УДК 537.76


# РЕЗОНАНСНОЕ ЭКСИТОННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ПОЛУМАГНИТНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ

*Ф. М. Гашимзаде, Р. С. Надирзаде, Т. Г. Исмаилов*

Теоретически исследовано резонансное экситонное комбинационное рассеяние света в полумагнитном полупроводнике. Предварительно найден спектр экситонов вариационным методом. Рассмотрены экситонное комбинационное рассеяние света (КРС) без участия фононов и однофононное КРС. На примере $Cd_{1-x}Mn_xTe$ сделаны оценки сечений рассеяния и показано, что однофононный отклик дает вклад в сечение по порядку малости $\alpha_э$ ($\alpha_э$ — фрелиховская константа связи). Получены формулы для резонансной частоты и порога, который возникает при однофононном процессе. Форма линии резонансного экситонного КРС, когда участвуют основные состояния экситонов, оказалась лоренцевской, в то время как при однофононном повторении форма линии нелоренцевская.

Как известно, спектры комбинационного рассеяния света (КРС) в полупроводниках несут информацию об электронных возбуждениях в кристалле, электрон-фононных механизмах взаимодействия, о процессах релаксации электронных возбуждений и т. п. Уникальные свойства полумагнитных полупроводников (ПМП) ($Cd_{1-x}Mn_xTe$, $Hg_{1-x}Mn_xTe$ и др.) [1, 2] и возможность применения этих материалов в технике привлекают к ним внимание исследователей — как экспериментаторов, так и теоретиков. Наличие в ПМП обменного взаимодействия между спинами магнитных ионов $Mn^{+2}$ и свободных носителей даже в слабых магнитных полях приводит к гигантским спиновым расщеплениям электронных и дырочных зон, а также экситонных состояний и к сильной анизотропии их спектра. Это позволяет наблюдать в ПМП как электронное КРС, так и экситонное. Экспериментально электронное КРС в $Cd_{1-x}Mn_xTe$ изучено в работе [3]. Теоретически резонансное электронное КРС рассмотрено в статьях [4, 5]. В этих работах изучены процессы рассеяния с возбуждением электронных состояний непрерывного спектра — состояний электронно-дырочной пары (электроны — в зоне проводимости, дырка — в валентной зоне), причем кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой не учитывалось.

Для того чтобы электронное КРС было резонансным, необходимо выполнение условия [5]

$$\omega_l > \mathscr{E}_g + 3Ar - A, \tag{1}$$

где $\omega_l$ ($\omega_s$) — частота падающего (рассеянного) света; $\mathscr{E}_g+3Ar-A$ — ширина щели между зонами, участвующими в процессе КРС; $r=\alpha/\beta$,

$$A=\frac{\beta}{6}N_s\langle S_z\rangle,\quad \alpha=\langle S|\mathscr{J}(\mathbf{r})|S\rangle,\quad \beta=\langle X|\mathscr{J}(r)|X\rangle,$$

$\mathscr{J}(\mathbf{r})$ — обменный интеграл; $N_s$ — концентрация ионов $Mn^{+2}$; $\langle S_z\rangle$ — среднестатистическое значение проекции спина иона марганца на ось $z$. В случае, когда $\omega_l \leqslant \mathscr{E}_g+3Ar-A$, необходимо учитывать экситонные эффекты. Расщепление экситонных состояний в $Cd_{1-x}Mn_xTe$ изучено в работах [6-8]. Учет этих эффектов приводит к тому, что в спектре сдвига частоты $\omega=$

$=\omega_l-\omega_s$ появляется ряд дискретных линий, соответствующих возбуждению в кристалле дискретных экситонных зон с суммарным волновым вектором $K=\varkappa_l-\varkappa_s$, где $\varkappa_l$ ($\varkappa_s$) — волновой вектор первичного (вторичного) света.

Анизотропия экситонных состояний приводит к особенностям в спектре КРС и формы линии.

В настоящей работе проведен расчет сечения и формы линии экситонного КРС, которые соответствуют процессам возбуждения в ПМП экситонных состояний при облучении кристалла первичным светом с частотой, лежащей в области фундаментального поглощения. В разделе 1 работы найдены спектр и волновые функции экситонов с помощью вариационного метода. В разделе 2 проведен расчет сечения и формы линии резонансного экситонного КРС без учета экситон-фононного взаимодействия, а в разделе 3 — расчет сечения и формы линии однофононного резонансного экситонного КРС. Расчеты проводились на основе общей теории вторичного излучения с применением графической техники [9, 10]. В конце каждого раздела сделаны выводы и приведены оценки сечения КРС.

## 1. Спектр и волновые функции основного состояния экситонов в $Cd_{1-x}Mn_xTe$

Согласно зонной структуре $Cd_{1-x}Mn_xTe$, приведенной в [5], возможно восемь типов экситонов, которые образованы четырьмя зонами дырок и двумя электронными зонами. В зависимости от геометрии эксперимента будут возбуждаться различные экситонные состояния. Не уменьшая общности расчетов, рассмотрим процесс, при котором векторы поляризации падающего $e_l$ и рассеянного $e_s$ света взаимно перпендикулярны ($e_l=e_{l_x}+ie_{l_y}$, $e_s=e_{s_x}-ie_{s_y}$), т. е. в экситонном КРС участвуют экситонные состояния, образованные зонами 1,5 и 1,3 [5]. Кстати, условие (1) также соответствует этой геометрии эксперимента. Учитывая, что вариационный метод дает хорошие результаты при вычислении энергий и волновых функций основного состояния экситона, в разделе 2 мы рассмотрели КРС, в котором участвуют только эти состояния. В случае учета возбужденных состояний необходимы более точные методы расчета спектра и волновых функций состояний.

Если энергию экситона, образованного $i$-й зоной проводимости и $j$-й зоной дырок, обозначить через $E_{ij}(\mathbf{k}, n)$, где $n$ — главное квантовое число экситона, а энергию основного состояния — через $E_{ij}(0, 1)$, то, согласно [11, 12], имеем

$$E_{ij}(0,1)=\frac{1}{3a_{ij}}\left(\frac{\gamma}{1+\alpha'^2}+2\right)-\frac{2}{\alpha' a_{ij}}\operatorname{arcsh}\alpha'+\Delta E_{ij}, \tag{2}$$

$$a_{ij}=\frac{\alpha'}{3\operatorname{arcsh}\alpha'}\left(2+\frac{\gamma}{1+\alpha'^2}\right), \tag{3}$$

$$\gamma=2\left(1+\alpha'^2\right)^{3/2}\frac{\sqrt{1+\alpha'^2}\operatorname{arcsh}\alpha'-\alpha'}{\alpha'\sqrt{1+\alpha'^2}-\operatorname{arcsh}\alpha'}, \tag{4}$$

$$\alpha'=\frac{b_{ij}^2}{a_{ij}^2}-1,\qquad \gamma=\frac{\gamma_{ij\perp}}{\gamma_{ijz}}=\frac{(1/m_{i\perp})+(1/m_{j\perp})}{(1/m_{iz})+(1/m_{jz})}, \tag{5}$$

где $\Delta E_{ij}$ — щель между $i$-й и $j$-й зонами; $a_{ij}$, $b_{ij}$ — вариационные коэффициенты; $m_{iz}$ ($m_{i\perp}$) — продольная (поперечная) компонента эффективной массы частицы в $i$-й зоне; $\mu_{iz}$ ($\mu_{i\perp}$) — приведенная продольная (поперечная) масса. Волновая функция основного состояния определяется соотношением

$$\Psi=R_{1,0,0}\Psi_i\Psi_j=R_{1,0,0}u_iu_j, \tag{6}$$

где $u_{i\,(j)}$ — блоховские амплитуды соответствующих зон [5]. Радиальная часть $R_{1,\,0,\,0}$ функции (6) имеет вид

$$R_{1,0,0}=\frac{1}{\sqrt{\pi a_{ij}b_{ij}}}\,e^{-\sqrt{x^2+y^2/a_{ij}^2+z^2/b_{ij}^2}}. \qquad (7)$$

Эффективные массы $m_{iz\,(\perp)}$ в параболическом приближении, которые зависят от обменной энергии, приведены в работе [5], причем эффективные массы для зон 1 и 5 одного порядка, а для зон 1 и 3 они могут отличаться на несколько порядков. Поэтому в расчетах экситон, образованный зонами 1 и 5, можно считать водородоподобным и использовать энергию и волновые функции возбужденных состояний такого экситона при вычислении сечения КРС. Из [5] следует, что

$$\Delta E_{15}=\mathcal{E}_g-3Ar+A, \qquad (8)$$
$$\Delta E_{13}=\mathcal{E}_g-3Ar-3A. \qquad (9)$$

## 2. Расчет сечения и формы линии резонансного экситонного КРС в $Cd_{1-x}Mn_xTe$

Согласно общей теории вторичного излучения в полупроводниках [9], основной вклад в сечение резонансного экситонного КРС будет давать диаграмма (рис. 1). Здесь сплошная линия соответствует экситону в основном состоянии, и ей сопоставляется функция Грина [1]

$$iG(\varkappa_l,\ \omega_l)=i\left[\omega_l-E_{1,\,5}(0,\ 1)/\hbar+i\gamma_1/2\right]^{-1}, \qquad (10)$$
$$iG^-(\varkappa_l-\varkappa_s,\ \omega_l-\omega_s)=\gamma_2/\{[\omega_l-\omega_s-E_{1,\,3}(0,\ 1)/\hbar]^2+\gamma_2^2/4\}, \qquad (11)$$

где $\gamma_1$ ($\gamma_2$) — обратное время жизни экситона, образованного зонами 1 и 5, 1 и 3, в основном состоянии. В отсутствие пространственной дисперсии

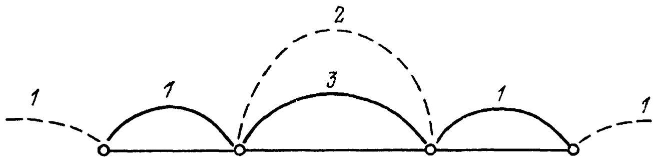


Рис. 1. Диаграмма, дающая основной вклад в сечение бесфононного резонансного экситонного КРС: $\varkappa_l, \omega_l$ (*1*), $\varkappa_s$, $\omega_s$ (*2*), $\varkappa_l-\varkappa_s$, $\omega_l-\omega_s$ (*3*).

$\varkappa_l-\varkappa_s=0$ и $\mathbf{k}=0$, т. е. когда участвуют основные состояния экситонов с нулевым импульсом, мы предполагаем $\gamma_1$ ($\gamma_2$) не зависящими от частоты. Расчет диаграммы (рис. 1) дает следующие выражения для сечения резонансного экситонного КРС:

$$\frac{d^2S}{d\omega_s d\Omega}=\frac{r_0^2\omega_s n(\omega_s)\,m_0^2P^4V_0}{3\pi a_{15}^3\hbar^3 n(\omega_l)\,\omega_l}\,|e_l^+e_s^-|\,\frac{\left|R_{1,\,0,\,0}^{1',\,0,\,0}\right|^2}{\pi^2a_{15}^2d_{13}^2b_{15}b_{13}}\times$$
$$\times\frac{1}{[\hbar\omega_l-E_{15}(0,\ 1)]^2+(\hbar\gamma_1/2)^2}\,\frac{1}{[\hbar\omega_l-\hbar\omega_s-E_{1,\,3}(0,\ 1)]^2+(\hbar\gamma_2/2)^2}, \qquad (12)$$

$$R_{1,\,0,\,0}^{1',\,0,\,0}=\int r^2e^{-\sqrt{x^2+y^2/a_{15}^2+z^2/b_{15}^2}}\,e^{-\sqrt{x^2+y^2/a_{13}^2+z^2/b_{13}^2}}dr, \qquad (13)$$

где $r_0$ — классический радиус электрона, $m_0$ — масса свободного электрона, $P$ — параметр Кейна, $n(\omega_l)=n(\omega_s)$ — показатель преломления света в кристалле, $V_0$ — объем кристалла, $\hbar$ — постоянная Планка. Из (12) видно, что при $\hbar\omega_l-E_{15}(0,\ 1)\gg\hbar\gamma_1/2$ форма резонансного КРС определяется $\gamma_2$ и является лоренцевой. Резонансная частота сдвига определяется формулой

$$\hbar\omega_{\text{рез}}=E_{13}(0,\ 1). \qquad (14)$$

[1] Правила диаграммной техники подробно изложены в работе [9].

Так как в рассмотренном процессе рассеяния учитывались основные состояния экситонов с суммарным волновым вектором $\mathbf{k}=0$, то анизотропия экситонных состояний существенно не влияла на такие переходы в отличие от электронного резонансного КРС [4, 5], в спектре которого из-за анизотропии появлялся порог, а форма линии становилась нелоренцевой.

Для оценки сечения используем параметры $Cd_{1-x}Mn_xTe$, приведенные в [5], а также $E_{15}(0,\ 1)-E_{13}(0,\ 1)=7$ мэВ, $\hbar\gamma_1=\hbar\gamma_2=1$ мэВ [1, 2, 7], $\hbar\omega_l=1.65$ эВ, $a_{15}=a_{13}=b_{15}=b_{13}=5\cdot 10^{-9}$ см — радиус первой боровской орбиты, для которых сечение имеет порядок $10^{-18}$—$10^{-17}$ ср$^{-1}$·см$^2$·с, что на два порядка меньше сечения электронного резонансного КРС [5]. В то же время для малых квантовых чисел экситона вклад в сечение от переходов через промежуточное состояние экситона из дискретного спектра намного превышает вклад переходов через промежуточное экситонное состояние непрерывного спектра [13]. Для приведенных выше параметров отношение этих вкладов порядка $10^3$.

## 3. Расчет сечения и формы линии однофононного резонансного экситонного КРС в $Cd_{1-x}Mn_xTe$

Учет экситон-фононного взаимодействия в процессе КРС в ПМП представляет интерес по двум причинам. Во-первых, расчет сечения фононного отклика дает возможность оценить и сравнить значение сечения с другими видами КРС. Во-вторых, поскольку экситон-фононное взаимодействие приводит к изменению волнового вектора экситона, т. е. когда процесс

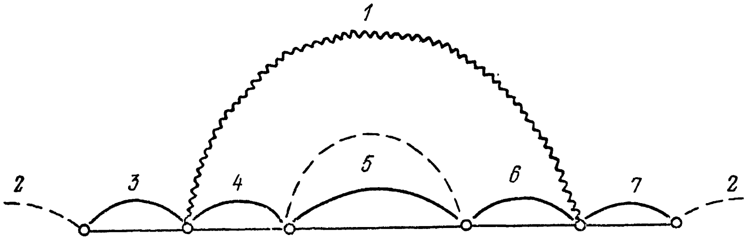


Рис. 2. Диаграмма, дающая основной вклад в сечение однофононного резонансного экситонного КРС: $\mathbf{k}-\varkappa_l$, $\omega$ (1), $\varkappa_l$, $\omega_l$ (2), $\varkappa_l$, $\omega_l$, $m_1$ (3), $\mathbf{k}$, $\omega_l-\omega$, $m_2$ (4), $\mathbf{k}-\varkappa_s$, $\omega_l-\omega-\omega_s$, $n$ (5), $\mathbf{k}$, $\omega_l-\omega$, $m_2$ (6), $\varkappa_l$, $\omega_l-\omega$, $m_2$ (7).

идет с $\mathbf{k}\neq 0$, в спектре КРС из-за анизотропии экситонных состояний появляется порог, а форма линии становится нелоренцевой. Согласно [9], для расчета сечения резонансного однофононного экситонного КРС необходимо вычислить диаграмму.

Диаграмма (рис. 2) описывает следующий процесс: на кристалл при $T=0$ падает фотон $(\omega_l,\ \varkappa_l)$, в результате поглощения фотона рождается экситон в состоянии $\varkappa_l$, $\omega_l$, $m_1$, который образован зонами 1 и 5, и предполагается водородоподобным. После экситон-фононного взаимодействия экситон переходит в состояние, образованное зонами 1 и 3 с $\mathbf{k}-\varkappa_s$, $\omega_l-\omega-\omega_s$, $n$, которое уже нельзя считать водородоподобным, и поэтому ограничимся переходом в основное состояние этого экситона, т. е. $n=1$. При этом экситон излучает вторичный свет $\varkappa_s$, $\omega_s$. Итак, в конечном состоянии будем иметь экситон $\mathbf{k}-\varkappa_s$, $\omega_l-\omega-\omega_s$, $n$, фонон $\mathbf{k}-\varkappa_l$, $\omega$ и фотон $\varkappa_s$, $\omega_s$. Учитывая, что $\mathbf{k}\gg\varkappa_l$ $(\varkappa_s)$, пренебрежем векторами фотонов, а матричный элемент экситон-фононного взаимодействия представим в виде

$$d_{\varkappa_s\mathbf{k}}^{mm_1}=\frac{d}{\mathbf{k}-\varkappa_s}=\frac{d}{\mathbf{k}}=d_{\mathbf{k}\varkappa_s}^{m_1m}, \tag{15}$$

$$d^2=\frac{8\pi\hbar^2}{V_0}\,\frac{a_э\sqrt{\hbar}\,\omega_{LO}^{3/2}}{2\sqrt{M_э}}. \tag{16}$$

Связь экситонов с $LO$ фононами считаем слабой, т. е. полагаем, что фреликовская константа связи для экситонов $\alpha_э \ll 1$

$$\alpha_э = \frac{e^2}{2\hbar\omega_{LO} l_э}(\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1}),$$

$$l_э = \left(\frac{\hbar}{2M_э\omega_{LO}}\right)^{1/2}. \qquad (17)$$

Здесь $\varepsilon_0$ $(\varepsilon_\infty)$ — статическая (высокочастотная) диэлектрическая проницаемость; $M_э = m_l + m_h$ — масса экситона; $m_l$ $(m_h)$ — эффективная масса электрона (дырки); $\omega_{LO}$ — предельная частота $LO$ колебаний решетки. Для расчета диаграммы (рис. 2) использованы функции Грина экситонов

$$iG(\varkappa_l, \omega_l, m_1, \mathbf{k}) = i[\omega_l - E_{15}(m_1, \mathbf{k})/\hbar + i\gamma_1(m_1, \mathbf{k})/2]^{-1},$$

$$iG^-(\mathbf{k} - \varkappa_s, \omega_l - \omega_s - \omega, n) = \frac{\gamma_2(\mathbf{k} - \varkappa_s, n)}{\{[\omega_l - \omega - \omega_s - E_{13}(n, \mathbf{k})/\hbar]^2 + [\gamma_2(\mathbf{k} - \varkappa_s, n)/2]^2\}} \qquad (18)$$

и функция Грина фонона

$$iD^-(\varkappa_l - \mathbf{k}, \omega) = \frac{\Gamma(\varkappa_l - \mathbf{k})}{(\omega - \omega_{LO})^2 + [\Gamma(\varkappa_l - \mathbf{k})/2]^2}, \qquad (19)$$

где $\Gamma(\varkappa_l - \mathbf{k})$ — затухание $LO$ фононов. Так как при интегрировании по частоте $\omega$ существенно поведение функции Грина в окрестности полюсов, то мы пренебрегаем в (18) зависимостью $\gamma(\mathbf{k}, \omega, m)$ от $\omega$, полагая $\gamma(\mathbf{k}, \omega, m) = \gamma(k, \omega(\mathbf{k}, m), m) = \gamma(\mathbf{k}, m)$. В результате получаем следующее выражение для сечения однофононного резонансного экситонного КРС [9]:

$$\frac{d^2S}{d\Omega d\omega_s} = \frac{\omega_s^3\omega_l V_0}{c^4} e^*_{s\alpha} e_{s\beta} e_{l\gamma} e^*_{l\lambda} S_{\alpha\gamma,\beta\lambda}(\varkappa_l, \varkappa_s, \omega_l, \omega_s), \qquad (20)$$

$$S_{\alpha\gamma,\beta\lambda} = (2\pi\hbar^2 V_0\omega_s^2\omega_l^2)^{-1} \sum_{n,\mathbf{k},m_1m_2} \mathcal{J}_\gamma(\varkappa_l, m_l)\,\mathcal{J}_\alpha(\varkappa_s m_2)\,\mathcal{J}_\lambda(\varkappa_l m_1')\,\mathcal{J}_\beta(\varkappa_s, m_2') \times$$

$$\times d^{m_2' m_1'}_{\varkappa_s \mathbf{k}} d^{m_2 m_1}_{\mathbf{k} \varkappa_s} G(\varkappa_l, \omega_l, m_1, \mathbf{k})\, G^*(\varkappa_l, \omega_l, m_1', \mathbf{k})\, \Phi(m_2, m_2', n, \mathbf{k}), \qquad (21)$$

$$\Phi(m_2, m_2', n, \mathbf{k}) = -\frac{1}{2\pi}\int d\omega G(\mathbf{k}, \omega_l - \omega, m_2)\, G^-(\mathbf{k} - \varkappa_s, \omega_l - \omega - \omega_s, n) \times$$

$$\times G^*(\mathbf{k}, \omega_l - \omega, m_2')\, D^-(\varkappa_l - \mathbf{k}, \omega). \qquad (22)$$

Формулы (20)—(22) справедливы в случае резонансного КРС при условии $\gamma \ll \omega_{LO}$, и основной вклад в сечение будут давать члены с $m_2 = m_2' = m$ и $m_1 = m_1'$. Остальные члены дают вклад, малый по параметру $\gamma/\omega_{LO}$.

Для того чтобы определить форму линии, необходимо после вычисления $\Phi(n, m, \mathbf{k})$ подставить его в (21) с учетом (15), (16) и проинтегрировать по $\mathbf{k}$, считая, что при условии

$$\gamma = \gamma(\mathbf{k}, m) \ll \omega_l - \omega_{LO} - E_{ij}(0, m)/\hbar,$$

$$\Gamma = \Gamma(\mathbf{k}) \ll \omega_l - \omega_{LO} - E_{ij}(0, m)/\hbar. \qquad (23)$$

Резонансные знаменатели гораздо быстрее меняются при изменении $\mathbf{k}$ в окрестности резонансного значения $\mathbf{k}_{рез}$, чем прочие величины, зависящие от $\mathbf{k}$. Далее полагаем $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{рез}$, в результате интегрирования по $\mathbf{k}$ получаем

$$S_{\alpha\gamma,\beta\lambda} = (2\pi\hbar^2 V_0\omega_s^2\omega_l^2)^{-1}\frac{d^2}{\hbar^2} \sum_{n,m,m_1} \mathcal{J}_\gamma(\varkappa_l, m_1)\,\mathcal{J}^*_\alpha(\varkappa_s, m)\,\mathcal{J}^*_\lambda(\varkappa_s, m)\,\mathcal{J}_\beta(\varkappa_l, m_1) \times$$

$$\times \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{k^2} G(\varkappa_l, m_1, \omega_l)\, G(\varkappa_l, m_1, \omega_l)\, \Phi(n, m, \mathbf{k}) = (2\pi\hbar^2 V_0\omega_s^2\omega_l^2)^{-1} \times$$

$$\times \frac{d^2 V_0 m_0^4 p^4}{9\pi\hbar^6} \sum_{m_1, m}\left[\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\frac{\mathcal{J}_{1z}(m_1)}{\omega_1\omega_2^2} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\frac{\omega_l - \omega_{LO} - E_{15}(0, m)/\hbar}{\omega_1^2\omega_2^2}\mathcal{J}_{2z}(m) + \right.$$

$$+\frac{\mathcal{J}_{1z}(m_1)}{\omega_3\omega_2^2}+\frac{[(M_{15\perp}/M_{13\perp})-1]^4}{\omega_4\omega_2^2}\mathcal{J}_{3z}(m,\ 1)\Bigg], \tag{24}$$

$$\mathcal{J}_{1z}(m_1)=\int\limits_{k_{z0}}^{\infty}\left\{\left[\omega_l-E_{15}(0,\ m_1)/\hbar-\frac{\hbar k_z^2}{2M_{15z}}\left(\frac{M_{15\perp}}{M_{15z}}-1\right)\right]^2+\frac{\gamma_1^2}{4}\right\}^{-1}dk_z,$$

$$\mathcal{J}_{2z}(m)=\int\limits_{k_{z0}}^{\infty}\left\{\left[\omega_l-\omega_{LO}-E_{15}(0,m)/\hbar-\frac{\hbar k_z^2}{2M_{15\perp}}\left(\frac{M_{15\perp}}{M_{15z}}+1\right)\right]^2+\left(\frac{\gamma_1+\Gamma}{2}\right)^2\right\}^{-1}dk_z,$$

$$\mathcal{J}_{3z}(m,\ 1)=\int\limits_{k_{z0}}^{\infty}\left\{\left[\omega_s-E_{15}(0,m)/\hbar+E_{13}(0,1)/\hbar-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\hbar k_z^2}{2M_{15\perp}}\left(\frac{M_{15\perp}}{M_{15z}}-1-\frac{M_{15\perp}}{M_{13z}}+\frac{M_{15\perp}}{M_{13\perp}}\right)\right]^2+\left(\frac{\gamma_1+\Gamma}{2}\right)^2\right\}^{-1}dk_z, \tag{25}$$

$$\omega_1=-\omega_{LO}+E_{15}(0,\ m_1)/\hbar-E_{15}(0,\ m)/\hbar,$$

$$\omega_2=\omega_s+E_{13}(0,\ 1)/\hbar-E_{15}(0,\ m)/\hbar+[\omega_l-E_{15}(0,\ m_1)/\hbar]\left(\frac{M_{15\perp}}{M_{13\perp}}-1\right)-$$

$$-\frac{\hbar k_{z\,\text{рез}}^2}{2M_{15z}}\left(\frac{M_{15z}}{M_{13\perp}}-\frac{M_{13z}}{M_{13\perp}}\right),$$

$$\omega_3=-\omega_s-\omega_{LO}+E_{15}(0,\ m_1)/\hbar-E_{13}(0,\ 1)/\hbar,$$

$$\omega_4=\left(\frac{M_{15\perp}}{M_{13\perp}}-1\right)[\omega_l-\omega_s-\omega_{LO}-E_{13}(0,\ 1)/\hbar]+\frac{M_{15\perp}}{M_{13\perp}}[\omega_s+E_{13}(0,\ 1)/\hbar-$$

$$-E_{15}(0,\ m)/\hbar]-\frac{\hbar k_{z\,\text{рез}}^2}{2M_{15z}}\left(\frac{M_{15\perp}}{M_{13\perp}}-\frac{M_{15z}}{M_{13z}}\right),$$

$$\frac{\hbar k_{z\,\text{рез}}}{2M_{15z}}=\left(1-\frac{M_{13\perp}M_{15z}}{M_{15\perp}-M_{13z}}\right)^{-1}\left[\omega_l-\omega_{LO}-E_{15}(0,\ m)/\hbar-\right.$$

$$\left.-\frac{M_{13\perp}}{M_{15\perp}}(\omega_l-\omega_s-\omega_{LO}-E_{13}(0,1)/\hbar)\right]. \tag{26}$$

Интегралы (25) дают формулы, аналогичные (4) из [5]. Пороговое значение определяется по формуле

$$k_{z0}=\sqrt{\frac{2M_{13z}}{\hbar}[\omega_l-\omega_s-\omega_{LO}-E_{13}(0,\ 1)/\hbar]}. \tag{27}$$

Из (25)—(27) следует наличие в спектре КРС порога

$$\omega_{\text{пор}}=\omega_{LO}+E_{13}(0,\ 1)/\hbar, \tag{28}$$

а резонанс определяется формулой

$$\omega_{\text{рез},\,m}=\omega_{LO}+E_{13}(0,\ 1)/\hbar+\frac{M_{15\perp}}{M_{13\perp}}[\omega_l-\omega_{LO}-E_{15}(0,\ m)/\hbar]. \tag{29}$$

Из (29) видно, что в спектре КРС появляется ряд резонансных пиков, расстояние между которыми с ростом $m$ уменьшается по закону $1/m^2$. Наличие порога и нелоренцевой формы линии при однофононном резонансном экситонном КРС делает его похожим на электронное резонансное КРС [4, 5]. Но они имеют различные значения для порога и формы линии. Это позволяет все три вида КРС различать друг от друга. Если сравнивать значения сечения для параметров из [5] и вышеприведенные, приняв $\hbar\omega_{LO}=10$ мэВ, то видим, что однофононный отклик является малой величиной по порядку малости $\alpha_э$ относительно бесфононного КРС, что и ожидалось.

### Список литературы


[1] Brandt N. B., Moshchalkov V. V. // Adv. Phys. 1984. V. 33. P. 193.
[2] Furdyna J. K. // J. Appl. Phys. 1983. V. 64. N 4. P. 29—64.
[3] Peterson D. L., Petrov A., Dutta M. D., Ramdas A. K., Rodriguez S. // Sol. St. Commun. 1982. V. 43. N 9. P. 667—669.

[4] Гашимзаде Ф. М., Исмаилов Т. Г., Надирзаде Р. С. // Тез. докл. XIII Всес. совещ. по теории полупроводников. Ереван, 1987. С. 91.
[5] Гашимзаде Ф. М., Павлов С. Т., Надирзаде Р. С., Исмаилов Т. Г., Белицкий В. И. // ДАН Азерб. ССР, сер. физ. 1989. Т. 46. № 3. С. 11—14.
[6] Рябченко С. М. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1982. Т. 46. № 3. С. 440—445.
[7] Рябченко С. М., Семенов Ю. Г., Терлецкий О. В. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 10. С. 2901—2908.
[8] Комаров А. В., Рябченко С. М., Терлецкий О. В., Жору И. И., Иванчук Р. Д. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 28. С. 608—617.
[9] Ивченко Е. Л., Ланг И. Г., Павлов С. Т. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 9. С. 1751—1759.
[10] Ланг И. Г., Павлов С. Т., Проказников А. В., Гольцев А. В. // Препринт № 866. Л., 1984. 42 с.
[11] Kohn W., Luttinger J. L. // Phys. Rev. 1955. V. 98. P. 915—921.
[12] Бир Г. Д., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М.: Наука, 1972. 583 с.
[13] Гольцев А. В. // ФТТ. 1980. Т. 22. №,8. С. 2360—2363.

Институт физики АН Азерб.ССР
Баку

Поступило в Редакцию
13 марта 1991 г.