1992 SOLID STATE PHYSICS Vol. 34, N 3

УДК 534.222.2 : 530.1

УЕДИНЕННЫЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ СОЛИТОНОМ ПОЛЯ, СОПРЯЖЕННОГО ПАРАМЕТРУ ПОРЯДКА

В. И. Сериков, О. А. Воронина, С. В. Воронин

Рассматривается совместное распространение уединенных волн параметра порядка и температуры в среде, испытывающей фазовый переход второго рода. Показано, что такие волны могут возникать при наличии солитона поля, сопряженного параметру порядка, причем скорость их распространения отличается от скорости распространения температурных волн лишь множителем, определяемым константами вещества, кинетическими коэффициентами и коэффициентами в разложении термодинамического потенциала.

Распространение солитонов поля, сопряженного параметру порядка в среде, испытывающей фазовый переход II рода, сопровождается, как показано в работе [1], возникновением уединенных волн упругих напряжений. В последнее время значительно возрос интерес к исследованию нестационарных температурных полей в области фазового перехода II рода [2], что приводит к исследованию совместных решений кинетического уравнения Гинзбурга-Ландау [3]

$$\dot{\eta} = -\Gamma\left(\delta\Phi/\delta\eta\right) \tag{1}$$

и уравнения теплопроводности [4]

$$TS = K\nabla T\,. \tag{2}$$

В настоящей работе рассматривается возможность появления температурного кинка (и, следовательно, солитона температурного градиента), связанного с распространением сопряженного поля. Рассмотрение проводится для одномерного параметра порядка и температуры. Термодинамический потенциал Φ в области фазового перехода II рода имеет вид [5]

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{2}\int\left[A\eta^2\tau + B\eta^4/2 + C\left(\nabla\eta\right)^2 - h\eta\right]\,dV\,. \tag{3}$$

Здесь h — поле, сопряженное параметру порядка η; A, B, C — коэффициенты в разложении термодинамического потенциала; $\tau = (T - T_c)/T_c$, где T_c — температура перехода. С учетом того что изменение плотности энтропии в области фазового перехода определяется выражением [6] $S = -\alpha\eta^2/(2T_c)$, запишем систему уравнений (1) и (2) в виде

$$\Gamma^{-1}\eta_t = C\eta_{xx} - A\eta + B\eta^3 + h\,, \tag{4}$$

$$c_\eta T_t - \alpha\eta\eta_t = KT_{xx}\,. \tag{5}$$

Здесь c_η — теплоемкость, измеренная вдали от T_c; K — коэффициент теплопроводности; нижние индексы x, t повсюду означают частное дифференцирование по соответствующей переменной. Перейдем в уравнениях (4) и (5) к безмерным величинам $\varphi = \eta\,(B/A^{1/2})$ и τ и будем искать решения этих уравнений в виде

$$\varphi = \varphi_m(\operatorname{th}\xi + c_1)\,, \tag{6}$$

$$\tau = \tau_m(\operatorname{th}\xi + c_2)\,, \tag{7}$$

полагая сопряженное параметру порядка поле заданным в форме

$$h = h_0 \operatorname{sech}^2\xi\,,\quad \xi = (x + v\cdot t)/\Delta\,. \tag{8}$$

В безразмерной форме уравнения (4), (5) имеют вид

$$\varphi'' - \alpha\varphi' - \beta\varphi\tau - \beta\varphi^3 = H_0(\operatorname{th}^2\xi - 1)\,, \tag{9}$$

$$\tau'' - \gamma\tau' + \delta\varphi\varphi' = 0\,, \tag{10}$$

где штрихами обозначены первые и вторые производные по безразмерной переменной ξ, а коэффициенты в уравнениях (9), (10) определены следующим образом:

$$\alpha = v\Delta/(C\Gamma)\,,\quad \beta = A\Delta^2/C\,,$$

$$H_0 = \Delta^2 h_0 (B/A)^{1/2}/C\,,\quad \gamma = v\cdot\Delta c_\eta/K\,,$$

$$\delta = A^2 v\Delta/(BT_c^2K)\,. \tag{11}$$

Подставляя решения (6) и (7) в уравнения (9) и (10), получаем систему уравнений, позволяющую определить амплитуды φ_m, τ_m, константы c_1, c_2, а также параметры решения v, Δ через коэффициенты (11). Эту систему уравнений можно представить в виде

$$\tau_m = \delta/\beta\,,\quad \varphi_m^2 = 2/\beta\,,\quad c_1 = \gamma/2\,,$$

$$2 + \beta\,[\,(c_1 + c_2)\,\tau_m + 3c_1^2\varphi_m^2 = 0\,,$$

$$\alpha - \beta\,(\tau_m + 3\gamma\varphi_m^2/2) = H_0\,(\beta/2)^{1/2}\,,$$

$$\alpha + \beta\,(\gamma c_2\tau_m/2 + \gamma^3\varphi_m^2/8) = H_0\,(\beta/2)^{1/2}\,. \tag{12}$$

Четвертое уравнение системы (12) позволяет определить c_2

$$c_2 = -\,3\gamma^2/\delta - \gamma/2 - 2/\delta\,.$$

Пятое и шестое уравнения системы (12) приводятся к виду

$$1 - \delta/\alpha - 3\gamma/\alpha = H_0\,(\beta/2)^{1/2}\alpha^{-1}\,, \tag{13}$$

$$1 - \gamma^3/(2\alpha) - \gamma^2\delta/(4\alpha) - \gamma/\alpha = H_0\,(\beta/2)^{1/2}\alpha^{-1}\,. \tag{14}$$

Отметим, что в левой части уравнения (13) стоят «истинные» константы и, следовательно, величина $H_0\,(\beta/2)^{1/2}\alpha^{-1} = h_0\Delta^2 v^{-1}\Gamma[\mathrm{B}/(2C)\,]^{1/2}$ является константой, поэтому скорость определяется выражением

$$v = \Delta^2 h_0 \Gamma \left[B/(2C) \right]^{1/2} / \left(1 - \delta\alpha^{-1} - 3\gamma\alpha^{-1}\right). \tag{15}$$

Комбинирование уравнений (13) и (14) приводит к уравнению, которое является квадратным относительно величины $v\Delta$ и может быть представлено в форме

$$\gamma^2 + \gamma\delta/2 - 2\delta/\gamma - 4 = 0, \tag{16}$$

откуда получаем

$$\gamma = \pm 2,$$

$$v\Delta = \pm 2K/c_\eta. \tag{17}$$

Из соотношения (17) с учетом (15) находим

$$\Delta = \left\{(2K/c_\eta)\left(1 - \delta\alpha^{-1} - 3\gamma\alpha^{-1}\right) / \left[h_0 \Gamma \left(B/(2C)\right)^{1/2}\right]\right\}^{1/3}, \tag{18}$$

$$v = \left[h_0 \Gamma \left(B/(2C)\right)^{1/2} (2K/c_\eta)^2 \left(1 - \delta\alpha^{-1} - 3\gamma\alpha^{-1}\right)^{-2}\right]^{1/3}. \tag{19}$$

Форма уединенной волны температурного градиента определяется выражением

$$\tau_x = (\tau_m/\Delta) \operatorname{sech}^2 \left[(x + vt)/\Delta \right]. \tag{20}$$

Таким образом, скорость v и ширина Δ солитона температурного градиента соответственно пропорциональны $h_0^{1/3}$ и $h_0^{-1/3}$, а его амплитуда, как видно из (2), пропорциональна амплитуде h_0 поля, сопряженного параметру порядка. Кроме того, оценивая длительность солитона (20) с помощью соотношения $\Theta^{-1} = v/\Delta$, легко видеть, что скорость его можно представить в виде

$$v = \left[2 (K/c_\eta) \Theta^{-1} \right]^{1/2} / \left(1 - \delta\alpha^{-1} - 3\gamma\alpha^{-1}\right)^{2/3}, \tag{21}$$

где величину $[2 (K/c_\eta) \Theta^{-1}]^{1/2}$ можно рассматривать как характерную скорость темнературных волн с частотой $\omega = \Theta^{-1}$.

Список литературы

[1] Сериков В. И., Воронин С. В. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 7. С. 2118—2120.

[2] Паташинский А. З., Чертков М. В. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 6. С. 1806—1811.

[3] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Теоретическая физика. Т. 10. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 с.

[4] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.

[5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. 583 с.

[6] Паташинский А. З., Покровский В. Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982. 381 с.

Липецкий
политехнический институт

Поступило в Редакцию
4 апреля 1991 г.