

УДК 539.2

© 1992

## ВЛИЯНИЕ СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ НА ПРОВОДИМОСТЬ ДВУМЕРНОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО МЕТАЛЛА

Г. М. Генкин, Н. В. Щедрина, М. И. Щедрин

Рассмотрена добавка к статической электропроводности ферромагнитного металла, обусловленная эффектами слабой локализации. Показано, что существенную роль играют процессы рассеяния носителя с переворотом спина. Получено, что при наличии щели в энергетическом спектре они существенно изменяют недиагональный вклад как по величине, так и по характеру его зависимости от параметров системы. Определены условия, при которых эти процессы могут оказать заметное влияние на величину проводимости.

1. Эффекты слабой локализации изучались в различных физических системах (см. обзоры [1, 2]). Для ферромагнитных металлов рассмотрено влияние слабой локализации на восприимчивость, корреляционную функцию плотности электронного газа, магнитные флуктуации [3]. Однако при этом рассеяние электронов считалось без переворота спина, т. е. не учитывались спин-орбитальное рассеяние, а также рассеяние на магнитных примесях. В этом случае, поскольку рассеяние происходит без переворота спина, тем самым рассматривались лишь внутрizonные переходы (по отношению к зонам с разной проекцией спина) и для каждой из зон получался известный результат [1]. Для ферромагнитного металла энергетические зоны с разной проекцией спина имеют сдвиг относительно друг друга, и поэтому рассеяние с переворотом спина, соответствующее таким межзонным переходам, приводит к ряду особенностей в эффектах слабой локализации, что и будет рассмотрено ниже в настоящей работе.<sup>1</sup>

2. Общее выражение для добавки к электропроводности из-за эффектов слабой локализации может быть записано в виде

$$\delta\sigma(\omega) = -e^2 \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{d^2k'}{(2\pi)^2} \sum_{\alpha, \beta} v_{\alpha}(k) v_{\beta}(k') G_{\alpha}^R(\varepsilon, k) \times \\ \times G_{\alpha}^A(\varepsilon - \hbar\omega, k) \Gamma_{\alpha\beta\beta\alpha}(k, k') G_{\beta}^R(\varepsilon, k') G_{\beta}^A(\varepsilon - \hbar\omega, k'), \quad (1)$$

где  $G^R$  и  $G^A$  — запаздывающая и опережающая функция Грина

$$G_{\alpha}^R(\varepsilon, k) = \frac{1}{\varepsilon - \eta_{\alpha}(k) + i(\hbar/2\tau)}, \\ G_{\alpha}^A(\varepsilon, k) = \frac{1}{\varepsilon - \eta_{\alpha}(k) - i(\hbar/2\tau)}. \quad (2)$$

Спиновый индекс  $\alpha$  пробегает два значения 1 и  $-1$ .

<sup>1</sup> Следует заметить, что вклад спин-орбитального взаимодействия в эффекты слабой локализации для неферромагнитных систем, где энергетические состояния с разной проекцией спина не имеют относительного энергетического сдвига, рассмотрен в [4].

В дальнейшем предполагается рассматривать только статическую проводимость при  $\omega = 0$ , поэтому нет необходимости в (2) учитывать частотную перенормировку примесных диаграмм, как это сделано в [3], и можно ограничиться лишь учетом того факта, что у подзон с разными спинами имеется энергетический сдвиг на величину  $\Delta$ , тем самым  $\eta_{-1} = \eta_1 + \Delta$ .

Отметим, что поскольку  $\Delta \ll \epsilon_F$ , где  $\epsilon_F$  — энергия Ферми, то скорость на поверхности Ферми в подзонах 1 и  $-1$  и плотность состояний  $N(\epsilon_F)$  отличаются мало. Так, в трехмерном изотропном случае  $k_{F,-1} = \sqrt{2m(\epsilon_F - \Delta/2)}$ ,  $k_{F,1} = \sqrt{2m(\epsilon_F + \Delta/2)}$  на  $N_\alpha(\epsilon_F) = mk_{F,\alpha}/2\pi^2$  (на один спин). В двумерном случае (для цилиндрической поверхности Ферми) плотность состояний вообще постоянна и не зависит от  $\Delta$ . Поэтому в дальнейшем будем считать одинаковыми (в силу малости  $\Delta/\epsilon_F \ll 1$ ) скорости  $v_F$  и плотности состояний  $N$  на поверхности Ферми для двух подзон.

Отличие от результатов [1, 4] в рассматриваемом случае получается в силу того обстоятельства, что при интегрировании в (1) по импульсам вблизи поверхности Ферми в каналах с изменением спина ( $1 \rightarrow -1$  и  $-1 \rightarrow 1$ ) результат зависит от  $\Delta$ . В каналах без изменения спина ( $1 \rightarrow 1$  и  $-1 \rightarrow -1$ ) такой зависимости нет.

Эффекты рассеяния с переворотом спина проявляются в (1) как при интегрировании по  $k$ , так и в самой вершинной части  $\Gamma(q)$ , где  $q = k + k'$ . Известно, что эффекты слабой локализации наиболее существенны при наличии диффузионного полюса при  $q \rightarrow 0$  [1, 2]. При интегрировании по  $k$  для процессов рассеяния с переворотом спина имеются полюса в подынтегральном выражении (1):  $\eta'_\alpha = \epsilon + i\hbar/2\tau$  и  $\eta''_\alpha = \epsilon \mp \Delta + \hbar v_F q + i\hbar/2\tau$ , при этом для процесса  $1 \rightarrow -1$ , пропорционального  $\Gamma_{1,-1,-1,1}$ , знак  $-$ , а для  $-1 \rightarrow 1$ , пропорционального  $\Gamma_{-1,1,1,-1}$ , соответственно  $+$ . В результате формула (1) для поправки к проводимости приобретает вид

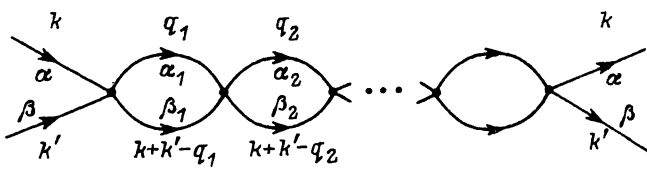
$$\delta\sigma(\omega = 0) = -2\pi N\tau (e^2/\pi\hbar) D_0\tau \times \left\{ \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \left[ \sum_\alpha \Gamma_{\alpha\alpha\alpha\alpha}(q) + \frac{1}{1 + (\Delta\tau/\hbar)^2} \sum_{\alpha\neq\beta} \Gamma_{\alpha\beta\beta\alpha}(q) \right] \right\}. \quad (3)$$

Здесь  $D_0 = v_F^2 \tau / z$  — коэффициент диффузии,  $z$  — размерность пространства интегрирования. При получении (3) использовалось условие малости  $q \ll \Delta/\hbar v_F$ . Из (3) видно, что рассеяние с переворотом спина приводит к поправке, пропорциональной  $[1 + (\Delta\tau/\hbar)^2]^{-1}$ . Для каналов без переворота спина, пропорциональных  $\Gamma_{\alpha\alpha\alpha\alpha}$ , результат не зависит от  $\Delta$  и остается таким же, как в [1, 4].

3. Рассмотрим теперь выражение для вершинной части  $\Gamma'(q)$ . Поскольку примесные потенциалы рассеяния  $V_{\alpha\beta}(r)$  являются короткодействующими, корреляционная функция  $\overline{V_{\alpha\beta}(r_1) V_{\gamma\delta}(r_2)} \sim \delta(r_1 - r_2)$ , а ее Фурье-компонента не зависит от импульса. Поэтому на диаграммах примесные линии не несут импульса и их можно привести к более простому виду, считая точки  $r_1$  и  $r_2$  совпадающими. В этом случае диаграммы с максимальным пересечением примесных линий (верные диаграммы) становятся «лестничными». Общий вид такой диаграммы для  $\Gamma$  приведен на рисунке. Тогда уравнение для вершинной части  $\Gamma$  будет

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} = \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0 + \Gamma_{\alpha\mu\nu}^0 \Pi_{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta\gamma\delta}, \quad (4)$$

где  $\Pi$  дает вклад отдельного звена этой «лестницы»



Модифицированный вид веерных диаграмм для  $\delta$ -образного потенциала рассеяния.

$$\Pi_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) = \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} G_{\alpha}^R(\varepsilon, \mathbf{k}) G_{\beta}^A(\varepsilon - \hbar\omega, \mathbf{q} - \mathbf{k}). \quad (5)$$

Здесь, как и в [4], будем рассматривать наряду с обычным потенциальным рассеянием также спин-орбитальное рассеяние на магнитных примесях с локальным спином  $S$ . При этом  $\Gamma^0$  имеет вид [4]

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0 = A_0 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + B_0 \sigma_{\alpha\beta}^z \sigma_{\gamma\delta}^z + C_0 (\sigma_{\alpha\beta}^x \sigma_{\gamma\delta}^x + \sigma_{\alpha\beta}^y \sigma_{\gamma\delta}^y), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= (2\pi N)^{-1} \nu_0, \\ B_0 &= (2\pi N)^{-1} (\nu_S^z - \nu_{SO}^z), \\ C_0 &= (2\pi N)^{-1} (\nu_S^x - \nu_{SO}^x), \end{aligned} \quad (7)$$

$\sigma^i$  — матрицы Паули,  $\nu_0$  — частота упругого столкновения носителя с бесспиновой примесью,  $\nu_S$  — частота столкновения с магнитной примесью,  $\nu_{SO}$  — частота столкновения при спин-орбитальном взаимодействии. Верхние индексы  $x, y, z$  учитывают анизотропию процессов рассеяния (для пленки считается, что компоненты  $x$  и  $y$  соответствующих частот столкновений одинаковы). Полная частота столкновений  $\nu = \nu_0 + \nu_S + \nu_{SO}$  и  $\nu = \tau^{-1}$ . Обычно  $\nu_0 \gg \nu_{SO}$ , а соотношение между  $\nu_0$  и  $\nu_S$  может быть произвольным. Здесь предполагается, что все типы рассеивателей являются нескоррелированными и поэтому в (6) и (7) отсутствуют перекрестные члены.

В отличие от [4] здесь  $\Pi$  является матрицей и поэтому решение матричного уравнения (4) не имеет вида (6), как это было в [4]. Из всех матричных элементов в (6) отличными от нуля являются следующие:  $\Gamma_{\alpha\alpha\alpha\alpha}^0 = \Gamma_1^0 = A_0 + B_0$ ,  $\Gamma_{\alpha\beta\beta\alpha}^0 = \Gamma_2^0 = 2C_0$ ,  $\Gamma_{\alpha\alpha\beta\beta}^0 = \Gamma_3^0 = A_0 - B_0$  ( $\alpha \neq \beta$ ). Для удобства введем следующие обозначения для элементов полной матрицы  $\Gamma$ :  $\Gamma_{1111} = \Gamma_1$ ,  $\Gamma_{-1-1-1-1} = \Gamma_2$ ,  $\Gamma_{1-1-1-1} = \Gamma_3$ ,  $\Gamma_{-111-1} = \Gamma_4$ ,  $\Gamma_{11-1-1} = \Gamma_5$ ,  $\Gamma_{-1-111} = \Gamma_6$ . Тогда в явном виде система уравнений (4) записывается как

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \Gamma_1^0 + \Gamma_1^0 \Pi (11) \Gamma_1, \\ \Gamma_2 &= \Gamma_1^0 + \Gamma_1^0 \Pi (-1-1) \Gamma_2, \\ \Gamma_3 &= \Gamma_2^0 + \Gamma_2^0 \Pi (-11) \Gamma_6 + \Gamma_3^0 \Pi (1-1) \Gamma_3, \\ \Gamma_4 &= \Gamma_2^0 + \Gamma_2^0 \Pi (1-1) \Gamma_5 + \Gamma_3^0 \Pi (-11) \Gamma_4, \\ \Gamma_5 &= \Gamma_3^0 + \Gamma_2^0 \Pi (-11) \Gamma_4 + \Gamma_3^0 \Pi (1-1) \Gamma_5, \\ \Gamma_6 &= \Gamma_3^0 + \Gamma_2^0 \Pi (1-1) \Gamma_3 + \Gamma_3^0 \Pi (-11) \Gamma_6. \end{aligned} \quad (8)$$

Решая эту систему, получаем

$$\Gamma_1 = \frac{\Gamma_1^0}{1 - \Gamma_1^0 \Pi(11)},$$

$$\Gamma_2 = \frac{\Gamma_1^0}{1 - \Gamma_1^0 \Pi(-1-1)},$$

$$\Gamma_3 = \Gamma_4 = \frac{\Gamma_2^0}{[1 - \Gamma_3^0 \Pi(1-1)] [1 - \Gamma_3^0 \Pi(-11)] - \Gamma_2^0 \Pi(1-1) \Gamma_2^0 \Pi(-11)}. \quad (9)$$

Из (5) и (2) имеем для элементов матрицы  $\Pi$

$$\Pi(11) = \Pi(-1-1) = (\tau/h) \frac{2\pi N}{1 + i(\mathbf{v}q)\tau}, \quad (10)$$

$$\Pi(1-1) = (\tau/h) \frac{2\pi N}{1 + i(\mathbf{v}q)\tau - i(\tau\Delta/h)}, \quad (11)$$

$$\Pi(-11) = (\tau/h) \frac{2\pi N}{1 + i(\mathbf{v}q)\tau + i(\tau\Delta/h)}. \quad (12)$$

Из (11), (12) видно, что недиагональные члены  $\Pi$  при наличии  $\Delta \neq 0$  имеют характерное значение  $q \sim q_0 = \Delta/hv$ , а не  $q = 0$ , как это наблюдается для простых металлов [1, 2]; эта особенность сохраняется только для диагональных членов (10).

Входящие в (3) суммы имеют вид

$$\sum_{\alpha} \Gamma_{\alpha\alpha\alpha\alpha} = \Gamma_1 + \Gamma_2, \quad \sum_{\alpha \neq \beta} \Gamma_{\alpha\beta\beta\alpha} = \Gamma_3 + \Gamma_4. \quad (13)$$

Подставляя (9)—(12) в (13), можно получить общие выражения (13) при любом значении  $q$ . Мы не будем приводить их из-за громоздкости, а ограничимся асимптотическим выражением при малых  $q$ , имея в виду рассмотрение эффектов слабой локализации. Тогда

$$\delta\sigma = -2D_0 (e^2/\pi h) \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \left\{ \frac{1}{D_0 q^2 + 2\nu_1/\lambda_1} + \frac{1}{2} \frac{1}{1 + (\nu_{\Delta}/\nu)^2} \frac{(\nu_S^x - \nu_{SO}^x)}{\sqrt{(\nu_S^x - \nu_{SO}^x)^2 - (\nu_{\Delta}/2)^2}} \left[ \frac{1}{D_1 q^2 + 2\nu_2/\lambda_2} - \frac{1}{D_1 q^2 + 2\nu_3/\lambda_3} \right] \right\}, \quad (14)$$

где введены следующие обозначения

$$\nu_1 = \nu_S^x + \nu_{SO}^x + \nu_{SO}^z, \quad \lambda_1 = 1 - 2\nu_1/\nu,$$

$$\nu_2 = \nu_S^z + 2\nu_{SO}^x - [\sqrt{(\nu_S^x - \nu_{SO}^x)^2 - (\nu_{\Delta}/2)^2} - (\nu_S^x - \nu_{SO}^x)],$$

$$\nu_3 = \nu_S^z + 2\nu_S^x + [\sqrt{(\nu_S^x - \nu_{SO}^x)^2 - (\nu_{\Delta}/2)^2} - (\nu_S^x - \nu_{SO}^x)],$$

$$\lambda_{2,3} = \lambda_i = 1 - 2\nu_i/\nu + (\nu_{\Delta}/\nu)^2 [1 + \nu_i/\nu],$$

$$\nu_{\Delta} = \Delta/h, \quad D_1 = \frac{D_0}{[1 + (\nu_{\Delta}/\nu)^2]^2}. \quad (15)$$

Полная частота столкновений  $\nu$  для тетрагональной симметрии равна

$$\nu = \nu_0 + \nu_{SO}^z + 2\nu_{SO}^x + \nu_S^z + 2\nu_S^x. \quad (16)$$

Величина  $\nu_{\Delta}$ , очевидно, имеет смысл такой частоты столкновений, которая размывает уровни энергий на величину  $\Delta$ . Формально  $D_1$  имеет смысл ко-

эффицента диффузии для недиагональных процессов и  $D_1 < D_0$ , а  $\sqrt{D_1\tau} -$  соответствующая диффузионная длина.

4. Из (14) видно, что основное отличие вклада в электропроводность ферромагнитного металла от нормального проявляется в слагаемых, обусловленных недиагональными переходами. Диагональные вклады остаются прежними; при  $\nu_1/\nu \ll 1$  первое слагаемое в (14) полностью совпадает с первым членом формулы (9) работы [4]. Коэффициент перед недиагональными слагаемыми в (14) существенно зависит от  $x$ -компонент частот  $\nu_i$  с переворотом спина и частоты  $\nu_\Delta$ , и при  $\Delta = 0$  он обращается в  $1/2$ . Тогда все выражение переходит в формулу (9) в [4] (при этом, естественно, подразумевается, что частота упругих соударений без переворота спина  $\nu_0$  является наибольшей, т. е. выполняются условия  $\nu_2/\nu \ll 1$  и  $\nu_3/\nu \ll 1$ ).

В отсутствие рассеяния с переворотом спина недиагональные вклады обращаются в нуль и процессы рассеяния, обуславливающие электросопротивление, происходят аддитивно по двум подзонам (независимо одно от другого), и фактически ферромагнитные свойства не проявляются, что и отмечалось в [3]. Вклад подзон, даваемый первым слагаемым в (14), при этом имеет диффузионный полюс, что приводит к отрицательной логарифмической добавке в электропроводность.

Существенным отличием полученного результата (14) от случая неферромагнитного металла [4] является следующее обстоятельство. Наличие  $\Delta \neq 0$  приводит к тому, что обе характерные частоты  $\nu_2$  и  $\nu_3$  зависят теперь одновременно от спин-орбитального и чисто магнитного рассеяния. Поэтому в отсутствие последнего не возникает диффузионного полюса в предпоследнем слагаемом (14). Напомним, что в случае неферромагнитного металла при  $\nu_S = 0$  имеет место логарифмическая поправка к электропроводности с изменением знака. В нашем случае, как видно из (14), знак коэффициента недиагонального вклада определяется соотношением между частотами  $\nu_S^x$  и  $\nu_{SO}^x$ . В частности, при отсутствии магнитных примесей  $\nu_S^x = 0$  и этот коэффициент отрицательный, а в чисто двумерном случае для тонкой пленки ферромагнетика  $\nu_{SO}^x = 0$ . Знак всего вклада зависит еще от относительной величины двух слагаемых в квадратных скобках (14), разность которых пропорциональна  $(\nu_3/\lambda_3 - \nu_2/\lambda_2) = (\nu_3/\lambda_3) [1 - (\nu_2/\nu_3)(\lambda_3/\lambda_2)]$ . Из (15) видно, что  $\nu_2/\nu_3 < 1$ , а отношение  $\lambda_3/\lambda_2 > 1$  для  $(\nu_\Delta/\nu)^2 > 2$  и  $\lambda_3/\lambda_2 < 1$  для  $(\nu_\Delta/\nu)^2 < 2$ .

Рассмотрим поведение недиагонального вклада вблизи резонансного условия  $|\nu_S^x - \nu_{SO}^x| = \nu_\Delta/2$ . В этом случае наряду со знаменателем стремится к нулю и выражение в квадратных скобках в (14), поскольку при этом условии  $\nu_2 = \nu_3 = \nu_S^x + \nu_S^x + \nu_{SO}^x$ . Раскрывая эту неопределенность, имеем следующее выражение для недиагонального вклада при резонансе:

$$\frac{\nu_S^x - \nu_{SO}^x}{\lambda_0^2} \frac{1}{[D_1 q^2 + 2\nu_2^0/\lambda_0]^2}, \quad (17)$$

где  $\lambda_0 = 1 - 2\nu_2^0/\nu + (\nu_\Delta/\nu)^2 [1 + (\nu_2^0/\nu)]$ . Видно, что в резонансной области поправка к проводимости может иметь логарифмический характер только для размерности  $z = 4$ ; во всех остальных случаях она имеет степенной характер.

При  $|\nu_S^x - \nu_{SO}^x| < \nu_\Delta/2$  в формулах (14), (15) радикалы становятся чисто мнимыми, а характерные частоты  $\nu_2$  и  $\nu_3$  являются комплексно сопряженными друг другу, это же справедливо и для параметров  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ . В этом случае исчезновение диффузионных полюсов, как видно, связано с возникновением комплексных добавок в знаменателях выражений.

Таким образом, наличие щели в энергетическом спектре ферромагнитного металла приводит к существенному изменению недиагонального вклада в электропроводность от эффектов слабой локализации. При этом, как видно из полученных результатов, вдали от резонансного условия, указанного выше, недиагональный вклад невелик. Вблизи резонанса его проявление может представлять интерес не только за счет заметной величины, но и ввиду отличия его характера от стандартного логарифмического.

Отметим также, что в рамках рассматриваемой модели процесс уже не описывается одним коэффициентом диффузии, он оказывается разным для диагональных и недиагональных каналов рассеяния (см. формулу (15)).

В заключение отметим, что для ферромагнитных материалов величина щели обычно пропорциональна намагниченности и существенно зависит от температуры, особенно при достаточной близости к точке фазового перехода [5]. Поэтому полученные поправки являются температурно-зависимыми. Однако в непосредственной окрестности фазового перехода, где резко возрастают критические флуктуации магнитного момента, возможно проявление взаимного влияния флуктуаций и примесного рассеяния. Этот вопрос требует специального рассмотрения.

#### Список литературы

- [1] Bergman G. // Phys. Rep. 1981. V. 107. N 1. P. 1—58.
- [2] Lee P. A., Ramakrishnan T. V. // Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. N 2. P. 287—337.
- [3] Singh A., Fradkin E. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 13. P. 6894—6901.
- [4] Hikami S., Larkin A. L., Nagaoka Y. // Prog. Theor. Phys. 1980. V. 63. N 2. P. 707—710.
- [5] Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления. М., 1973. 419 с.

Институт прикладной физики  
РАН  
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию  
4 марта 1991 г.  
В окончательной редакции  
6 сентября 1991 г.