УДК 538.221


# ДОМЕННЫЕ ГРАНИЦЫ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С ОДНОМЕРНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ПАРАМЕТРА ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И КОНСТАНТЫ АНИЗОТРОПИИ

*М. А. Шамсутдинов*

Найдены модели неоднородностей параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии, допускающие точное интегрирование уравнений Эйлера для 180° доменной границы (ДГ). Рассмотрено влияние слабых неоднородностей произвольного вида на характеристики ДГ. Для периодических неоднородностей параметров проведены подробные исследования статических и динамических характеристик ДГ. Получено выражение для коэрцитивной силы, справедливое в широком интервале отношений периода неоднородностей параметров к толщине ДГ.

В реальных кристаллах всегда существуют различные дефекты, которые приводят к локальным изменениям таких характеристик, как параметр обменного взаимодействия, константа анизотропии, намагниченность [1]. Существование пространственных неоднородностей параметров сильно сказывается как на статических, так и на динамических свойствах магнитных кристаллов с доменной структурой, в частности в поведении доменной границы (ДГ) в магнитном поле [1, 2]. Одним из направлений исследования поведения ДГ является моделирование потенциала ее взаимодействия с различного рода дефектами [1–6], что позволяет определить коэрцитивную силу, начальную восприимчивость. Другим направлением является моделирование не потенциала взаимодействия, а неоднородностей параметров, поскольку различные неоднородности параметров по-разному влияют на характеристики ДГ. Интенсивно изучаются случаи бесконечно тонких плоских дефектов, сравнимых с межатомным расстоянием [7, 8], и плоских дефектов, имеющих конечную толщину [9, 10]. Для адекватного описания поведения ДГ вблизи неоднородностей параметров возникает нелегкая задача нахождения решений нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, что обычно удается только численными методами [11, 12]. Некоторые неоднородности константы анизотропии допускают точное интегрирование [13]. Нахождение точно интегрируемых моделей представляет собой чрезвычайно важную задачу по той простой причине, что, с одной стороны, удается достаточно полно проанализировать влияние неоднородностей параметров на различные характеристики ДГ. С другой стороны, знание точного решения в определенных случаях помогает выбрать пробные функции распределения намагниченности, позволяющие исследовать влияние произвольных неоднородностей на характеристики ДГ в различных магнетиках. В том числе в феррит-гранатах, где неоднородности константы анизотропии возникают из-за квазипериодических модуляций поля внутренних напряжений, обусловленных когерентными флуктуациями распределения ионов в кристаллической решетке [14]. Среднее значение периода поля внутренних напряжений может быть сравнимо с толщиной ДГ [15].

В данной работе излагается метод отыскания одномерных неоднородностей параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии, допускающих точное интегрирование уравнений Эйлера. При помощи найденного закона распределения намагниченности путем введения вариационных параметров исследуется зависимость характеристик ДГ от одномерных симметричных неоднородностей параметров магнетика, подробно анализируется случай периодических неоднородностей параметров.

## 1. Точно интегрируемая модель

Рассмотрим 180° блоховскую доменную границу, параллельную плоскости $xoz$, в одноосном ферромагнетике, в котором параметр обменного взаимодействия и константа анизотропии являются функциями координаты $y$ [10], т. е.

$$A(y) = A(1 - \alpha f_1(y)), \quad K(y) = K(1 - \beta f_2(y)). \tag{1}$$

Исходим из плотности энергии

$$w = A(y)\left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 + K(y)\sin^2\theta, \tag{2}$$

где $\Theta$ — угол между осью легкого намагничивания и намагниченностью **M**. Уравнение Эйлера

$$\frac{d}{dy}\left(A(y)\frac{d\theta}{dy}\right) - K(y)\sin\theta\cos\theta = 0. \tag{3}$$

Это — нелинейное уравнение с переменными коэффициентами. Такие уравнения обычно решаются численными методами [11, 12]. Можно выделить класс уравнений, которые можно по крайней мере свести к уравнениям с постоянными коэффициентами. Для этого следует положить

$$f_i(y) = F_i(\theta), \quad i = 1, 2. \tag{4}$$

Тогда уравнение (3) принимает вид

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} - \sin\theta\cos\theta - \alpha\frac{d}{d\xi}\left[F_1(\theta)\frac{d\theta}{d\xi}\right] + \beta F_2(\theta)\sin\theta\cos\theta = 0, \tag{5}$$

где

$$\xi = y/\delta_0, \quad \delta_0 = \sqrt{A/K}.$$

После нахождения решения этого уравнения для заданных $F_i(\theta)$ легко восстановить вид неоднородностей параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии, т. е. $f_i(y)$, используя (4). Дальнейшая конкретизация вида зависимости $F_i(\theta)$ позволяет свести уравнение (5) к виду, допускающему интегрирование в квадратурах, а в определенных случаях удается выделить класс функций (4), допускающих точное интегрирование (5). Если в (5) положить

$$\beta F_2(\theta)\sin\theta\cos\theta - \alpha\frac{d}{d\xi}\left[F_1(\theta)\frac{d\theta}{d\xi}\right] = 2\varkappa\sin^3\theta\cos\theta, \tag{6}$$

то приходим к уравнению, допускающему точное интегрирование

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} - \sin\theta\cos\theta(1 - 2\varkappa\sin^2\theta) = 0. \tag{7}$$

Теперь определим $F_1(\theta)$, $F_2(\theta)$ и $\varkappa$. Воспользуемся независимостью $f_1(y)$ и $f_2(y)$, характеризующих неоднородности $A(y)$, $K(y)$. Тогда из (6) при $F_i(\theta) \not\equiv 0$ $(i=1, 2)$ следует, что

$$F_1(\theta)=(\theta'_\xi)^{-1}\left[\int \sin^3\theta\cos\theta d\xi+C\right],$$

$$F_2(\theta)=\sin^2\theta,\ \varkappa=(\beta-\alpha)/2. \tag{8}$$

В случае уединенной 180° ДГ ($\theta$ ($\xi\to-\infty)=0$, $\theta$ ($\xi\to+\infty)=\pi$, $\theta'_\xi$ ($|\xi|\to\to\infty)=0$) из (7) получим

$$\sin\theta=\frac{1}{\operatorname{ch}\xi}\frac{1}{(1-\varkappa\operatorname{th}^2\xi)^{1/2}},\quad -\infty<\varkappa<1,$$

$$-\infty<\beta-\alpha<2. \tag{9}$$

Зная решение (9), нетрудно восстановить вид функций (4), описывающих неоднородности параметров $A$ ($y$), $K$ ($y$). При этом потребуем, чтобы неоднородность параметра $A$ ($y$) всюду была конечной, что выполняется, если в (8) положить $C=0$. В результате получим

$$f_1=\frac{1}{2\varkappa}\left[-1+\frac{1}{\sqrt{\varkappa\sin^2\theta}}\frac{\arcsin\sqrt{\varkappa\sin^2\theta}}{(1-\varkappa\sin^2\theta)^{1/2}}\right],\quad \varkappa>0. \tag{10}$$

Для $\varkappa<0$ в (10) следует заменить $\sqrt{\varkappa}$ на $\sqrt{|\varkappa|}$ и arcsin на Arsh. При $|\varkappa|\ll 1$ из (10) следует, что

$$f_1\simeq\frac{1}{3}f_2\simeq\frac{1}{3}\frac{1}{\operatorname{ch}^2\xi}. \tag{11}$$

В частном случае однородного параметра обменного взаимодействия ($\alpha=0$) рассматриваемая модель, допускающая точное интегрирование, сводится к известной [12]. Эффективная толщина ДГ при $\varkappa<0.5$ равна

$$\Delta=\pi\delta_0\sqrt{\frac{2}{2+\alpha-\beta}}. \tag{12}$$

Уменьшение константы анизотропии (1) ($\beta>0$) в области нахождения ДГ вызывает ее расширение, а увеличение ($\beta<0$) — ее сжатие. Напротив, уменьшение параметра обменного взаимодействия ($\alpha>0$) вызывает сжатие, а увеличение ($\alpha<0$) — расширение ДГ. Эти результаты согласуются с выводами теории ДГ в магнетиках с однородными параметрами [1, 16]. Наконец, не приводя решения из-за его громоздкости, отметим существование более общего случая, допускающего точное интегрирование

$$\beta f_2=\beta_1\sin^2\theta+\beta_2\sin\theta\cos\theta,$$

$$\alpha f_1=(\theta'_\xi)^{-1}\left[\int(\alpha_1\sin^3\theta\cos\theta+\alpha_2\sin^2\theta+\alpha_3\sin^4\theta)d\xi+C\right],$$

где $C$ — произвольная константа. Теперь неоднородности параметров $A$ ($y$), $K$ ($y$) уже не являются симметричными, и они приводят к смещению центра ДГ относительно точки $y=0$, что аналогично ситуации, имеющей место для 180° ДГ в магнетиках с однородной константой анизотропии [1], например в феррит-гранатах с комбинированной анизотропией [17].

## 2. Одномерные симметричные слабые неоднородности параметров

Когда неоднородности параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии отличаются от случая (8), допускающего точное интегрирование уравнения Эйлера (3), в первую очередь следует ожидать отклонения $\varkappa$, $\delta_0$ от значений точно интегрируемой модели. Для исследования таких характеристик, как энергия, толщина ДГ, закон распределения угла $\theta$ ($y$) в случае слабых одномерных симметричных неоднородностей произвольного вида (1) выберем в виде (9). Теперь $\varkappa$ является неизвестной, а $\delta_0$ следует заменить на неопределенный параметр $\delta$. Полагая $\delta=\delta_0(1+p)$, определим прирост энергии ДГ относительно состояния с однородными параметрами $\sigma_w^0(0)=4\sqrt{AK}$ с точностью до квадратичных слагаемых по $p$ и $\varkappa$. Минимизация этой энергии по $p$ и $\varkappa$ приводит к результату

$$\frac{\sigma_w-\sigma_w^0}{\sigma_w^0}=-\frac{1}{4}(\alpha I_{11}+\beta I_{12})-\frac{1}{2}\left(p+\frac{\varkappa}{3}\right)^2-\frac{\varkappa^2}{90}, \qquad (13)$$

$$p=\frac{3}{2}\left[\alpha\left(\frac{3}{2}I_{11}-5I_{21}+\delta_0\frac{\partial I_{11}}{\partial\delta_0}\right)+\beta\left(I_{12}-\frac{5}{2}I_{22}+\delta_0\frac{\partial I_{12}}{\partial\delta_0}\right)\right], \qquad (14)$$

$$\varkappa=-\frac{15}{4}\left\{\alpha\left[2(I_{11}-3I_{21})+\delta_0\frac{\partial I_{11}}{\partial\delta_0}\right]+\beta\left(I_{12}-3I_{22}+\delta_0\frac{\partial I_{12}}{\partial\delta_0}\right)\right\}, \qquad (15)$$

$$I_{1i}=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}f_i(\xi_0)\operatorname{sch}^2\xi_0 d\xi_0,$$

$$I_{2i}=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}f_i(\xi_0)\operatorname{sch}^2\xi_0\operatorname{th}^2\xi_0 d\xi_0,\quad \xi_0=y/\delta_0. \qquad (16)$$

Эффективная толщина ДГ равна

$$\Delta=\pi\delta_0\frac{1+p}{\sqrt{1-\varkappa}}. \qquad (17)$$

Выражения (13)—(17) позволяют исследовать влияние неоднородностей параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии на статические и динамические характеристики ДГ вплоть до второго порядка по $\alpha$ и $\beta$. В дальнейшем рассмотрим несколько видов неоднородностей и проанализируем их влияние на статические и динамические свойства ДГ.

Сначала рассмотрим случай, когда зависимость параметров от $y$ описывается функцией вида

$$f_i(y)=U(y-y_1)-U(y-y_2), \qquad (18)$$

где $U(y)$ — единичная ступенчатая функция, равная единице при $y>0$ и нулю для $y<0$. Толщина такого плоского слоя равна $d=y_2-y_1$. Когда ДГ находится в центре плоского включения, из (14)—(15) следует, что

$$p=[5(\alpha+0.5\beta)\mathcal{J}_1-3(\alpha+\beta)l](1-\mathcal{J}_1^2)+0.5(\beta-\alpha)\mathcal{J}_1,$$
$$\varkappa=7.5[(\alpha+\beta)l-(\beta+2\alpha)\mathcal{J}_1](1-\mathcal{J}_1^2),\quad \mathcal{J}_1=\operatorname{th}l, \qquad (19)$$

где $l=d/2\delta_0$. Проанализируем зависимость эффективной толщины ДГ от характеристик неоднородностей $A(y)$ и $K(y)$. Как видно из (17), эта зависимость прежде всего определяется слагаемым $p+\varkappa/2$. Эта величина при $l\gg1$ равна $(\beta-2)/2$ и, когда $l\ll1$, стремится к $-9\alpha d/8\delta_0$. Если $\beta>\alpha$, то при больших $l$ преобладает влияние неоднородности константы анизотропии, а при малых $l$ преобладает влияние неоднородности обменного параметра. При $\alpha>\beta$ для всех значений $l$ преобладает влияние неоднородности параметра обменного взаимодействия. На рисунке приведены зависимости толщины ДГ от $l$ для различных значений $\alpha$ и $\beta$. Переходим к случаю, когда неоднородность параметров описывается периодической функцией

$$f_i(y)=\cos\frac{2\pi}{d}y. \qquad (20)$$

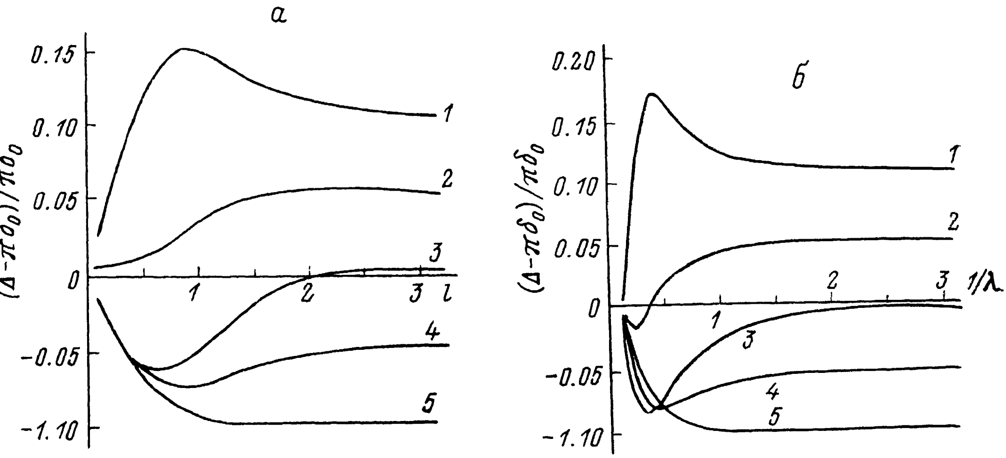
При этом из (14) и (15) следует, что

$$p=\left[5(2\alpha+\beta)\frac{\lambda^2}{\pi^2}+3(\alpha+\beta)(1-\mathcal{J}_2\operatorname{ch}\lambda)+0.5(\beta-\alpha)\right]\mathcal{J}_2,$$

$$\varkappa=7.5\left[(\alpha+\beta)(\mathcal{J}_2\operatorname{ch}\lambda-1)-2(2\alpha+\beta)\frac{\lambda^2}{\pi^2}\right]\mathcal{J}_2,\quad \mathcal{J}_2=\frac{\lambda}{\operatorname{sh}\lambda},$$

где $\lambda=\pi^2\delta_0/d$. Величина $p+\varkappa/2$, определяющая характер зависимости толщины ДГ от характеристик неоднородностей параметров, при $\lambda \ll 1$ стремится к $(\beta-\alpha)/2$, а при $\lambda \gg 1$ — к нулю как $-5\,(2\alpha+\beta)\,\lambda^3 \exp(-\lambda/\pi^2)$. Если центр ДГ расположен в точке минимального значения параметра обменного взаимодействия ($\alpha > 0$), неоднородность обменного параметра стремится уменьшить толщину ДГ при всех отношениях $d/\pi^2\delta_0$.

Неоднородность константы анизотропии в двух предельных случаях отношения $d/\pi^2\delta_0$ влияет по-разному. Когда центр ДГ совпадает с точкой минимального значения $K(y)$ ($\beta > 0$), то при $d \ll \pi^2\delta_0$ неоднородность магнитной анизотропии стремится расширить ДГ, а при $d \gg \pi^2\delta_0$ сжать. Чтобы понять такое различие в двух предельных случаях, необходимо более подробно обсудить влияние изменения знака $f_2(y)$ в (1). Когда




Зависимости относительного изменения толщины ДГ от характерного размера уединенной (*а*) и периодической (*б*) неоднородностей параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии: $\alpha=-0.1$, $\beta=0.1$ (*1*); 0, 0.1 (*2*); 0.1, 0.1 (*3*); 0.1, 0 (*4*); 0.1, $-0.1$ (*5*).

$d \gg \pi^2\delta_0$, ситуация аналогична случаю одиночного плоского включения (16). В противоположном случае на ДГ в областях $-d/4+nd < y < d/4+nd$ со стороны неоднородностей константы анизотропии действуют растягивающие силы, а в областях $d/4+nd < y < -d/4+(n+1)d$ ($n=0, \pm1, \pm2, \ldots$) — сжимающие силы. Благодаря обменному взаимодействию эти конкурирующие эффекты усредняются, в результате ДГ в первом порядке по $\alpha$ и $\beta$ испытывает экспоненциально малое сжатие. На рисунке приведены зависимости относительного изменения толщины ДГ от $d/\pi^2\delta_0$ для различных $\alpha$ и $\beta$.

При $\pi^2\delta_0 \gg d \gg a_0$ ($a_0$ — постоянная решетки) в эффективную толщину ДГ необходимо учитывать вклад неоднородностей параметров $A(y)$, $K(y)$ во втором порядке по $\alpha$ и $\beta$. В случае $\alpha=0$ и $|\beta| \leqslant 1$ нетрудно показать, что этот вклад обращается в нуль. Действительно, полагая $\theta=\theta_0+\delta\theta$, где $\delta\theta$ — малое отклонение от $\theta_0$ и $\overline{\delta\theta}=0$, пользуясь методикой усреднения, аналогичной [18], можно получить следующее выражение для эффективной плотности энергии анизотропии:

$$w_{\text{ан}}^{\text{эф}} = K_1 \sin^2\theta_0 + K_2 \sin^4\theta_0,$$

$$K_1 = K - K_2,\ K_2 = \pi^2\beta^2 K/16\lambda^2,\ \varkappa = -K_2/K_1. \tag{22}$$

Характерный размер ДГ $\delta=\sqrt{A/K_1}$ увеличивается, а эффективная толщина ДГ, по Лилли, $\Delta=\pi\delta/\sqrt{1-\varkappa}=\pi\delta_0$ не меняется по сравнению со случаем однородной константы анизотропии.

Переходим к исследованию зависимости жесткости ДГ $k_w$ и коэрцитивной силы $H_c$ от характеристик неоднородностей материальных параметров магнетика. Для этого необходимо знание потенциала взаимодействия ДГ с неоднородностями при ее малом трансляционном перемещении на расстояние $q$, т. е. $V(q)=\sigma_w(q)-\sigma_w(0)$.

Для получения этого потенциала достаточно в (13)—(15) вместо интегралов $I_{ik}$ подставить

$$I_{1i}(q)=\int_{-\infty}^{+\infty} f_i(y)\,\mathrm{sch}^2\frac{y-q}{\delta_0}\,d\left(\frac{y}{\delta_0}\right),$$

$$I_{2i}=\int_{-\infty}^{+\infty} f_i(y)\,\mathrm{sch}^2\frac{y-q}{\delta_0}\,\mathrm{th}^2\frac{y-q}{\delta_0}\,d\left(\frac{y}{\delta_0}\right).$$

В дальнейшем рассмотрим только периодические неоднородности (20), для которых удается получить аналитические выражения для коэрцитивной силы и резонансной частоты

$$\omega_w=(k_w/m_w)^{1/2}.$$

Определяя квазиупругую константу как $k_w=\partial^2V/\partial q^2$, получим

$$k_w=\frac{8K}{\pi^2\delta_0}\left(\frac{\pi^2\delta_0}{d}\right)^2\left[(\alpha+\beta)\mathcal{J}_2+2\left(p+\frac{\varkappa}{3}\right)^2+\frac{2}{45}\varkappa^2\right], \tag{23}$$

где $p$, $\varkappa$, $\mathcal{J}_2$ определяются выражениями (21). В первом порядке по $\alpha$ и $\beta$ имеем, что

$$k_w=\frac{8K(\alpha+\beta)}{d}\left(\frac{\pi^2\delta_0}{d}\right)^2\mathrm{csh}\,\frac{\pi^2\delta_0}{d}. \tag{24}$$

При $\pi^2\delta_0 \ll d$ жесткость ДГ $k_w\sim(\delta_0/d^2)$; когда $\pi^2\delta_0\gg d$, $k_w\sim(\delta_0^2/d^3)\times\times\exp(-\pi^2\delta_0/d)$. Максимальное значение $k_w$ достигается при $d\approx\pi\delta_0$. Определяя эффективную массу ДГ как

$$m_w=(4\pi\gamma^2)^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty}(d\theta/dy)^2\,dy,$$

в первом порядке по $\alpha$ и $\beta$ получим

$$m_w=(2\pi\gamma^2\delta_0)^{-1}\left(1-p-\frac{\varkappa}{3}\right), \tag{25}$$

где $\gamma$ — гиромагнитное отношение. Как видно из (25), (19), (21), эффективная масса ДГ также является функцией характерного размера неоднородностей параметров $A(y)$, $K(y)$. Таким образом, в рассматриваемой задаче при $|\alpha|$, $|\beta|\ll 1$ константа жесткости ДГ полностью определяется неоднородностью параметра обменного взаимодействия и константы анизотропии, а эффективная масса ДГ при этом испытывает малую поправку.

Коэрцитивную силу определим как

$$H_c=(1/2M)(\partial V/\partial q)_{\max}.$$

Тогда в первом порядке по $\alpha$ и $\beta$ получим

$$H_c=\frac{2K(\alpha+\beta)}{\pi M}\left(\frac{\pi^2\delta_0}{d}\right)^2\mathrm{csh}\,\frac{\pi^2\delta_0}{d}. \tag{26}$$

При $d\gg\pi^2\delta_0$ имеем

$$H_c=\frac{2K(\alpha+\beta)}{M}\frac{\pi\delta_0}{d}. \tag{27}$$

Это выражение совпадает с результатом Керстена [4]. Максимальное значение $H_c$ достигается при $d\simeq 1.64\pi\delta_0$. Этот результат количественно подтверждает качественное предсказание теории Кондорского—Керстена [2-4]. При необходимости результаты нетрудно обобщить на случай, когда распределение периода неоднородностей параметров $A$—($y$) и $K$ ($y$) в образце задается гауссовой функцией. Полученные выражения для коэрцитивной силы и резонансной частоты могут быть использованы для описания экспериментальных данных по исследованию влияния одномерных квазипериодических модуляций поля внутренних напряжений в феррит-гранатах на различные характеристики, в частности на коэрцитивную силу. В случае трехмерных периодических модуляций поля внутренних напряжений ситуация сильно изменяется. При этом основной вклад в жесткость и коэрцитивную силу будет обусловлен не линейным, а квадратичными слагаемыми по $\alpha$ и $\beta$.

Исследования этого случая выходят за рамки данной статьи.

Автор выражает благодарность за обсуждение результатов М. М. Фарзтдинову и Б. Н. Филиппову.

### Список литературы

[1] Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М., 1977. 308 с.
[2] Вонсовский С. В. Магнетизм. М., 1971. 1032 с.
[3] Кондорский Е. И. // ДАН СССР. 1948. Т. 63. № 5. С. 507—510.
[4] Kersten M. // Phys. Ztschr. 1943. Bd 44. S. 63—77.
[5] Hilzinger H. R., Kronmuller H. // Physica B+c. 1977. V. 86/88. Pt 3. P. 1365—1366.
[6] Григоренко А. Н., Мишин С. А., Рудашевский Е. Г. // ЖТФ. 1990. Т. 60. № 2. С. 113—122.
[7] Мицек А. П., Семянников С. С. // ФТТ. 1969. Т. 11. № 5. С. 1103—1113.
[8] Барьяхтар В. Г., Горобец Ю. И., Финохин В. И. // ДАН СССР. 1984. Т. 274. № 5. С. 1084—1087.
[9] Paul D. I. // Phys. Lett. 1978. V. 64A. N 5. P. 485—488.
[10] Paul D. I. // J. Phys. C: Solid State Phys. 1977. V. 12. N 3. P. 585—593.
[11] Звездин А. К., Зюбин В. В., Попков А. Ф. // Микроэлектроника. 1988. Т. 17. № 2. С. 165—168.
[12] Садков В. Б., Шматов Г. А., Крюков И. И., Филиппов Б. Н. // Препринт 85/5. Свердловск, АН СССР УрО ИФМ, 1988. 39 с.
[13] Шамсутдинов М. А., Веселаго В. Г., Фарзтдинов М. М., Екомасов Е. Г. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 2. С. 169—174.
[14] Клепарский В. Г., Дымченко Н. П. // Микроэлектроника. 1988. Т. 17. № 2. С. 182—184.
[15] Pardavi-Horvath M. et al. // IEEE Trans. Magn. 1984. V. MAG-20. N 5. Pt 1. P. 1123—1125.
[16] Ландау Л. Д. Собрание трудов. М., 1969. 512 с.
[17] Вахитов Р. М., Сабитов Р. М., Фарзтдинов М. М. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 6. С. 1852—1855.
[18] Капица П. Л. // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. № 5. С. 588—598.

Башкирский государственный университет
им. 40-летия Октября
Уфа

Поступило в Редакцию
30 января 1991 г.
В окончательной редакции
19 июня 1991 г.