1992 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 34, № 2
1992 SOLID STATE PHYSICS Vol. 34, N 2

УДК 538.221

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ФЕРРОМАГНЕТИК С ОБМЕННОЙ И ОДНОИОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Х. О. Абдуллоев, А. Т. Максудов, Х. Х. Муминов

Получены системы уравнений, описывающие ферромагнетик Гейзенберга с обменной и одноионной анизотропией спином $S=1$ посредством SU (3) когерентного состояния в параметризации действительных функций. Показано, что в пределе исчезающего квадрупольного момента системы уравнений сводятся с точностью до перенормировки к уравнениям синус-Гордона и Ландау—Лифшица.

К изучению одномерных магнитных систем проявлен большой интерес [1-5] в связи с простотой их математического описания и возможностью экспериментальной проверки теоретических предсказаний. Особенно хорошо изучены модели, в которых квадрат классического спина сохраняется. Но у магнетиков это свойство проявляется вблизи температуры Кюри, а при температурах выше температуры Кюри квадрат классического спина часто не сохраняется.

Одним из примеров таких магнетиков является $CsNiF_3$, моделью для изучения которого служит легкоплоскостной магнетик Гейзенберга со спином $S=1$. Нелинейная динамика классического спина в рамках такой модели при наличии магнитного поля, как было показано Микешкой [3], приближенно описывается уравнением sin-Гордона. Этот факт хотя и находит качественное согласие с экспериментальными исследованиями [6, 7], однако, как показано в работе [8], до количественного согласия еще далеко. Следует думать, что одна из причин этого кроется в том, что в подходе [9] дается описание спиновой динамики двумя параметрами (ϑ, φ), в то время как их минимально необходимое количество для полного квазиклассического описания магнетика четыре.

На основе одноузельных когерентных состояний Островским [2] получена система четырех уравнений, описывающая легкоплоскостную модель магнетика с сильной одноионной анизотропией. Этот подход позволяет учитывать необходимое для квазиклассического описания число динамических переменных изучаемого магнетика со спином $S=1$ и допускает выход за рамки уравнения Ландау—Лифшица.

Настоящая работа посвящена исследованию магнетика со слабой анизотропией типа «легкая плоскость» со спином $S=1$. Для перехода к квазиклассическому описанию магнетика проводится процедура усреднения гамильтониана по когерентным состояниям (КС), которые с точностью до перепараметризации совпадают с ОСКС и были построены в [1] для группы SU (3). Для получения динамических уравнений мы используем скобки Пуассона, а затем переходим к новым динамическим переменным (ϑ, φ, γ, g; см. ниже). Полученная таким образом система уравнений дает полное описание динамики спиновых волн в $S=1$ магнетика.

Таким образом, в качестве базиса пробных функций мы используем КС, дающее более удобную параметризацию и с точностью до перепараметризации совпадающее с вышеупомянутым ОСКС [1]. Оно имеет вид

$$|\psi\rangle = U(\vartheta, \varphi, \gamma) \exp\{2ig\hat{Q}_{xy}\} |u\rangle, \tag{1}$$

где

$$\hat{Q}_{xy} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

— квадрупольный момент, $|u\rangle$ — референтное состояние,

$$U(\vartheta, \varphi, \gamma) = \exp\{-i\varphi\hat{S}^z\} \exp\{-i\vartheta\hat{S}^y\} \exp\{-i\gamma\hat{S}^z\}. \tag{2}$$

Фактически это унитарный оператор, являющийся функцией Вигнера [10] и обеспечивающий переход в собственную подвижную систему координат для каждого отдельного узла. Эйлеровы углы ϑ и φ определяют ориентацию вектора классического спина, угол γ — вращение квадрупольного момента вокруг вектора спина, параметр g характеризует изменение длины вектора классического спина и квадрупольного момента. Тогда когерентное состояние примет вид

$$|\psi\rangle = C_1|u\rangle + C_0|m\rangle + C_{-1}|d\rangle, \tag{3}$$

где

$$C_1 = \exp\{-i\varphi\}\left[\cos^2\frac{\vartheta}{2}\cos 2g \exp(-i\gamma) + \sin^2\frac{\vartheta}{2}\sin g \exp(i\gamma)\right],$$

$$C_0 = \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{2}}[\cos g \exp(-i\gamma) - \sin g \exp(i\gamma)],$$

$$C_{-1} = \exp\{i\varphi\}\left[\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos g \exp(-i\gamma) + \cos^2\frac{\vartheta}{2}\sin g \exp(i\gamma)\right],$$

удовлетворяет условию нормировки

$$\langle\psi|\psi\rangle = 1. \tag{4}$$

Усредненные по КС (3) операторы спина приобретают физически наглядный вид

$$\langle\hat{S}^+\rangle = \exp(i\varphi)\cos 2g \sin\vartheta,$$
$$\langle\hat{S}^-\rangle = \exp(-i\varphi)\cos 2g \sin\vartheta,$$
$$\langle\hat{S}^z\rangle = \cos 2g \cos\vartheta. \tag{5}$$

Для КС (1), так же как и для SU (3) ОКС [1], имеет место соотношение

$$S^2 + q^2 = 1, \tag{6}$$

где

$$S^2 = \cos^2 2g,$$

$$q^2 = \langle\hat{S}^+\hat{S}^z\rangle\langle\hat{S}^z\hat{S}^-\rangle + \langle\hat{S}^-\hat{S}^z\rangle\langle\hat{S}^z\hat{S}^+\rangle + \langle\hat{S}^+\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\hat{S}^-\rangle + (1 - \langle\hat{S}^z\hat{S}^z\rangle)^2.$$

Простые вычисления показывают, что

$$q^2 = \sin^2 2g.$$

Мы будем исследовать находящийся в магнитном поле ферромагнетик со спином $S=1$, который описывается гамильтонианом с обменной анизотропией

$$\hat{H} = -\sum_j J[\mathbf{S}_j\mathbf{S}_{j+1} + \delta\hat{S}^z_j\hat{S}^z_{j+1}] - h\sum_j \hat{S}^x_j, \tag{7}$$

которое после усреднения по когерентному состоянию (3) и перехода от суммирования к интегрированию примет вид

$$\mathscr{H} = -J \int \left\{ \cos^2 2g\,(1 + \delta \cos^2 \vartheta) - \frac{a_0^2}{2}\,(4 \sin^2 2g g_x^2 + \cos^2 2g \vartheta_x^2 + \cos^2 2g \sin^2 \vartheta \varphi_x^2) \right\} \frac{dx}{a_0}. \tag{8}$$

Следуя [11], можно построить классический лагранжиан для КС (1) в виде

$$L = \cos 2g \dot{\gamma} + \cos 2g \cos \vartheta \dot{\varphi} - \mathscr{H}. \tag{9}$$

Варьируя (9), имеем гамильтоновы уравнения движения

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{\cos 2g \sin \vartheta} \frac{\delta \mathscr{H}}{\delta \vartheta},$$

$$\dot{\vartheta} = \frac{1}{\cos 2g \sin \vartheta} \left(\frac{\delta \mathscr{H}}{\delta \varphi} - \cos \vartheta \frac{\delta \mathscr{H}}{\delta \gamma} \right),$$

$$\dot{g} = \frac{1}{2 \sin 2g} \frac{\delta \mathscr{H}}{\delta \gamma},$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\cos \vartheta}{\cos 2g \sin \vartheta} \frac{\delta \mathscr{H}}{\delta \vartheta} - \frac{1}{2 \sin 2g} \frac{\delta \mathscr{H}}{\delta g}. \tag{10}$$

Усредняя гамильтониан (7) по КС (1), переходя к континуальному пределу с учетом (10), получим следующую систему уравнений:

$$\dot{\varphi} = -2\delta \cos 2g \cos \vartheta + a_0^2 \left(\frac{\cos 2g}{\sin \vartheta} \vartheta_{xx} - 4 \frac{\sin 2g}{\sin \vartheta} g_x \vartheta_x - 2 \cos 2g \cos \vartheta \varphi_x^2 \right) + h \operatorname{ctg} \vartheta \cos \varphi,$$

$$\dot{\vartheta} = a_0^2 (\cos 2g \sin \vartheta \varphi_{xx} + 2 \cos 2g \cos \vartheta \vartheta_x \varphi_x - 4 \sin 2g \sin \vartheta \varphi_x g_x) + h \sin \varphi,$$

$$\dot{g} = 0,$$

$$\dot{\gamma} = -2 \cos 2g - h \frac{\cos \varphi}{\sin \vartheta} + a_0^2 (2 \sin 2g g_{xx} - 4 \sin 2g \operatorname{ctg} \vartheta g_x \vartheta_x) + \cos 2g\,(\varphi_x^2 + \vartheta_x^2 + 4g_x^2 + \operatorname{ctg} \vartheta \vartheta_{xx}). \tag{11}$$

Из уравнения $\dot{g}=0$ следует, что модель (7) сохраняет квадрат классического спина. Посмотрим, насколько улучшает положение учет одноионной анизотропии.

Аналогичная процедура приведет нас к системе уравнений

$$\dot{\varphi} = -\delta \left\{ \frac{\cos \vartheta}{\cos 2g} - \operatorname{tg} 2g \cos \theta \cos 2\gamma \right\} + a_0^2 \left\{ \frac{\cos 2g}{\sin \vartheta} \vartheta_{xx} - 4 \frac{\sin 2g}{\sin \vartheta} g_x \theta_x - 2 \cos 2g \cos \vartheta \varphi_x^2 \right\} + h \operatorname{ctg} \vartheta \cos \varphi,$$

$$\dot{\vartheta} = -\frac{\delta}{2} \sin 2\theta \sin 2\gamma \operatorname{tg} 2g + a_0^2 (\cos 2g \sin \vartheta \varphi_{xx} + 2 \cos 2g \cos \vartheta \vartheta_x \varphi_x - 4 \sin 2g \sin \vartheta \varphi_x g_x) + h \sin \varphi,$$

$$\dot{g} = \frac{\delta}{2} \sin^2 \vartheta \sin 2\gamma,$$

$$\dot{\gamma} = -2 \cos 2g + \frac{\delta}{2} \left[2 \frac{\cos^2 \vartheta}{\cos 2g} - \cos 2\gamma \left(2 \cos^2 \vartheta \frac{\sin 2g}{\cos 2g} - \sin^2 \vartheta \frac{\cos 2g}{\sin 2g} \right) \right] - h \frac{\cos \varphi}{\sin \vartheta} + a_0^2 (2 \sin 2g g_{xx} - 4 \sin 2g \operatorname{ctg} \vartheta g_x \vartheta_x) + \cos 2g\,(\varphi_x^2 + \vartheta_x^2 + 4g_x^2 + \operatorname{ctg} \vartheta \vartheta_{xx}). \tag{12}$$

Как видно, третье уравнение системы (12) описывает динамику изменения длины квадрата классического спина и квадрупольного момента. Таким образом, можно заключить, что модель с одноионной анизотропией дает описание магнетиков с несохраняющимся квадратом спина.

Теперь более подробно остановим свое внимание на модели с обменной анизотропией. В длинноволновом пределе и при слабом магнитном поле $a_0^2 \ll \delta$, $h \ll \delta$ система уравнений (11) примет вид

$$\dot{\varphi} = -2\delta \cos 2g \cos \vartheta,$$

$$\dot{\vartheta} = a_0^2 (\cos 2g \sin \vartheta \varphi_{xx} + 2 \cos 2g \cos \vartheta \vartheta_x \varphi_x - 4 \sin 2g \sin \vartheta \varphi_x g_x) + h \sin \vartheta. \quad (13)$$

Вблизи легкой плоскости $\theta = \pi/2 - \bar{\theta}$, и, когда $g \ll 1$, $\bar{\theta} \ll 1$, мы приходим к уравнению sin-Гордона

$$\varphi_{\tau\tau} + \varphi_{\xi\xi} + \sin \varphi = 0. \quad (14)$$

Положив $g=0$ в системе уравнений (11), из первых двух уравнений получим уравнения Ландау—Лифшица [12].

Классическое вакуумное состояние в ферромагнетиках типа «легкая ось» есть $\varphi=0$, $g=0$ и $\theta=0$, $\theta=\pi$, т. е. двукратно вырождено. Основное состояние в ферромагнетиках «легкой плоскости» есть $\varphi=\mathrm{const}$, $g=0$, $\theta=\pi/2$, т. е. многократно вырождено. Дисперсия вблизи основного состояния легкой оси имеет две ветви

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2(\delta + k^2), \\ \omega_2 &= 2(\delta + 1). \end{aligned} \quad (15)$$

В случае легкой плоскости имеем

$$\omega_1^2 = \frac{k^2}{2}(k^2 + \delta),$$

$$\omega_2^2 = 4. \quad (16)$$

Таким образом, вблизи основного состояния легкой оси и легкой плоскости наряду с боголюбовской волновой частотой ω_1 распространяются также волны высокой частоты.

Авторы выражают искреннюю благодарность В. Г. Маханькову и В. К. Федянину за обсуждение полученных результатов работы.

Список литературы

[1] Abdulloev Kh. O. et al. // Generalized spin coherent states as a tool Study quasiclassical behaviour of the Heisenberg ferromagnet. W. S., Singapore. 1990. P. 244—266.
[2] Островский В. С. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 11. С. 1690; ФТТ. 1976. Т. 18. С. 1041.
[3] Онуфриева Ф. П. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 6. С. 2372—2379.
[4] Абдуллоев Х. О., Маханьков А. В., Хакимов Ф. Х. Классические нелинейные модели в теории конденсированных сред. Душанбе: Дониш, 1989. 179 с.
[5] Китаев В. Н., Кащенко М. П., Курбатов И. В. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 6. С. 2334—2341.
[6] Ksems J., Steiner M. // Phys. Rev. Lett. 1978. N 16. P. 1173.
[7] Steiner M. et al. // Solid State Communs. 1982. V. 41. N 4. P. 329—332.
[8] Fedyanin V. K., Makhankov V. G. // Phys. Scripta. 1983. V. 28. P. 221—228.
[9] Mikeska H. J. // J. Phys. C. 1978. N 1. P. L28—L32.
[10] Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента. М.: Наука, 1975. 436 с.
[11] Kuratsuji H., Suzuki T. // J. Math. Phys. 1980. V. 21. N 3. P. 472.
[12] Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983. 183 с.

Таджикский государственный университет им. В. И. Ленина

Поступило в Редакцию 6 мая 1991 г.
В окончательной редакции 11 сентября 1991 г.