 1982. V. 26. P. 915—920.
[4] Кац Е. И. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. № 4. С. 1376—1382.
[5] Mazenko G. F., Ramaswamy S., Toner J. // Phys. Rev. A. 1983. V. 28. P. 1618—1627; Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 51—53.
[6] Кац Е. И., Лебедев В. В. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 12. С. 2019—2031.
[7] Кац Е. И., Лебедев В. В. Динамика жидких кристаллов. М.: Наука, 1988. 144 с.
[8] Kats E. I., Lebedev V. V. // Physica A. 1986. V. 135. P. 601—618.
[9] Gurovich E. V., Kats E. I., Lebedev V. V. 1988. // The 12th International Liquid Crystal Conference. Fraiburg. P. 537; J. Physica A. 1990 (to be published); Sov. Cryst. 1990. V. 35 (1). P. 121—126.
[10] Collin D., Gallani J. E., Martinoty P. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 254.
[11] Collin D., Gallani J. E., Martinoty P. // Phys. Rev. A. 1986. V. 58. P. 2255—2287.
[12] Баландин В. А., Гурович Е. В., Кашицын А. С., Пасечник С. В., Шмелев О. Я. // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49. № 1. С. 30—34.
[13] Wilson K. G., Kogut J. // Phys. Rep. 1974. V. C12. P. 76—112.

Институт физики высоких давлений
им. Л. Ф. Верещагина АН СССР
Троицк
Московская область

Поступило в Редакцию
10 декабря 1990 г.