УДК 621.315.592

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ КОРОТКОВОЛНОВЫХ ФОНОНОВ ПРИ ТУННЕЛИРОВАНИИ. I

Э. М. Баскин, Л. С. Брагинский

В работе обоснована возможность использования приближения туннельного гамильтониана для описания процессов неупругого туннелирования, а также анализируется выражение для туннельного спектра при учете электрон-фононного взаимодействия; показано, что особенности функции электрон-фононного взаимодействия воспроизводятся в туннельном спектре.

Если туннелирование электронов через потенциальный барьер при нулевой температуре может сопровождаться неупругим рассеянием (например, возбуждением осциллятора с частотой ω), то соответствующая вольт-амперная характеристика имеет излом при смещении $eV=\hbar\omega$. Измерение второй производной туннельного тока $\partial^2 I/\partial V^2$ при низких температурах приводит к появлению пика при $eV=\hbar\omega$. Ширина последнего равна 5.4 kT [1]. Появление пика делается не столь очевидным, если имеет место возбуждение фононов (в частности, акустических с законом дисперсии $\omega(q)$, $\omega(0)=0$). Тем не менее в экспериментах по неупругой туннельной спектроскопии наблюдаются пики $\partial^2 I/\partial V^2$, связанные с возбуждением как акустических, так и оптических фононов, волновой вектор которых соответствует симметричным точкам зоны Бриллюэна, в которых плотность состояний максимальна. В обзоре [2] принимается без доказательства, что I'' $(eV=(\mathrm{const}/\omega G\,(eV)$ $(G\,(eV)$ — фононная плотность состояний; ω — частота фононов, для которых $G\,(\omega)$ максимальна), т. е. пики $I''\,(eV)$ совпадают с пиками $G\,(\hbar\omega)$.

В данной работе мы рассмотрим задачу о возбуждении фононов при туннелировании электронов через потенциальный барьер. Нам неизвестны работы, в которых обосновано приближение туннельного гамильтониана для неупругого туннелирования. В первой части работы делается такое обоснование, вычисляется $\partial^2 I/\partial V^2$ и показывается, что $I''\,(eV)$ действительно пропорциональна $G\,(eV)$ вблизи пика последней. Однако const в этом случае зависит от волнового вектора фонона. Мы рассмотрим также влияние упругого рассеяния в электродах и температуры на величину и форму пика I''.

1. Приближение туннельного гамильтониана в случае неупругого туннелирования

Исследуем вопрос о применимости приближения туннельного гамильтониана в случае, если при туннелировании возможны неупругие процессы. Рассмотрим для простоты одномерную задачу о туннелировании через потенциальный барьер и предположим, что мы знаем точные решения уравнения Шредингера в отсутствие неупругости (которую будем учитывать как возмущение). Они, как известно, двукратно вырождены по направлению движения электрона. В связи с этим будем классифицировать волновые функции, задавая их асимптотику в области вдали от барьера. Пусть ψ_r и ψ_l — решения уравнения Шредингера, удовлетворяющие условиям $\psi_r \propto e^{-ikz}$ при $z \to -\infty$, $\psi_l \propto e^{ikz}$ при $z \to +\infty$. Как нетрудно убедиться, в случае барьера малой прозрачности волновая функция ψ_r соответствует электрону, находящемуся главным образом в области справа от барьера, а ψ_l — слева. Затем, что интеграл перекрытия $\langle\psi_r \mid \psi_l\rangle$ отличен от нуля, хотя и мал, если мала прозрачность барьера.

Пусть H_{int} — часть гамильтониана, связанная с испусканием возбуждения. Из теории возмущений для вырожденного случая [3] следует, что вероятность, такого испускания при туннелировании слева направо определяется квадратом модуля матричного элемента $\langle\psi_i \mid H_{\text{int}} \mid \psi_f\rangle$, где ψ_i — суперпозиция падающей волны и расходящейся рассеянной, ψ_f — суперпозиция прошедшей волны и сходящейся. В нашем случае $\psi_i = \psi_l$, а $\psi_f = \psi_r + t\psi_l$, коэффициент t определяется условием отсутствия отраженной волны (e^{-ikz}) в области $z \to -\infty$. Для туннельно непрозрачных барьеров $t \ll 1$. (Если имеет место приближение ВКБ, то $t = i\sqrt{D}$, где $D = \exp\left(-\int \mid p \mid dz\right)$ — прозрачность барьера). Запишем выражение для неупругой части туннельного тока

$$I = e\sum_{p_1, p_2} \{ |\langle\psi_l(p_1)| H_{\text{int}} |\psi_r(p_2)\rangle + t\langle\psi_l(p_1)| H_{\text{int}} |\psi_l(p_2)\rangle|^2 f_1(p_1)[1 - f_2(p_2)] -$$
$$- |\langle\psi_r(p_1)\rangle| H_{\text{int}} |\psi_l(p_2)\rangle - t\langle\psi_r(p_1)| H_{\text{int}} |\psi_r(p_2)\rangle|^2 f_2(p_1)[1 - f_1(p_2)]\}. \quad (1)$$

Здесь $f_1(p_1)$ и $f_2(p_1)$ — функции Ферми для электронов по разные стороны от барьера. Последний член формулы (1) соответствует туннелированию электронов справа налево.

Такое же выражение для туннельного тока получается, если воспользоваться приближением туннельного гамильтониана, а его часть, связанную с взаимодействием, записать в виде

$$\sum (\mathrm{T}^{el}_{p_1p_2} a^+_{p_1} b_{p_2} + \hat{\mathrm{T}}_{p_1p_2} a^+_{p_1} b_{p_2} + \text{h. c.}) + H_{\text{int}},$$

где

$$\mathrm{T}^{el}_{p_1p_2} = \langle\psi_l | \psi_r\rangle, \ \hat{\mathrm{T}}_{p_1p_2} = \langle\psi_l | H_{\text{int}} | \psi_r\rangle,$$

a^+_p и b^+_p — операторы рождения электрона слева и справа от барьера соответственно (спиновые переменные опущены для краткости), т. е. оператор a^+_p рождает электрон в состоянии ψ_l, а b^+_p — ψ_r. В нашем случае H_{int} соответствует электрон-фононному взаимодействию и гамильтониан задачи имеет вид

$$H = \sum_p E_1(p) a^+_p a_p + \sum_p E_2(p) b^+_p b_p + \sum_q \omega(q)\left(c^+_q c_q + \frac{1}{2}\right) +$$
$$+ \sum_{p_1, p_2, q} [\mathrm{T}_{p_1p_2} a^+_{p_1} b_{p_2}(c^+_q + c_q) + \text{h. c.}] + \sum_{p_1, p_2} [\mathrm{T}^{el}_{p_1p_2} a^+_{p_1} b_{p_2} + \text{h. c.}] +$$
$$+ \sum_{p_1, p_2, q} g(\omega)[a^+_{p_1} a_{p_2}(c^+_q + c_q) + b^+_{p_1} b_{p_2}(c^+_q + c_q)], \quad (2)$$

c^+_q — оператор рождения фонона, $\omega(q)$ — дисперсионная зависимость исследуемой ветви фононов. Первые два слагаемых в (2) соответствуют кинетической энергии электронов по обе стороны от барьера, $g(\omega)$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия в объеме.

$$\mathrm{T}_{p_1p_2} = g(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*_r e^{iqr} \psi_l d^3r.$$

Выражение для туннельного тока, получаемое из (2) во втором порядке теории возмущений по $\mathrm{T}_{p_1p_2}$, $\mathrm{T}^{el}_{p_1p_2}$, совпадает с (1), при этом члену с $\mathrm{T}_{p_1p_2}$ соответствует матричный элемент $\langle\psi_l(p_1)|H_{\text{int}}|\psi_r(p_2)\rangle$ в формуле (1), а последним двум слагаемым (2) — матричный элемент $t\langle\psi_l(p_1)|H_{\text{int}}|\psi_l(p_2)\rangle$.

При расчете туннельных токов делают, как правило, два приближения. Во-первых, вместо точных волновых функций ψ_l и ψ_r используются приближенные — экспоненциально затухающие соответственно справа и слева от барьера (приближение туннельного гамильтониана). При этом погрешность вычисления тока δI экспоненциально мала ($\delta I/I \sim D$). Эта же оценка справедлива и в нашем случае. Поэтому формулы (1), (2) где ψ_l, ψ_r — волновые функции приближения туннельного гамильтониана, являются рабочими формулами для расчета неупругих туннельных токов.

Матричный элемент $\langle\psi_l(p_1)\mid H_{\text{int}}\mid\psi_r(p_2)\rangle$ определяется областью интегрирования по координате z соответствующей области внутри барьера, в то время как $\langle\psi_l(p_1)\mid H_{\text{int}}\mid\psi_l(p_2)\rangle$ — области вне барьера. В этом смысле можно интерпретировать член с $\mathrm{T}_{p_1p_2}$ в гамильтониане (2) как соответствующий излучению фонона в барьере, а последние два — излучению фонона в электродах. Второе приближение состоит в отбрасывании по той или иной причине членов со взаимодействием в электродах (или в барьере). Допускаемая при этом дополнительная погрешность связана с пренебрежением вкладом в интегралы по z от области δz порядка λ_b (λ_b — подбарьерная длина волны) вблизи границы барьера. В выражении для тока это соответствует относительной ошибке порядка $(\lambda_b/d)^2$ (d — ширина барьера). По аналогичной причине возникает погрешность порядка $(\lambda/d)^2$ (λ — длина волны электрона), если считать, что операторы a_p^+ и b_p^+ в гамильтониане (2) соответствуют плоским волнам.[1] Это допущение мы будем предполагать в дальнейшем.

2. $\partial^2 I/\partial V^2$ в приближении туннельного гамильтониана

Рассмотрим задачу о туннелировании электрона с испусканием фонона, импульс которого $\hbar q$ порядка предельно возможного в данной кристаллической решетке. Заметим, что испускание такого фонона вне области барьера невозможно. Этому препятствуют законы сохранения энергии и квазиимпульса. (Испустивший фонон с волновым вектором q, электрон обязан изменить энергию на величину порядка $\hbar^2q^2/2m_e$, что существенно больше энергии испускаемого фонона). Будем в связи с этим учитывать электрон-фононное взаимодействие только в барьере. Если рассеяние на примесях отсутствует, то гамильтониан задачи можно записать в виде

$$H=\sum_p E_1(p)\,a_p^+a_p+\sum_p E_2(p)\,b_p^+b_p+$$
$$+\sum_q\omega(q)\left(c_q^+c_q+\frac{1}{2}\right)+\sum_{p_1,\,p_2,\,q}[\mathrm{T}_{p_1p_2}a_p^+b_{p_2}(c_q^++c_q)+\text{h. c.}]. \tag{3}$$

Матричный элемент неупругого перехода $T_{p_1p_2}$ зависит от формы потенциального барьера.

Оператор тока через барьер можно определить как

$$\hat{I}=e\hat{N},$$

---

[1] Отметим, что во всех задачах с взаимодействием в электродах делается это допущение. Следовательно, в этом случае точность расчетов туннельных токов не экспоненциальная, а только степенная.

где

$$\hat{N}=\sum_p a_p^+ a_p,\quad \dot{\hat{N}}=i[\hat{H},\ \hat{N}].$$

Тогда среднее значение тока равно

$$I=-eIm\sum_{p_1,\,p_2,\,q}\langle \mathbf{T}_{p_1p_2}a_{p_1}^+ b_{p_2}(c_q^+ + c_q)\rangle. \tag{4}$$

Будем считать, что сопротивление электродов много меньше сопротивления барьера, т. е. все падение напряжения V сосредоточено на барьере. Электронный газ по каждую сторону от барьера находится в равновесном состоянии, а энергии Ферми отличаются на eV. Эти предположения позволяют определить среднее значение тока (4) при помощи температурной диаграммной техники [4]. Во втором порядке теории возмущений по $\mathbf{T}_{p_1p_2}$ это среднее определяется петлей Π

$$I=-2eIm\Pi,$$

$$\Pi=2T^2\sum_{p_1,\,p_2,\,q,\,\omega_1,\,\omega_2}|\mathbf{T}_{p_1p_2}|^2\mathfrak{G}_1(p_1)\,\mathfrak{G}_2(p_2)\,\mathfrak{D}(q), \tag{5}$$

где

$$\mathfrak{G}_1=\langle a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma}\rangle,\quad \mathfrak{G}_2=\langle b_{p\sigma}^+ b_{p\sigma}\rangle,\quad \mathfrak{D}=\langle c_q^+ c_q\rangle,$$

$$\mathfrak{G}_{1,\,2}=\frac{1}{i\omega_{1,\,2}-E_{1,\,2}+\mu_{1,\,2}},\qquad \mathfrak{D}=-\frac{\omega(q)}{\omega^2(q)+\omega_q^2},$$

$$E_1=\frac{p_1^2}{2m_1},\qquad E_2=\frac{p_2^2}{2m_2}+V_0-eV,$$

V_0 — начальное расстояние между дном зон проводимости по разную сторону от барьера; μ_1, μ_2 — уровни Ферми соответственно слева и справа от барьера; $\mu_1-\mu_2=eV$; $\omega_{1,2}=(2n+1)\pi T$; $\omega_q=2\pi nT$; $n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \ldots$, T — абсолютная температура. Выполнив в (5) суммирование по частотам и заменив суммирование по импульсам интегрированием, запишем

$$I=\frac{e\mathcal{V}}{(2\pi)^8}\int|\mathbf{T}_{p_1p_2}|^2 f_1(E_1)[1-f_2(E_2)]\,\delta(E_1-E_2-\omega)\,d^3p_1d^3p_2d^3q. \tag{6}$$

Здесь

$$f_1(E)=\frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu_1}{T}\right)+1},\qquad f_2(E)=\frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu_2}{T}\right)+1}$$

— функции Ферми для электронов по разные стороны от барьера, $\mathcal{V}$ — нормировочный объем.

Рассеяние на примесях в электроде можно учесть при вычислении петли Π. Для этого в качестве $\mathfrak{G}(p)$ в (5) необходимо подставить функцию Грина с учетом упругого рассеяния [4]

$$\mathfrak{G}(p)=\frac{1}{i\omega-E+\mu-i\gamma},\qquad \gamma=\frac{1}{\tau},$$

где τ — время свободного пробега электрона. Тогда вместо (4) будем иметь

$$I=\frac{2e\mathcal{V}^3}{(2\pi)^9}\int|\mathbf{T}_{p_1p_2}|^2 f_1(E_1)[1-f_2(E_2)]\frac{\gamma}{(E_1-E_2-\omega)^2+\gamma^2}d^3p_1d^3p_2d^3q. \tag{6'}$$

В интегралах (6), (6′) $d^3p=d^2p_{\parallel}dp_{\perp}$ ($p_{\parallel}$ и $p_{\perp}$ — составляющие квазиимпульса: параллельная и перпендикулярная плоскости барьера). Перейдя от интегрирования по $p_{\perp}$ к интегрированию по энергии, из (6′) получим

$$I = 2m_1m_2e\frac{\mathscr{V}^3}{(2\pi)^9}\int\frac{|\mathrm{T}_{p_1p_2}|^2}{p_{1\perp}p_{2\perp}}f_1(E_1)[1-f_1(E_2)]\times$$

$$\times\frac{\gamma}{(E_1-E_2-\omega+eV)^2+\gamma^2}dE_1dE_2d^2p_{1\parallel}d^2p_{2\parallel}d^3q,$$

$$p_{1\perp}=\sqrt{2m_1E_1-p_{1\parallel}^2},\quad p_{2\perp}=\sqrt{2m_2(E_2-V_0)-p_{2\parallel}^2}. \tag{7}$$

В формуле (7) сделана замена $E_2\to E_2-eV$.

Предполагая, что T и γ — самые малые энергетические параметры задачи, определим вторую производную туннельного тока по смещению. Предположим вначале, что для фононов справедлива модель Эйнштейна ($\omega(q)=\omega_0=\mathrm{const}$) и $\gamma=0$. Тогда из (7)

$$\frac{d^2I}{d(eV)^2}=m_1m_2e\frac{\mathscr{V}^2}{(2\pi)^5}\int\frac{|\mathrm{T}_{p_1p_2}|^2}{p_{1\perp}p_{2\perp}}\frac{d^2}{d(eV)^2}\{f_1(E_1)[1-f_2(E_1-\omega_0+eV)]\}\times$$

$\times dE_1d^2p_{1\parallel}d^2p_{2\parallel}$ + члены, связанные с дифференцированием $|\mathrm{T}_{p_1p_2}|^2$. Опустим вначале члены, связанные с дифференцированием $|T_{p_1p_2}|^2$. Если $T\to 0$, то вторая производная под интегралом отлична от нуля лишь в узкой области E вблизи $E=\omega_0-eV+\mu_1$, т. е.

$$\frac{d^2I}{d(eV)^2}=m_1m_2e\frac{\mathscr{V}^2}{(2\pi)^5}\int\frac{|\mathrm{T}_{p_1p_2}|^2}{p_{1\perp}p_{2\perp}}\bigg|_{E=\omega_0-eV+\mu_1}d^2p_{1\parallel}d^2p_{2\parallel}\times$$

$$\times\int\frac{d^2}{d(eV)^2}\{f_1(E_1)[1-f_2(E_1-\omega_0+eV)]\}dE_1. \tag{8}$$

Интеграл по E вычислен в работе [1]. Он имеет вид узкого пика шириной 5.4 kT вблизи $eV=\hbar\omega_0$.

Что касается отброшенных членов, то в области пика их величина мала. Это связано с тем, что характерные энергетические величины, входящие в $\mathrm{T}_{p_1p_2}$, имеют порядок высоты барьера. Их дифференцирование не приводит к особенностям при $T\to 0$. Т. е. отброшенные члены дают гладкую функцию смещения eV. Они определяют I'' вне области пика, где вклад (8) равен нулю. В области же пика ими можно пренебречь.

Вернемся к общему случаю. Определим I'' из (7). Обозначим

$$\Gamma(\omega(q)-eV)=\frac{d^2}{d(eV)^2}\int f_1(E_1)[1-f_2(E_2)]\frac{\gamma}{(E_1-E_2-\omega+eV)^2+\gamma^2}dE_1dE_2.$$

Мы видели, что при $\gamma\ll T$ $\Gamma(\omega-eV)$ не мала лишь в области шириной 5.4 kT. Если же $\gamma\gg T$, то, как нетрудно убедиться,

$$\Gamma(\omega-eV)\propto\frac{\gamma}{(\omega-eV)^2+\gamma^2}.$$

Таким образом, для произвольных γ функция Γ имеет вид узкого пика шириной порядка $\max(\gamma, T)$. Воспользуемся этим для вычисления интеграла по фононному волновому вектору q. Перейдем к переменным ω, q_s (q_s — составляющая волнового вектора фонона, касательная поверхности $\omega(q)=\mathrm{const}$); $d^3q=G(\omega)\,d\omega d^2q_s$; $G(\omega)$ — фононная плотность состояний). Тогда из (7)

$$\frac{d^2I}{d(eV)^2}=2m_1m_2e\frac{\mathscr{V}^3}{(2\pi)^9}\int\frac{|\mathrm{T}_{p_1p_2}|^2}{p_{1\perp}p_{2\perp}}\bigg|_{\substack{E_1=\mu_1\\E_2=\omega-eV+\mu_1\\\omega(q_s)=eV}}d^2p_{1\parallel}d^2p_{2\parallel}d^2q_s\int G(\omega)\Gamma(\omega-eV)d\omega. \tag{9}$$

Из (9) видно, что I'' определяется произведением двух сомножителей, один из которых

$$2m_1m_2e\frac{\mathcal{V}^3}{(2\pi)^9}\int\frac{|\mathbf{T}_{p_1p_2}|^2}{p_{1\perp}p_{2\perp}}\Bigg|_{\substack{E_1\ \mu_1\\ E_2=\omega-eV+\mu_1\\ \omega(q_s)=eV}} d^2p_{1\parallel}d^2p_{2\parallel}d^2q_s$$

зависит только от параметров барьера и положения пика. Он определяет высоту пика. Другой сомножитель $\int G(\omega)\,\Gamma(\omega-eV)\,d\omega$ определяет положение пика и его форму. Он не зависит от параметров барьера. Функция $G(\omega)$, как правило, имеет несколько пиков, соответствующих частотам фононов с различными поляризациями. Если ширина последних существенно превышает max (γ, T), то

$$\int G(\omega)\,\Gamma(\omega-eV)\,d\omega\cong G(eV)\int\Gamma(\omega-eV)\,d\omega,$$

а выражение (9) принимает вид

$$\frac{d^2I}{d(eV)^2}=2m_1m_2e\frac{\mathcal{V}^3}{(2\pi)^9}\int\frac{|\mathbf{T}_{p_1p_2}|^2}{p_{1\perp}p_{2\perp}}\Bigg|_{\substack{E_1=\mu_1\\ E_2=\omega-eV+\mu_1\\ \omega(q_s)=eV}} d^2p_{1\parallel}d^2p_{2\parallel}d^2q_eG(eV)\int\Gamma(\omega-eV)\,d\omega. \quad (10)$$

$\left(\text{В случае } \gamma=0\ \int\Gamma(\omega-eV)\,d\omega=\pi\right)$.

Из (10) видно, что пики второй производной туннельного тока по смещению совпадают с пиками фононной плотности состояний. При этом в случае γ. $T\to 0$ форма линии $I''(eV)$ вблизи пика повторяет вид функции $G(\omega)$. Пики $G(\omega)$, как правило, соответствуют симметричным точкам зоны Бриллюэна, где $\partial\omega(q)/\partial\mathbf{q}=0$, если в последних горизонтальный участок зависимости $\omega(q)$ занимает значительную часть зоны, т. е. если для изучаемой фононной ветви удовлетворительно выполняется модель Эйнштейна. В противном случае пик I'' не наблюдается. Если же вместо измерения I'' измерить зависимость от смещения третьей производной туннельного тока, то пики I''' в этом случае будут совпадать с особенностями $\partial G(eV)/\partial(eV)$. Т. е. измерение $I'''(eV)$ дает возможность наблюдать особенности Ван Хова.

3. Обсуждение результатов

В данной работе мы предполагали, что туннелирование имеет место между металлами или прямозонными полупроводниками. Последнее ограничение не является решающим. Если один или оба электрода являются непрямозонными полупроводниками, то в (5) необходимо положить соответствующие зависимости $E_1(p_1)$ и $E_2(p_2)$. Формула (9) при этом будет справедлива.

Что касается испускания фононов, соответствующих центру зоны Бриллюэна ($\mathbf{q}=0$), то в этом случае необходимо учитывать электрон-фононное взаимодействие как в барьере, так и в электродах. Т. е. при вычислении петли П в (5) в качестве $\mathfrak{G}(p)$ использовать функции Грина с учетом электрон-фононного взаимодействия [4]. Это приводит к появлению известных особенностей в электронных спектрах $E_1(p)$ и $E_2(p)$. Эта задача подробно исследована ранее [5].

Суммируем основные результаты проведенного выше простого анализа. Строго говоря, $I''(eV)$ не повторяет форму пика, как это предполагалось в [2]. Но особенности $G(\omega)$ действительно воспроизводятся. Так, с особыми точками ω_s в фононной плотности состояний совпадают положения пиков в $I''(eV)$. Форма пика зависит от соотношения между γ, T, $\{G(\omega_s)/G''(\omega_s)\}^{1/2}$. Возможность проявления этих пиков, т. е. амплитуда сигнала при $eV=\hbar\omega_s$, определяется параметрами барьера. Поэтому возникает вопрос: какие характеристики барьера (кроме общей туннельной прозрачности) могут обеспечить максимальную амплитуду сигнала в точках $eV = \hbar\omega_s$. Его решению посвящена следующая работа.

Выражаем благодарность М. В. Энтину и В. И. Белиничеру, обратившим наше внимание на необходимость обоснования приближения туннельного гамильтониана при неупругом туннелировании.

Список литературы

[1] Джеклевик Р. К., Лэмб Дж. // Сб. «Туннельные явления в твердых телах» / Под ред. В. И. Переля. М.: Наука, 1973. 237 с.
[2] Payne M. C., Inkson J. C. // J. Phys. C.: Sol. St. Phys. 1983. V. 16. P. 4259—4273; Adkins C. J., Phillips W. A. // J. Phys. C.: Sol. St. Phys. 1985. V. 18. P. 1313—1346.
[3] Ландау Л. Д., Лифшиц И. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974. С. 646.
[4] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1963. С. 425.
[5] Davis L. C., Duke C. B. // Phys. Rev. B. 1969. V. 184. P. 764—779.

Институт физики полупроводников
СО РАН
Новосибирск

Поступило в Редакцию
17 июня 1991 г.