1991 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 33, № 10
1991 SOLID STATE PHYSICS Vol. 33, N 10

УДК 539.219.3;538.931—405

БАРОТОКИ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ С ДИФФУЗИОННЫМ МЕХАНИЗМОМ ПРОВОДИМОСТИ

Д. В. Алексеев

Рассматривается возбуждение ионного тока в кристаллах временными вариациями неоднородного давления. Показано, что изменение давления приводит к баротоку, естественно разделяющемуся на две составляющие — быстро- и медленнорелаксирующую — с характерными временами $\tau_\sigma \sim \varepsilon/\sigma$ и $\tau_D \sim a^2/_D$ соответственно. Установлено, что отношение амплитуд быстро- и медленнорелаксирующей составляющих тока определяется отношением времен релаксации τ_σ/τ_D и различно для кристаллов, разупорядоченных по Шоттки и по Френкелю. В качестве примеров баротоков вычислен отклик на внезапное и периодическое изменения неоднородного давления. Обсуждается дополнительное поглощение продольного звука, обусловленное возбуждением баротока.

При обсуждении электропроводности ионных кристаллов обычно пренебрегают поправками, обусловленными давлением, ввиду их малости. Однако в ряде случаев, например при распространении ударных волн [1] или вблизи сильно искривленных поверхностей пор [2], эффекты давления могут оказаться не только существенными, но и определяющими.

Поскольку концентрация носителей при наличии неоднородного давления P также неоднородна (см., например, [3])

$$n(\mathbf{x}) \sim \exp\left(-\frac{\omega P(\mathbf{x})}{k_Б T}\right)$$

(дилатационный параметр $\omega > 0$ для междоузельного атома и $\omega < 0$ для вакансии), переход системы из начального равновесного состояния с заданным профилем давления в другое равновесное состояние должен сопровождаться током, обусловливающим пространственное перераспределение носителей. В настоящей работе предпринимается попытка вычисления этого переходного тока, называемого ниже баротоком.

1. Термодинамическое рассмотрение баротока

Рассмотрим модельную систему, проводимость которой обусловлена диффузией носителей заряда $+q$ и $-q$ с коэффициентами диффузии D_+ и D_- соответственно. Вводя электрохимические потенциалы $\zeta_\pm = \mu_\pm \pm q\varphi$ и считая концентрацию носителей достаточно малой, чтобы можно было пренебречь их рассеянием друг на друге, плотность тока найдем как сумму вкладов, обусловленных переносом носителей разных знаков [4]

$$\mathbf{j} = \sigma_- \operatorname{grad}(\zeta_-/q) - \sigma_+ \operatorname{grad}(\zeta_+/q),$$

где кинетические коэффициенты

$$\sigma_\pm = (q^2 n_\pm D_\pm)/k_Б T$$

— вклады в проводимость системы, даваемые носителями разных знаков.

Считая для простоты температуру постоянной и разлагая химические потенциалы $\mu_\pm$ по градиентам концентрации и давления

$$\nabla\mu_\pm = \left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial n_\pm}\right)_{P,T} \nabla n_\pm + \left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial P}\right)_{T,n_\pm} \nabla P$$

и учитывая термодинамические соотношения

$$\left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial n_\pm}\right)_{P,T} = \frac{k_Б T}{n_\pm}, \quad \left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial P}\right)_{T,n_\pm} = \left(\frac{\partial V}{\partial n_\pm}\right)_{P,T} = \omega_\pm$$

($\omega_\pm$ — дилатационные параметры), представим плотность тока в виде

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} + q\,(D_-\nabla n_- - D_+\nabla n_+) + q\,(D_- k_P^{(-)} - D_+ k_P^{(+)})\frac{\nabla P}{P}, \tag{1}$$

где стандартным образом [5] введены бародиффузионные отношения

$$k_P^{(\pm)} = \left\{P\left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial P}\right)_{T,n_\pm}\right\} \Big/ \left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial n_\pm}\right)_{P,T} = \frac{P n_\pm \omega_\pm}{k_Б T},$$

использована связь коэффициентов диффузии с кинетическими коэффициентами

$$D_\pm = \frac{\sigma_\pm}{q^2}\left(\frac{\partial\mu_\pm}{\partial n_\pm}\right)_{P,T}$$

и введена полная проводимость $\sigma = \sigma_+ + \sigma_-$.

Из выражения (1) видно, что неоднородное давление приводит к дополнительному току, обусловленному бародиффузией

$$j_P = \varkappa_P \nabla P,$$

где бароэлектрическая постоянная

$$\varkappa_P = \{q\,(n_-\omega_- D_- - n_+\omega_+ D_+)\}/k_Б T$$

определяется характеристиками носителей (концентрациями, коэффициентами диффузии, дилатационными параметрами) и существенно зависит от механизма обеспечения электронейтральности решетки (разупорядочение по Шоттки или по Френкелю). Так, полагая для простоты, что $|\omega_+| = |\omega_-| = \omega$ и что решетка не содержит заряженных примесей $n_+ = n_- = n$, и вводя обозначения

$$D_\pm = (1 \pm \beta)\,D, \quad \beta = \frac{D_+ - D_-}{D_+ + D_-},$$

для случая разупорядоченности по Френкелю получим

$$\varkappa_P^F = -\frac{2qn\omega D}{k_Б T}$$

(полагаем, что положительный заряд имеет междоузельный атом), а для случая разупорядоченности по Шоттки

$$\varkappa_P^S = \beta\,\frac{2qn\omega D}{k_Б T} = -\beta\varkappa_P^F,$$

т. е. в последнем случае бароэлектрическая постоянная отлична от нуля только при различии коэффициентов диффузии носителей $\beta \neq 0$.

2. Вычисление баротока в случае внезапного изменения давления

Для вычисления плотности тока в выражении (1) необходимо учитывать электрическое поле, обусловленное локальным нарушением электронейтральности и описываемое потенциалом, удовлетворяющим уравнению Пуассона

$$\Delta\varphi = -4\pi \frac{q}{\varepsilon} \{n_+(\mathbf{x}) - n_-(\mathbf{x})\}. \tag{2}$$

Полагая, что число носителей сохраняется, для вычисления плотности тока воспользуемся обобщением известных уравнений амбиполярной диффузии [6] на случай учета описанных выше вкладов, обусловленных неоднородным давлением

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} = D_+ \operatorname{div}\left\{\nabla n_+ + \frac{q n_+}{k_Б T} \nabla\varphi + \varkappa_+ \nabla P\right\},$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} = D_- \operatorname{div}\left\{\nabla n_- - \frac{q n_-}{k_Б T} \nabla\varphi + \varkappa_- \nabla P\right\}. \tag{3}$$

Здесь $\varkappa_\pm = n_\pm \omega_\pm / k_Б T$.

Решая систему уравнений (2), (3) при заданных начальных и граничных условиях и подставляя полученные решения в (1), получим плотность тока в конкретном случае. Для определенности рассмотрим эволюцию начального однородного состояния при внезапном приложении неоднородного давления и пренебрегая для простоты граничными эффектами. Уравнения (2), (3) будем решать в линейном приближении $n_+ \simeq n_- \simeq n$, $\delta n_\pm / n_\pm \ll 1$ [6], т. е. будем считать состояние системы слабонеоднородным. Вводя переменные

$$N(\mathbf{x}) = n_+(\mathbf{x}) + n_-(\mathbf{x}), \quad \delta N(\mathbf{x}) = n_+(\mathbf{x}) - n_-(\mathbf{x})$$

и переходя к пространственным Фурье-компонентам, перепишем систему (2), (3) для случая разупорядоченности по Шоттки в виде

$$\dot{N}_\mathbf{k} = -Dk^2 N_\mathbf{k} - \beta(Dk^2 + \gamma)\delta N_\mathbf{k} + \varkappa k^2 P_\mathbf{k} \Theta(t),$$

$$\delta\dot{N}_\mathbf{k} = -\beta D k^2 N_\mathbf{k} - (Dk^2 + \gamma)\delta N_\mathbf{k} + \beta\varkappa k^2 P_\mathbf{k} \Theta(t),$$

$$\mathbf{E}_\mathbf{k} = -\frac{i\mathbf{k}\gamma}{k^2 \sigma} \delta N_\mathbf{k}. \tag{4}$$

Для перехода к случаю разупорядоченности по Френкелю в первых двух уравнениях (4) необходимо переставить последние слагаемые $\varkappa k^2 P_\mathbf{k} \Theta \leftrightarrow \beta\varkappa k^2 P_\mathbf{k} \Theta$ и изменить их знак. В (4) введены обозначения

$$\gamma = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}, \quad \sigma = \frac{2q^2 n D}{k_Б T}, \quad \varkappa = \frac{2\omega n D}{k_Б T} = \frac{\sigma\omega}{q^2}$$

и для простоты положено $|\omega_+| = |\omega_-| = \omega$. Θ-функция описывает внезапное приложение давления в момент времени $t=0$. Условие однородности начального электронейтрального состояния дополняет систему (4) начальными условиями

$$\delta N_\mathbf{k}(0) = 0, \quad N_\mathbf{k}(0) = 2n\delta(\mathbf{k}), \tag{5}$$

$\delta(\mathbf{k})$ — дельта-функция Дирака.

Из (4) видно, что стационарный режим $\dot{N}^c_\mathbf{k} = \delta\dot{N}^c_\mathbf{k} = 0$ соответствует избыточной концентрации вакансий в зоне повышенного давления в случае разупорядоченности по Шоттки

$$\delta N^c_\mathbf{k} = 0, \quad N^c_\mathbf{k} = \varkappa P_\mathbf{k} / D,$$

$$n_+(\mathbf{x}) = n_-(\mathbf{x}) \simeq n + \{\varkappa P(\mathbf{x})\}/2D \tag{6}$$

и зоне локализованного неоднородностью давления пространственного заряда в случае разупорядоченности по Френкелю

$$N^c_\mathbf{k} = 0 \quad \delta N^c_\mathbf{k} = -\frac{\varkappa k^2 P_\mathbf{k}}{Dk^2 + \gamma},$$

$$q\delta N(\mathbf{x}) \sim \Delta P(\mathbf{x}). \tag{7}$$

Решение (4) с начальными условиями (5) имеет вид

$$N_{\mathbf{k}}(t) = 2n\delta(\mathbf{k}) - \frac{\varkappa k^2 P_{\mathbf{k}}}{\Delta\lambda_k}\left\{\left(1 + \frac{\lambda_k^{(-)}}{Dk^2}\right)e^{\lambda_k^{(+)}t} - \left(1 + \frac{\lambda_k^{(+)}}{Dk^2}\right)e^{\lambda_k^{(-)}t}\right\},$$

$$\delta N_{\mathbf{k}}(t) = -\frac{\beta\varkappa k^2 P_{\mathbf{k}}}{\Delta\lambda_k}\left\{e^{\lambda_k^{(+)}t} - e^{\lambda_k^{(-)}t}\right\} \tag{8}$$

в случае разупорядоченности по Шоттки и

$$N_{\mathbf{k}}(t) = 2n\delta(\mathbf{k}) + \frac{\beta\varkappa k^2 P_{\mathbf{k}}}{\Delta\lambda_k}\left\{e^{\lambda_k^{(+)}t} - e^{\lambda_k^{(-)}t}\right\},$$

$$\delta N_{\mathbf{k}}(t) = -\frac{\varkappa k^2 P_{\mathbf{k}}}{Dk^2 + \gamma} + \frac{\varkappa k^2 P_{\mathbf{k}}}{\Delta\lambda_k} \times$$

$$\times\left\{\left(1 + \frac{\lambda_k^{(-)}}{Dk^2 + \gamma}\right)e^{\lambda_k^{(+)}t} - \left(1 + \frac{\lambda_k^{(+)}}{Dk^2 + \gamma}\right)e^{\lambda_k^{(-)}t}\right\} \tag{9}$$

в случае разупорядоченности по Френкелю. Здесь

$$\lambda_k^{(\pm)} = -Dk^2 - \frac{\gamma}{2} \pm \frac{\gamma}{2}\sqrt{1 + 4\beta^2\frac{Dk^2}{\gamma}\left(\frac{Dk^2}{\gamma} + 1\right)},$$

$$\Delta\lambda_k = \lambda_k^{(-)} - \lambda_k^{(+)}. \tag{10}$$

С учетом того, что $\lambda_k^{(\pm)} < 0$, из (8), (9) следует, что стационарные режимы (6), (7) являются устойчивыми. Поскольку в длинноволновом пределе $\lambda_k^{(+)} \simeq -(1-\beta^2)Dk^2$, $\lambda_k^{(-)} \simeq -\gamma$, моду, связанную с $\lambda_k^{(-)}$, будем называть релаксационной (R), а моду, связанную с $\lambda_k^{(+)}$, — диффузионной (D).

При помощи решений (8), (9) баротоки вычисляются, согласно (1), по формуле

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(S)} = -i\mathbf{k}q\left\{\frac{Dk^2 + \gamma}{k^2}\delta N_{\mathbf{k}} + \beta(DN_{\mathbf{k}} - \varkappa P_{\mathbf{k}})\right\} \tag{11}$$

в случае разупорядоченности по Шоттки и по формуле

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(F)} = -i\mathbf{k}q\left\{\frac{Dk^2 + \gamma}{k^2}\delta N_{\mathbf{k}} + \beta DN_{\mathbf{k}} + \varkappa P_{\mathbf{k}}\right\} \tag{12}$$

в случае разупорядоченности по Френкелю.

Окончательно представим баротоки в виде

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{\binom{S}{F}} = \mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{\binom{S}{F},\,D} + \mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{\binom{S}{F},\,R}, \tag{13}$$

где

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(S,\,D)} = i\mathbf{k}q\varkappa\beta P_{\mathbf{k}}\frac{\lambda_k^{(+)}}{\Delta\lambda_k}e^{\lambda_k^{(+)}t}, \tag{14а}$$

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(S,\,R)} = -i\mathbf{k}q\varkappa\beta P_{\mathbf{k}}\frac{\lambda_k^{(-)}}{\Delta\lambda_k}e^{\lambda_k^{(-)}t}, \tag{14б}$$

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(F,\,D)} = -i\mathbf{k}q\varkappa P_{\mathbf{k}}\frac{\lambda_k^{(+)} + (1-\beta^2)Dk^2}{\Delta\lambda_k}e^{\lambda_k^{(+)}t}, \tag{15а}$$

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(F,\,R)} = i\mathbf{k}q\varkappa P_{\mathbf{k}}\frac{\lambda_k^{(-)} + (1-\beta^2)Dk^2}{\Delta\lambda_k}e^{\lambda_k^{(-)}t}. \tag{15б}$$

Из (14), (15) видно, что как в случае разупорядоченности по Шоттки, так и в случае разупорядоченности по Френкелю в силу свойства δ-функции $\mathbf{k}\delta(\mathbf{k}) = 0$ неоднородность давления $P_{\mathbf{k}} \neq P\delta(\mathbf{k})$ является необходимым условием возбуждения баротока, который представляется в виде суммы двух составляющих. Одна из них $\mathbf{j}^{(R)}$ характеризуется временем релаксации $\tau_\sigma \sim \varepsilon/4\pi\sigma$, а другая $\mathbf{j}^{(D)}$ — временем диффузионной релаксации $\tau_D \sim a^2/D$ (a — характерный размер неоднородности). В случае равенства коэффициентов диффузии носителей ($\beta=0$) при разупорядоченности по Шоттки бароток отсутствует полностью, а при разупорядоченности по Френкелю присутствует только релаксационная составляющая баротока. Кроме того, отношение амплитуд различных составляющих баротока зависит от типа разупорядоченности

$$|\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(S,D)}|/|\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(S,R)}|=(1-\beta^2)\frac{Dk^2}{\gamma}\sim\frac{\tau_\sigma}{\tau_D},$$

$$|\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(F,D)}|/|\mathbf{j}_{\mathbf{k}}^{(F,R)}|=\beta^2(1-\beta^2)\left\{\frac{Dk^2}{\gamma}\right\}^2\sim\left(\frac{\tau_\sigma}{\tau_D}\right)^2, \tag{16}$$

различны временные зависимости баротоков при больших временах, что можно получить из (14а), (15а) обратным преобразованием Фурье, полагая, например,

$$P_{\mathbf{k}}\backsim\exp(-a^2k^2),$$

$$|\mathbf{j}^{(S)}(t)|\backsim(t/\tau_D)^{-(d+3)/2},$$

$$|\mathbf{j}^{(F)}(t)|\backsim(t/\tau_D)^{-(d+5)/2}, \tag{17}$$

где d — пространственная размерность системы.

Отметим, что из (16) следует обращение в нуль диффузионной составляющей баротока, когда перенос заряда осуществляется только одним типом носителей $|\beta|=1$.

3. Баротоки при периодическом изменении давления и поглощение продольного звука

Вычисление баротоков в этом случае проводится аналогично приведенному выше, после замены в (4) внезапного воздействия $P_{\mathbf{k}}\Theta(t)$ на периодическое $P_{\mathbf{k}}\exp(-i\Omega t)$. При этом выражение для баротока будет представлять собой сумму двух вкладов: установившегося баротока, определяемого вынуждающей «силой»; затухающего баротока, определяемого начальным состоянием системы (факт, хорошо известный из теории колебаний [7]). Не приводя общих выражений ввиду их громоздкости, выпишем формулы для установившихся баротоков в случае разупорядоченности по Шоттки

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}\Omega}^{(S)}=\frac{-ikq\varkappa\beta\Omega^2P_{\mathbf{k}}e^{-i\Omega t}}{(i\Omega+\lambda_k^{(+)})(i\Omega+\lambda_k^{(-)})} \tag{18}$$

и в случае разупорядоченности по Френкелю

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}\Omega}^{(F)}=\frac{i\mathbf{k}q\varkappa[\Omega^2+i\Omega(1-\beta^2)Dk^2]e^{-i\Omega t}}{(i\Omega+\lambda_k^{(+)})(i\Omega+\lambda_k^{(-)})}P_{\mathbf{k}}. \tag{19}$$

В частности, выражения (18), (19) справедливы и для случая, когда изменение давления обусловлено распространением продольной звуковой волны (тогда $\Omega=kc_l$). Поскольку наличие тока приводит к возрастанию энтропии за счет выделения джоулева тепла [4]

$$\delta\dot{S}=\int dv\frac{|\mathbf{j}|^2}{\sigma T}$$

и, следовательно, к диссипации механической энергии [5, 8]

$$\delta\dot{E}_M=-T\delta\dot{S},$$

возбуждение баротока должно приводить к дополнительному поглощению продольного звука. Определяя коэффициент поглощения стандартным образом [5, 8]

$$\gamma_j=|\overline{\delta\dot{E}_M}|/\{c_l\bar{E}_M\}$$

(где черта обозначает усреднение по времени), используя явный вид баротоков (18), (19) и выражение для энергии продольной волны [8], получаем

$$\gamma_j^{(F)} = \frac{q^2\varkappa^2K^2}{\rho\sigma c_l^5} \frac{\Omega^6\{1+(1-\beta^2)(D\Omega/c_l^2)^2\}}{[\Omega^2+(\lambda_k^{(-)})^2][\Omega^2+(\lambda_k^{(+)})^2]},$$

$$\gamma_j^{(s)} = \gamma_j^{(F)} \frac{\beta^2}{1+(1-\beta^2)(D\Omega/c_l^2)^2}$$

(K — модуль всестороннего сжатия). Поскольку для звуковой волны

$$\lambda_k^{(+)} \simeq -(1-\beta^2)\Omega(D\Omega/c_l^2)$$

и параметр $D\Omega/c_l^2 \ll 1$ даже на гиперзвуковых частотах, коэффициент поглощения

$$\gamma_j^{(F)} \simeq \frac{q^2\varkappa^2K^2\Omega^2}{\rho\sigma c_l^5} \frac{\Omega^2\tau_\Omega^2}{1+\Omega^2\tau_\Omega^2}, \tag{20}$$

$$\gamma_j^{(s)} = \beta^2\gamma_j^{(F)}, \tag{21}$$

где

$$\tau_\Omega = \frac{2\tau_\sigma}{1+2u+\sqrt{1+4\beta^2u(u+1)}},$$

$$u = \Omega\tau_\sigma \frac{D\Omega}{c_l^2}. \tag{22}$$

Из (22) видно, что частотная зависимость τ_Ω проявляется на частотах $\Omega^2 \gtrsim c_l^2/D\tau_\sigma$, которые лежат в гиперзвуковом диапазоне и выше. На ультразвуковых частотах можно представить (20) в виде

$$\gamma_j^{(F)} \simeq \frac{K^2q^2\varkappa^2\Omega^2}{\rho\sigma c_l^5} \frac{\Omega^2\tau_\sigma^2}{1+\Omega^2\tau_\sigma^2}, \tag{23}$$

откуда следует, что на низких частотах ($\Omega\tau_\sigma \ll 1$) $\gamma \backsim \Omega^4$, а на высоких частотах ($\Omega\tau_\sigma \gg 1$) $\gamma \backsim \Omega^2$.

Сравним высокочастотный коэффициент поглощения с ахиезеровским [6]

$$\gamma_A = \frac{9K^2\alpha^2\varkappa_T T}{\rho C_V^2 c_l^5}\Omega^2.$$

Учитывая связь $\varkappa = \sigma\omega/q^2$, получим

$$\frac{\gamma_j^{(F)}}{\gamma_A} \approx \frac{C_V^2\omega^2}{\varkappa_T T\alpha^2 q^2}\sigma, \tag{24}$$

что для типичных значений входящих в (24) термодинамических параметров: $\alpha \sim 10^{-5}$ К$^{-1}$, $\omega \sim 10^{-29}$ м^3, $\varkappa_T \sim 1$ Дж/К·м·с, $C_V \sim 10^6 \div 10^7$ Дж/К·м^3 при $T \sim 400$ К дает

$$\gamma_j^{(F)}/\gamma_A \sim (10^2 \div 10^3) \times \sigma \quad [\text{Ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}],$$

т. е. отношение γ_j/γ_A, пренебрежимо малое для обычных ионных кристаллов, может стать аномально большим для суперионных проводников ($\sigma \gtrsim 1$ Ом$^{-1}$·см$^{-1}$ [9]).[1]

Итак, рассмотрение показывает, что в твердых телах, проводимость которых обусловлена диффузией заряженных дефектов, ответственное за «восходящую диффузию» дилатационное взаимодействие дефектов с полем упругих напряжений приводит при достаточно общих условиях (возмущения неоднородного давления) к возбуждению баротоков, конкретный вид

[1] Однако выражение (20) непосредственно к суперионным проводникам не применимо ввиду пренебрежения коллективным взаимодействием ионов проводимости.

которых существенно зависит от механизма обеспечения электронейтральности решетки. Использованные при этом упрощающие предположения не являются принципиальными и могут быть при необходимости сняты.

Список литературы

[1] Минеев В. Н., Иванов А. Г. // УФН. 1976. Т. 119. № 1. С. 75—109; Минеев В. Н., Тюняев Ю. Н., Иванов А. Г. и др. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 4. С. 1242—1248.
[2] Черемской П. Г., Слезов В. В., Бетехтин В. И. Поры в твердых телах. М.: ЭАИ, 1990. 375 с.
[3] Косевич А. М. Физическая механика реальных кристаллов. Киев: Наукова думка, 1981. 327 с.
[4] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
[5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.
[6] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 с.
[7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1988. 215 с.
[8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
[9] Физика суперионных проводников /Под ред. М. Б. Саламона. Рига: Зинатне, 1982. 315 с.

Кузбасский
политехнический институт

Поступило в Редакцию
26 декабря 1990 г.