

УДК 539.2

© 1991

## СПЕКТР СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ В МНОГОСЛОЙНОЙ 2D-СТРУКТУРЕ

С. В. Ивлиев, В. Н. Собакин

В рамках микроскопического подхода исследован спектр акустических плазмонов в многослойных 2D-системах с учетом межэлектронного взаимодействия. Показано, что эффекты обмена и корреляции приводят к перенормировке скорости распространения акустических плазмонов и к возникновению ограничения на условие существования таких незатухающих колебаний.

1. Исследование особенностей спектра собственных колебаний в модельной системе чередующихся электронных 2D-слоев при последовательном учете межэлектронных взаимодействий всех электронов такой системы представляет значительный интерес. В частности, принципиально многочастичный характер взаимодействия электронов при характерных для изучаемых квазидвумерных систем электронных плотностях будет определять как условия возникновения собственных возбуждений в таких системах, так и характер поведения параметров этих спектров. Параметром, характеризующим степень неидеальности системы сильно взаимодействующих электронов в отдельном 2D-слое, является безразмерная величина  $r_s$ , определяемая соотношением  $N_s = \pi a_*^2 r_s^2$ , где  $N_s$  — концентрация 2D-электронов,  $a_*$  — эффективный боровский радиус ( $r_s \sim \sim 0.1 \div 20$  в типичных случаях). Поскольку в таких системах в принципе возможно управлять параметрами электронной компоненты [1], то проявление эффектов межэлектронных взаимодействий в макроскопических свойствах изучаемых систем оказывается доступным непосредственному наблюдению.

В настоящей работе анализируются собственные колебания в системе двух и более чередующихся одинаковых бесконечно тонких (формально — двумерных) электронных слоев, в каждом из которых электроны взаимодействуют между собой и испытывают влияние самосогласованного электрического поля электронов других слоев. При этом основное внимание уделяется анализу акустических плазменных колебаний [2], поскольку, как оказывается, скорость звука будет непосредственно определяться обменно-корреляционным взаимодействием между электронами.

2. Определим распределение электронной плотности в слое в результате воздействия других электронов этого же слоя и электрического поля других слоев в виде

$$\rho_n(x, \omega) = \chi_0(x, \omega) \left[ v(x) (1 - G(x, \omega)) \rho_n(x, \omega) + \sum_{n \neq k} \rho_k(x, \omega) v(x) e^{-\gamma^d |n-k|} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\rho_n(x, \omega)$  — Фурье-образ электронной плотности в  $n$ -слое;  $\chi_0(x, \omega)$  — восприимчивость, вычисленная в приближении хаотических фаз (RPA);  $v(x) = 2\pi e^2/x$  — кулоновское взаимодействие в двумерном случае;  $G(x, \omega)$  — поправка на локальное поле, учитывающая уменьшение плотности электронов около фиксированной частицы из-за кулоновского отталкивания и

обменных эффектов. В частности [3, 4], при малых волновых векторах поправка на локальное поле обратно пропорциональна  $v(x)$ , так что  $G(x \rightarrow 0) = \gamma x / k_F$ . Для простейшей системы, состоящей всего из двух слоев, условие существования нетривиального решения (1) дает следующие два независимых соотношения:

$$\begin{aligned} 1 - v\chi_0(1 - G) - v\chi_0 e^{-\gamma d} &= 0, \\ 1 - v\chi_0(1 - G) + v\chi_0 e^{-\gamma d} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Первое уравнение описывает незатухающие оптические плазмоны, соответствующие колебаниям в обоих слоях с единой фазой; второе уравнение определяет акустические плазмоны. При этом колебания электронной плотности в слоях происходят в противофазе. Для следующего анализа перейдем к безразмерным величинам, а именно определим  $x = x/k_F$ ,  $y = \hbar\omega/\epsilon_F$ ,  $D = d/a_*$ , при этом  $k_F a_* r_s = \sqrt{2}$ . Безразмерная скорость возбуждений в длинноволновом пределе связана соотношением  $C = y/x = c_p/2v_F$ , где  $c_p$  — обычная групповая скорость акустических плазмонов. Решение первого из уравнений (2) не представляет труда при  $x \rightarrow 0$  и  $xD \ll r_s$  ( $xd \ll 1$ ). Разлагая  $\chi_0(x, \omega)$  в пределе  $\omega \gg xv_F$ , получаем

$$y^2 = 4\sqrt{2}r_s x + 3x^2 \left( 1 - \frac{2\sqrt{2}r_s \gamma}{3} - \frac{4}{3}D \right). \quad (3)$$

Обменно-корреляционные эффекты в этом случае приводят к уменьшению коэффициента при  $x^2$ .

При нахождении спектра акустических плазмонов требуется более аккуратный подход к разложению функции  $\chi_0(x, \omega)$  при  $x \rightarrow 0$  (так, например, ошибочные результаты работы [5] связаны именно с некорректностью разложения). При  $x \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\omega = c_p x$ ,  $c_p > v_F$  справедливо следующее соотношение для функции  $\chi_0$ :

$$\chi_0(x, \omega) = \frac{m}{2\pi} \left( \frac{C}{\sqrt{C^2 - 4}} - 1 \right). \quad (4)$$

Подставляя это разложение во второе уравнение (2), получаем в длинноволновом пределе соотношение, связывающее скорость акустических плазмонов с параметрами задачи

$$1 - 2 \left( D - \frac{r_s \gamma}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{C}{\sqrt{C^2 - 4}} - 1 \right) = 0. \quad (5)$$

Без учета обменно-корреляционных эффектов решение этого уравнения совпадает с результатами работы [6], где было показано, что при одинаковых слоях условие существования незатухающих акустических колебаний не зависит от межплоскостного расстояния, так как даже при  $d \rightarrow 0$  выполняется условие  $c_p > v_F$ . Как следует из (6), учет локального поля приводит к замене величины  $D$  на некоторое эффективное расстояние

$$D^* = D - \frac{\gamma r_s}{\sqrt{2}}. \quad (6)$$

При этом, во-первых, уменьшается сама скорость акустических плазменных колебаний и, во-вторых, условие существования такой ветви приводит к ограничению

$$D^* > 0 \text{ или } D > \gamma r_s / \sqrt{2}, \quad (7)$$

которое может быть нарушено в области больших  $r_s$ , когда многочастичные эффекты начинают играть существенную роль. Следовательно, эффекты обмена и корреляции являются принципиальными при формировании спектра акустических плазмонов в рассматриваемой системе.

3. Другим предельным случаем многослойной структуры является бесконечная система, состоящая из одинаковых параллельных слоев на расстоянии  $d$  друг от друга, каждый из которых характеризуется параметром неидеальности  $r_s$ . Такая система интересна и тем, что сочетает в себе черты как двумерной, так и трехмерной структур. В сущности любая реальная квази-2D-структура с большим числом слоев ( $n \gg 10$ ) может рассматриваться как бесконечная. В силу периодичности такой системы решение уравнений (1) необходимо искать в виде  $\rho_n = \rho_0 \exp(ipdn)$ , где  $p$  — волновой вектор, характеризующий фазу колебаний в направлении, перпендикулярном слоям. Уравнение, описывающее спектр колебаний в такой системе, будет иметь следующий вид:

$$1 = \frac{v\chi_0}{1 + vG\chi_0} \Phi(xd, pd), \quad (8)$$

где

$$\Phi(xd, pd) = \frac{\text{sh}(\lambda d)}{\text{ch}(\lambda d) - \cos(pd)}, \quad 0 \leq pd \leq \pi,$$

$$G(x) = \xi \frac{x}{k_F}. \quad (9)$$

Спектр собственных колебаний в такой системе имеет свои отличительные особенности. В выделенном случае  $p=0$ , что соответствует колебаниям во всех слоях с единой фазой, дисперсионное соотношение аналогично обычным трехмерным плазмонам

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2 N_s}{md} + \left( \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{2} \xi r_s}{2} \right) x^2 v_F^2. \quad (10)$$

В случае же  $p \neq 0$ , соответствующем колебаниям со сдвинутыми фазами в различных плоскостях, спектр становится акустическим и возникает следующее уравнение для безразмерной скорости звука:

$$1 - 2 \left( \frac{D}{1 - \cos(pd)} - \frac{\xi r_s}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{C}{\sqrt{C^2 - 4}} - 1 \right) = 0. \quad (11)$$

Предельный случай  $pd = \pi$  соответствует колебаниям в соседних слоях в противофазе. Из уравнения (11) следует, что

$$C = 2 \frac{1 + 2D^*}{\sqrt{1 + 4D^*}},$$

где

$$D^* = \frac{D}{1 - \cos(pd)} - \frac{\xi r_s}{\sqrt{2}}. \quad (12)$$

Условие  $D^* > 0$ , определяющее возможность незатухающих акустических колебаний, при фиксированных  $r_s$  и  $D$  может рассматриваться как ограничивающее сверху величину  $pd$ , что позволяет экспериментально исследовать роль многочастичных эффектов в спектре возбуждений с заданным импульсом  $p$ . Таким образом, эффекты обмена и корреляции играют весьма важную роль при формировании спектра акустических плазмонов в многослойных 2D-структурах, причем они приводят к изменению непосредственно скорости акустических колебаний, а также существенно меняют условие существования таких незатухающих колебаний (расстояние между проводящими слоями должно быть не слишком малым в отличие от [6]). Отметим здесь, что при использовании наиболее «популярного» [7] выражения для поправки на локальное поле в однослойной модели, когда

$$\gamma = \xi = 1/\pi, \quad (13)$$

получается следующий критерий распада акустических плазмонов:

$$D < \frac{r_s}{\pi\sqrt{2}} \quad (14)$$

для двуслойной модели и

$$D = \frac{|1 - \cos(\rho d)| r_s}{\pi\sqrt{2}} \quad (15)$$

для системы из бесконечного числа слоев.

Однако физически довольно ясно, что при достаточном сближении электронных слоев использованное выше однослойное приближение работать не будет ввиду очевидного взаимовлияния электронов, принадлежащих разным плоскостям. Поэтому оказывается принципиальным нахождение поправки на локальное поле (и, как следствие, коэффициентов  $\gamma(r_s, D)$  и  $\xi(r_s, D)$ ), учитывающей изменение экранирующих свойств электронной системы вследствие взаимодействия между слоями.

4. Один из наиболее последовательных методов вычисления диэлектрической проницаемости на основе строгого многочастичного подхода к системе вырожденных взаимодействующих электронов был предложен в [8] и разработан авторами в [9, 10]. Модификация его на случай наличия дискретных квантовых чисел (в данном случае — номер слоя) не представляет принципиальной сложности. Функция Грина электронов, поляризационный оператор, диэлектрическая проницаемость, вершинная функция теперь становятся матричными. Предполагая, что переходы электронов с одного слоя на другой отсутствуют, многие матричные уравнения удается диагонализировать. Тогда выражение для поправки на локальное поле, учитывающей обменно-корреляционные эффекты, совпадает с аналогичным выражением для однослойной структуры [11], но эффективный межэлектронный потенциал будет определяться диагональным элементом

$$W_{nn}(x, \omega) = \sum_j v_{nj}(x) \epsilon_{jn}^{-1}(x, \omega). \quad (16)$$

При этом тензор диэлектрической проницаемости задается соотношением

$$\epsilon_{nm}(x, \omega) = \delta_{nm} + \frac{2\pi e^2}{x} e^{-x|d|n-m} \Pi_0(x, \omega) \left(1 - G(x, \omega) \frac{2\pi e^2}{x} \Pi_0(x, \omega)\right)^{-1}, \quad (17)$$

где  $\Pi_0(x, \omega)$  — поляризационный оператор одного слоя  $G(x, \omega)$  — поправка на локальное поле.

Таким образом, в рассматриваемой многослойной  $2D$ -системе, состоящей из одинаковых слоев, или в многокомпонентной системе типа симметричной электронно-дырочной жидкости обменно-корреляционные эффекты по-прежнему можно учитывать путем введения поправки на локальное поле  $G(x, \omega)$ , причем выражение для определения этой величины совпадает с уравнением для однородной (однокомпонентной) системы.

Поскольку в выражении для функции  $G$  входит лишь длинноволновый предел ( $x \rightarrow 0$ ), то для его определения, как было показано в [9, 10], достаточно использовать приближение хаотических фаз (RPA).

Теперь рассмотрим наиболее простую двухслойную систему электронов.

Матрица эффективного потенциала  $W$  записывается следующим образом:

$$W_{nm} = \frac{2\pi e^2}{x\Delta} \begin{bmatrix} 1 + v(1 - e^{-2xd})\Pi_0 & e^{-xd} \\ e^{-xd} & 1 + v(1 - e^{-2xd})\Pi_0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где

$$\Delta = (1 + v\Pi_0)^2 - v^2\Pi_0^2 \exp(-2xd).$$

В пределе  $d \rightarrow \infty$ , когда взаимодействием между электронами различных слоев можно пренебречь, это выражение переходит в диагональную форму, соответствующую двум отдельным слоям.

Анализ формулы (18) показывает, что эффективный радиус экранирования увеличивается в  $2(1+d/a_*)$  раз. Такое поведение межчастичного потенциала улучшает возможность использования линейного по  $W$  приближения для поправки на локальное поле [10, 11]. Окончательно используя выражение для длинноволнового предела поправки на локальное поле  $G = \gamma \chi / k_F$  (см. там же), получаем формулу для коэффициента  $\gamma$

$$\gamma = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(1 - \cos \varphi) \left[ \sqrt{2 - 2 \cos \varphi} + \sqrt{2} r_s \left( 1 - \exp \left( -2 \sqrt{2 - 2 \cos \varphi} \left( \frac{D \sqrt{2}}{r_s} \right) \right) \right) \right]}{(\sqrt{2 - 2 \cos \varphi} + \sqrt{2} r_s)^2 - 2r_s^2 \exp \left( -2 \sqrt{2 - 2 \cos \varphi} \frac{D \sqrt{2}}{r_s} \right)} \quad (19)$$

Зависимость этой величины от  $r_s$  при различных  $D$  приведена на рис. 1. При  $D\sqrt{2}/r_s \gg 1$ , что соответствует большим  $D$  или малым  $r_s$  (или одновременно выполнению этих требований), выражение для  $\gamma$  совпадает с результатом для одного слоя [11]. В другом предельном случае при  $D\sqrt{2}/r_s \ll 1$  и одновременно  $r_s \gg 1$ , когда обменно-корреляционные эффекты играют определяющую роль, интеграл легко вычисляется

$$\gamma = \frac{1 + 4D}{4\sqrt{2} r_s} \quad (20)$$

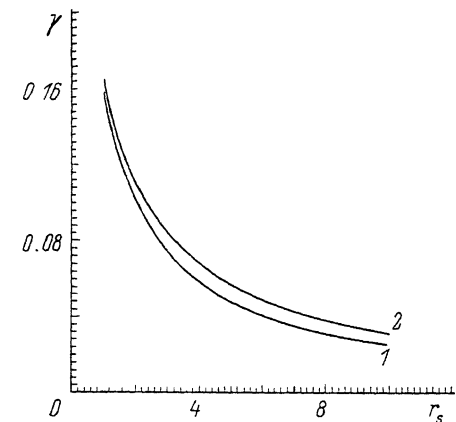


Рис. 1. Зависимость коэффициента  $\gamma$  от  $r_s$ .  $D = 0.5$  (1), 5 (2).

Итак, в двухслойной системе поправка на локальное поле становится зависящей не только от параметра неидеальности  $r_s$ , но и от межслойного расстояния  $d$ .

Вычисление поправки на локальное поле в квази-2D-структуре, состоящей из бесконечного числа одинаковых слоев, по сути не отличается от рассмотренной выше процедуры, однако определение эффективного межэлектронного потенциала имеет ряд особенностей.

Поскольку все слои считаются одинаковыми, тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{nm}$  зависит только от разности  $|n-m|$ . Диагональный элемент  $W_{nn}$ , входящий в выражение для поправки на локальное поле, вообще не зависит от номера слоя. Проводя Фурье-преобразование по дискретной переменной  $|n-m|$ , удается вычислить величину  $W = W_{nn}$

$$W(x, \omega) = \int_0^{2\pi} \frac{dk}{2\pi} V(k, x) \epsilon^{-1}(k, x, \omega), \quad (21)$$

где

$$V(k, x) = \frac{2\pi e^2}{x} \frac{\text{sh}(xd)}{\text{ch}(xd) - \cos k},$$

$$\epsilon(k, x, \omega) = 1 + V(k, x) \Pi_0(x, \omega).$$

Вычисляя интеграл (21), окончательно получаем выражение для эффективного межчастичного потенциала в бесконечной структуре

$$W(x) = \frac{2\pi e^2}{x} (1 + 2 \text{cth}(xd) v(x) \Pi_0(x) + (v(x) \Pi_0(x))^2)^{-1/2}. \quad (22)$$

В пределе  $x \ll k_F$  поправка на локальное поле  $G(x)$  определяется соотношением  $G(x) = \xi \chi / k_F$ , а для коэффициента  $\xi$  справедливо следующее выражение:

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(1 - \cos \varphi)}{\left(2 - 2 \cos \varphi + 2\sqrt{2} r_s \operatorname{cth} \left(\frac{2r_s}{D} \sqrt{1 - \cos \varphi}\right) \sqrt{2 - 2 \cos \varphi + 2r_s^2}\right)^{1/2}}. \quad (23)$$

Зависимости величин  $\gamma r_s/\sqrt{2}$  и  $\xi r_s/\sqrt{2}$  от  $D$  при различных  $r_s$  представлены на рис. 2, 3 соответственно. При  $\sqrt{2}D/r_s \gg 1$ , как и в двухслойной модели, величина  $\xi$  становится такой же, как и для одного слоя, а в случае  $D\sqrt{2}/r_s \ll 1$  и  $r_s \gg 1$  интеграл можно вычислить

$$\xi = \frac{1}{2\sqrt{2} r_s} \sqrt{\frac{D}{1+D}}. \quad (24)$$

Теперь вернемся к принципиальной проблеме: всегда ли существуют акустические плазмоны в рассматриваемых системах? Ответ на этот вопрос

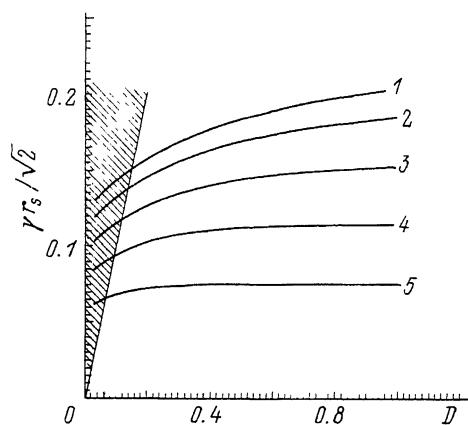


Рис. 2. Зависимость величины  $\gamma r_s/\sqrt{2}$  от  $D$  при  $r_s=25$  (1), 5 (2), 2 (3), 1 (4), 0.5 (5).

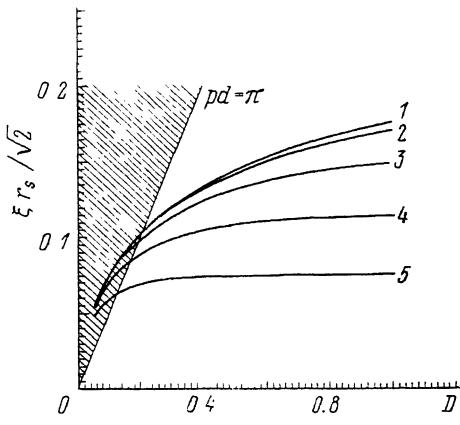


Рис. 3. Зависимость величины  $\xi r_s/\sqrt{2}$  от  $D$  при  $r_s=25$  (1), 5 (2), 2 (3), 1 (4), 0.5 (5).

заключается в выяснении возможности нарушения условий (9) или (15). Из выражений (20), (23) следует, что с учетом эффективного экранирования коэффициенты  $\gamma$  и  $\xi$  в наиболее интересной области  $D \ll r_s$ ,  $r_s \gg 1$  сами сильно зависят как от  $r_s$ , так и от  $D$ . При этом условие распада акустических плазмонов  $D^* < 0$  переходит для двухслойной структуры в

$$D < 1/4. \quad (25)$$

Аналогично для многослойной структуры

$$D < \left[ \frac{1 - \cos(pd)}{4} \right]^2. \quad (26)$$

На рис. 2, 3 области  $D^* < 0$  обозначены штриховкой. Выполнение критериев (25), (26) в условиях реального эксперимента, вообще говоря, является проблематичным, так как подразумевает существование гетероструктур с достаточно малыми эффективными расстояниями между слоями, что возможно, очевидно, при  $a_* \gg a_0$ , но при этом требуется наличие сильного вырождения и одновременно достаточно больших значений параметра  $r_s$ .

5. Исследование спектра собственных колебаний в резко анизотропной системе электронов, представляющей собой совокупность параллельных практически плоских и равноотстоящих друг от друга слоев, показало существенную зависимость этого спектра от характера и интенсивности межэлектронного взаимодействия. Принципиально важной оказалась именно многочастичность такого взаимодействия, приводящая за счет

эффектов обмена и корреляции как к ограничениям на условия возникновения собственных колебаний (пороговый характер возбуждения), так и к перенормировке скорости распространения акустических плазмонов. Кроме того, только учет этих эффектов ограничивает возможность существования незатухающих акустических плазмонов в условиях сильной неидеальности системы электронов ( $r_s \gg 1$ ). Проведенное рассмотрение основывалось на микроскопическом расчете и последующем анализе функции поправки на локальное поле в диэлектрической проницаемости исследуемых гетероструктур. Оказалось, что в области существования собственных колебаний поправка на локальное поле сильно зависит от  $r_s$  и межплоскостного расстояния, что и предопределяет особенности спектра колебаний.

#### Список литературы

- [1] Ando T., Fowler A., Stern F. // *Rev. Mod. Phys.* 1982. V. 5. N 2. P. 5—189.
- [2] Theis T. N. // *Surf. Science.* 1980. V. 98. P. 515—532.
- [3] Toigo F., Woodruff T. O. // *Phys. Rev. B.* 1970. V. 2. P. 3958.
- [4] Tanatar B. // *Phys. Stat. Sol.* 1990. V. 160. N 1. P. 237—243.
- [5] Sarma S. D., Madhukar A. // *Surf. Science.* 1980. V. 98. P. 563—570; *Phys. Rev. B.* 1980. V. 23. N 2. P. 805—815.
- [6] Santoro G. E., Giuliani G. F. // *Phys. Rev. B.* 1988. V. 37. N 2. P. 937—940.
- [7] Горобченко В. Д., Максимов Е. Г. / *УФН.* 1980. Т. 130. С. 65.
- [8] Максимов Е. Г. // *ЖЭТФ.* 1975. Т. 69. № 6. С. 2236—2247.
- [9] Ивлиев С. В., Собакин В. Н. // *Поверхность и эффекты неоднородности твердого тела.* М., 1987. С. 86—94.
- [10] Ивлиев С. В., Собакин В. Н. // *ЖЭТФ.* 1990. Т. 98. № 6 (12). С. 2000—2009.
- [11] Ивлиев С. В., Собакин В. Н. // *ФТТ.* 1990. Т. 32. № 3. С. 737—743.

Московский  
инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию  
27 декабря 1990 г.  
В окончательной редакции  
31 мая 1991 г.