

УДК 538—546.11

© 1992

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДИССИПАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ НА СКОРОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ ЗАРОДЫШЕЙ АТОМАРНОЙ ФАЗЫ ВОДОРОДА ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Ю. И. Шилов, Н. Р. Иванов

Проведено исследование диссипативных процессов на скорость квантового перехода метастабильного состояния молекулярной фазы водорода в атомарное кристаллическое состояние в области низких температур. Вычисления проведены «инстантонным» методом, в основе которого заложен вариационный принцип. Показано, что при значении динамической вязкости $\eta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ г/см·с влияние диссипации на скорость фазового перехода еще незначительно. Найдено значение $\eta_0 = 9.5 \cdot 10^{-3}$ г/см·с, при котором эта скорость начинает резко уменьшаться, а также то значение $\eta_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ г/см·с, при котором время жизни метастабильной фазы молекулярного водорода оказывается равным 1 мкс.

В связи с экспериментами по обнаружению перехода молекулярной фазы водорода в атомарное кристаллическое состояние при высоких давлениях представляет интерес вычисление времени жизни возникающего метастабильного состояния. Особый интерес представляет оценка времени жизни при низких температурах, поскольку именно при этих температурах ведутся эксперименты по обнаружению перехода. В предыдущей работе авторов [1] были представлены различные квазиклассические методы расчета скорости перехода метастабильного состояния молекулярной фазы водорода в атомарную кристаллическую фазу. Было показано, что все входящие в выражения для скорости перехода величины могут быть связаны с известными параметрами, характеризующими точку перехода на кривой фазового равновесия. Анализ проведенных численных расчетов максимальной скорости образования зародышей новой фазы позволил сделать вывод, что использование различных методов расчета равновесной скорости распада интересующей нас метастабильной системы дает по крайней мере до температур порядка 500 К близкие результаты, а сама скорость образования зародышей атомарной фазы водорода оказалась равной по порядку величины 10^{12} с⁻¹.

Однако все расчеты были проведены, так сказать, для идеальной системы, которую представляет собой отдельно взятая флуктуация метастабильной фазы без учета диссипативных процессов, сопровождающих подбарьерное движение этой флуктуации. Как показано в работах [2, 3], сопровождающая такое движение диссипация энергии всегда затрудняет процессы подбарьерного туннелирования и, как следствие, уменьшает скорость фазового перехода. Целью настоящей работы является оценка количественного влияния диссипации на скорость фазового перехода в конкретной физической системе.

«Инстантонный» метод или метод траекторий является в этом смысле весьма перспективным, поскольку позволяет провести вариационную процедуру эффективного действия рассматриваемой системы, используя траектории подбарьер-

ного движения идеальной системы, т. е. найденном без учета диссипативных процессов. Лагранжиан идеальной системы имеет простой вид

$$L(q, \dot{q}) = E_{\text{кин}} - V(q) = (1/2) M(q) \dot{q}^2 - V(q), \quad (1)$$

где q представляет собой реальную геометрическую координату (в нашем случае размер зародыша новой фазы); $M(q)$ — масса, в общем случае зависящая от координаты; $V(q)$ — потенциал, имеющий единственный метастабильный минимум в точке, которую мы выбрали за начало отсчета q . Нуль потенциала выбран лежащим на дне этого метастабильного минимума, именно $V(0) = 0$.

Реальная система, однако, описывается в интересующей нас области затухающим квазиклассическим уравнением движения вида

$$M(q) \ddot{q} + \eta \dot{q} + \frac{dV}{dq} = F_{\text{ext}}(t), \quad (2)$$

где η — феноменологический диссипативный коэффициент трения, F_{ext} — случайно действующая внешняя сила (в более общем случае $\eta = \eta(q)$, а скорость диссипации энергии в единицу времени равна $\eta(q) \dot{q}^2$).

Таким образом, нашей задачей является сравнение скорости туннелирования системы, описываемой при соответствующих условиях затухающим квазиклассическим уравнением (2), с аналогичной величиной идеальной системы, описываемой аналогичным уравнением с тем же самым потенциалом $V(q)$ и массой M , но с коэффициентом трения $\eta = 0$.

Общее рассмотрение этого вопроса всесторонне изложено в оригинальных работах [2, 3], и мы будем придерживаться его в дальнейшем. Использованное в этих работах приближение рассматривает систему и окружающую ее среду как замкнутую систему, которая может быть описана лагранжианом, определяющим ее движение и интересующие нас свойства системы (которую теперь, конечно, более правильно назвать подсистемой). В этой картине явление диссипации представляет собой просто передачу энергии от одной степени свободы, характеризующей систему, к сложному набору простых гармонических осцилляторов, описываемому окружающей среде.

Предполагается, что энергия, переданная среде, эффективно диссипирует в ней и не возвращается обратно за время, представляющее собой физический интерес. Точный лагранжиан для взаимодействующих друг с другом системы и среды необходимо, однако, сформулировать таким образом, чтобы он мог воспроизвести при необходимости уравнение (2). Его наиболее общий вид получается добавлением к (1), во-первых, невозмущенного лагранжиана осцилляторов среды

$$L_{\text{осц}} = \sum_{\alpha} [(1/2) m_{\alpha} \dot{x}_{\alpha}^2 - (1/2) m_{\alpha} \omega_{\alpha}^2 x_{\alpha}^2] \quad (3)$$

и, во-вторых, члена взаимодействия

$$L_{\text{int}} = - \sum_{\alpha} F_{\alpha}(q) x_{\alpha} + \Phi(q), \quad (4)$$

где функция $\Phi(q)$ может зависеть от деталей спектра осцилляторов (m_{α} , ω_{α}), но не от их динамических переменных x_{α} , \dot{x}_{α} . Первый член в L_{int} осуществляет связь системы с набором осцилляторов (термостатом), второй член (так называемый «контрчлен»)

$$\Phi(q) = - \sum_{\alpha} F_{\alpha}^2(q) / 2m_{\alpha}\omega_{\alpha}^2$$

исключает нефизическую частотную поправку, производимую линейным членом. Он гарантирует, что система не может понизить свою потенциальную энергию ниже начального (без учета взаимодействия) значения при движении q координаты в многомерном пространстве, осями которого являются q и x_{α} . Последующие вычисления можно провести для любого лагранжиана этого общего вида. Однако для того чтобы сделать результаты полезными для практических вычислений, нужны дополнительные знания о распределении величин m_{α} , ω_{α} и $F_{\alpha}(q)$. В этом случае вопрос, действительно ли знание того, что классическое движение системы управляется диссипативным уравнением вида (2), налагает на выбор параметров m_{α} , ω_{α} и $F_{\alpha}(q)$ такие ограничения, что позволяют делать определенные предсказания о скорости туннелирования. Этот вопрос подробно рассмотрен в приложении С работы [2] со следующим заключением.

Если известно, что диссипативный механизм квазилинеен, то единственным ограничением, которое можно наложить, является соотношение

$$\frac{\pi}{2} \sum_{\alpha} \frac{1}{m_{\alpha}\omega_{\alpha}^2} \left(\frac{\partial F_{\alpha}}{\partial q} \right)^2 \delta(\omega - \omega_{\alpha}) = \eta \quad (5)$$

для $\omega \ll \omega_c$, где ω_c — характерная частота, для которой феноменологическое уравнение (2) начинает нарушаться, η — феноменологический коэффициент трения.

Если диссипация строго линейна, то $F_{\alpha}(q) = C_{\alpha}q$ и (5) становится ограничением на спектральную плотность

$$J(\omega) = \frac{\pi}{2} \sum C_{\alpha}^2 \delta(\omega - \omega_{\alpha}) / m_{\alpha}\omega_{\alpha}$$

именно $J(\omega) = \eta\omega$. В то время как последнее ограничение существенно для определения точного значения скорости туннелирования, более слабое ограничение (5) адекватно определению только ее нижней границы.

В случае более общего диссипативного уравнения, в котором коэффициент η зависит от амплитуды q , неизвестные параметры связаны соотношением, которое является очевидным обобщением (5)

$$\frac{\pi}{2} \sum_{\alpha} \frac{1}{m_{\alpha}\omega_{\alpha}^2} \left(\frac{\partial F_{\alpha}}{\partial q} \right)^2 \delta(\omega - \omega_{\alpha}) = \eta(q) \quad (6)$$

Точное выражение для скорости туннелирования в терминах $\eta(q)$ возможно только в случае «разделенного» взаимодействия, а именно, когда выполняется условие $F_{\alpha}(q) = C_{\alpha}f(q)$, а $f(q)$ не зависит от α . В противном случае может быть получена только нижняя граница для нее.

Итак, нашей целью является вычисление скорости туннелирования из метастабильного минимума потенциала $V(q)$ системы, описываемой полным лагранжианом $L = L_{\text{сист}} + L_{\text{осц}} + L_{\text{инт}}$. Наиболее удобным методом для этих целей является обобщение инстантонной техники, которая была оригинально сформулирована в контексте обсуждения классической термодинамической метастабильности Лангером [4] и применена к вычислению скорости распада метастабильных состояний [5, 6] и многих последующих авторов. Короткий, но обстоятельный

обзор использования инстантной техники для не взаимодействующих систем, а также последующих обобщений содержится в работе [6].

Согласно этому подходу, конечным результатом для скорости распада метастабильной системы путем подбарьерного просачивания при низких температурах является выражение

$$\Gamma = \frac{1}{\Delta^{1/2}} \left(\frac{S_b}{2\pi\hbar} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{S_b}{\hbar} \right), \quad (7)$$

где S_b — действие так называемого отражения или оптимальной траектории, по которой движется зародыш в классически запрещенной области q под барьером. Это в точности тот путь, который описывает доступное движение классической частицы в обращенном потенциале $\bar{V}(q) = -V(q)$ и для которого ее действие $S = \int L_E dt$ имеет экстремум. Величина Δ с размерностью ω^{-2} представляет собой отношение двух детерминантов и обычно имеет порядок ω_0^{-2} , где ω_0 — частота нулевых колебаний в потенциальной яме.

Процедура нахождения оптимальных траекторий движения, их свойства, а также условия, которым должны удовлетворять такие траектории, подробно изложены в [5]. Обобщение этой техники вычисления скорости распада метастабильного состояния с учетом диссипативных процессов, сопровождающих распад, проведено в [2].

В частном случае строго линейного трения сокращенная матрица плотности общей системы может быть представлена, как и в одночастичном случае, в виде интеграла по путям

$$K(q_i, q_f; T) = \int \prod_a dx_{ai} \int_{q(0)=q_i}^{q(T)=q_f} Dq(\tau) \prod_a \int_{x_a(0)=x_{ai}}^{x_a(T)=x_{af}} Dx_a(\tau) \times \\ \times \exp \left(-\int_0^T \frac{L_E(q, \dot{q}; \{x_a, \dot{x}_a\}) dt}{\hbar} \right), \quad (8)$$

где евклидов лагранжиан системы имеет вид

$$L_E(q, \dot{q}; \{x_a, \dot{x}_a\}) = (1/2) M \dot{q}^2 + V(q) + (1/2) \sum_a m_a (\dot{x}_a^2 + \omega_a^2 x_a^2) + \\ + q \sum_a C_a x_a + (1/2) M |\Delta \omega^2| q^2,$$

«частотная поправка» $\Delta \omega^2$ в последнем члене дается уравнением

$$(1/2) M |\Delta \omega^2| q^2 = \sum_a \frac{C_a^2}{2m_a \omega_a^2},$$

$T = \hbar\beta$, $\beta = 1/kT^0$ — обратная температура.

Исключив путем интегрирования переменные окружающей среды, проведя известные математические преобразования, сокращенная матрица плотности системы окончательно может быть написана в компактной форме в виде функционального интеграла, включающего лишь переменную системы $q(\tau)$ с эффективным действием, содержащим член взаимодействия, который нелокален по мнимому «времени» τ

$$K(q_i, q_f; T) = K_0(T) \int_{q(0)=q_i}^{q(T)=q_f} Dq(\tau) \exp \left\{ -\frac{S_{\text{eff}}\{q(\tau)\}}{h} \right\}, \quad (9)$$

где

$$S_{\text{eff}}\{q(\tau)\} = \int_0^T \left\{ (1/2) M \dot{q}^2 + V(q) \right\} dt + \\ + (1/2) \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^T dt' \alpha(\tau - \tau') \{q(\tau) - q(\tau')\}^2 \quad (10)$$

с положительной величиной

$$\alpha(\tau - \tau') = \sum_{\alpha} C_{\alpha}^2 / 4m_{\alpha} \omega_{\alpha} \exp \left\{ -\omega_{\alpha} |\tau - \tau'| \right\} = \\ = (1/2\pi) \int_0^{\infty} J(\omega) \exp \left\{ -\omega |\tau - \tau'| \right\} d\omega,$$

$$K_0(T) = \prod_{\alpha} \left[(1/2) \operatorname{cosech} \omega_{\alpha} T / 2 \right].$$

Этот результат применим к широкому кругу проблем, связанных с туннелированием (или в более общем случае — с классически запрещенным поведением) в диссипативной системе.

Поскольку главный вклад в последний член (10) происходит от значений $|\tau - \tau'|$, имеющих порядок «времени отражения», вполне законно произвести замену $d(\tau - \tau')$ его асимптотической формой для больших $|\tau - \tau'|$, используя низкочастотную часть спектральной плотности $J(\omega) = \eta \omega$

$$\alpha(\tau - \tau') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \eta \omega e^{-\omega |\tau - \tau'|} d\omega = \frac{\eta}{2\pi} \frac{1}{(\tau - \tau')^2}. \quad (11)$$

При этих условиях эффективное действие, которое входит в функциональный интеграл (9), дается простым выражением

$$S_{\text{eff}}\{q(\tau)\} = \int_0^T \left\{ (1/2) M \dot{q}^2 + V(q) \right\} dt + \frac{\eta}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^T dt' \frac{\{q(\tau) - q(\tau')\}}{(\tau - \tau')^2}. \quad (12)$$

Далее все рассуждения аналогичны выводам, сделанным в [6] для незатухающего случая. Во-первых, снова можно установить существование «прыжковых» решений, являющихся седловой точкой для $S_{\text{eff}}\{q(\tau)\}$ и названных инстантонами или отражениями. Они также симметричны вокруг значения τ , при котором достигают максимальной амплитуды. Набор таких отражений, заключенных в интервале $(-T/2, T/2)$, может быть рассмотрен как разреженный идеальный газ, в котором отсутствует взаимодействие между соседними отражениями и только действие одного отражения содержит добавочный нелокальный член, пропорциональный η .

Все рассмотрение, связанное с суммированием по различным конфигурациям отражений, аналитическим продолжением выражений в комплексную плоскость и т. д., полностью идентично случаю без затухания. Как и в недиссипативном

случае, результат для скорости туннелирования Γ может быть написан в квазиклассическом пределе в виде

$$\Gamma = A \exp \left\{ -\frac{S_{\text{eff}}}{\hbar} \right\}, \quad (13)$$

где S_{eff} — эффективное действие, вычисленное вдоль оптимальной траектории движения в обращенном потенциале и A определяет эффект флуктуаций вокруг этого пути. В более общем случае, когда диссипация описывается коэффициентом $\eta(q)$, может быть указан только верхний предел для S_{eff} и, следовательно, нижний предел для скорости туннелирования

$$S_{\text{eff}} \leq \int_{-\infty}^{\infty} dt \left\{ (1/2) M \dot{q}^2 + V(q) \right\} + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt'}{(\tau - \tau')^2} \left\{ \int_{q(\tau')}^{q(\tau)} \eta^{1/2}(q) dq \right\}^2, \quad (14)$$

где интеграл взят, как обычно, вдоль траектории «отражения» (седловой точки), которая обеспечивает экстремум S_{eff} . Неравенство (14) превращается в равенство, если выполняется условие $F_a(q) = C_d f(q)$. Важность результата (14), однако, заключается в том, что если классическое диссипативное поведение системы может действительно быть описано единственным коэффициентом трения $\eta(q)$, то любой механизм этой диссипации, каким бы сложным он ни был, не может понизить скорость туннелирования ниже значения, которое вычислено непосредственно в терминах этого коэффициента.

В приближении идеальной несжимаемой жидкости кинетическая энергия зародыша новой фазы имеет следующий вид [7]:

$$E_{\text{кин}} = 2\pi\rho_1 R_0^3 x^3 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2 R_0^2 \dot{x}^2 = \frac{M_0 x^3 \dot{x}^2}{2}, \quad (15)$$

где

$$M_0 = 4\pi\rho_1 R_0^5 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2,$$

ρ_2 и ρ_1 — плотности двух фаз на кривой фазового равновесия; $x = R/R_0$ — безразмерный радиус зародыша; $R_0 = (3/2)R_{\text{кр}}$ — размер зародыша, при котором его потенциальная энергия обращается в нуль; $R_{\text{кр}}$ — размер критического зародыша.

Потенциальная энергия совпадает с минимальной энергией образования зародыша $R_{\text{мин}}$ и определяется соотношением [8]

$$V(R) = 4\pi\alpha R^2 - \frac{8\pi\alpha R^3}{3R_{\text{кр}}} = 4\pi\alpha R_0^2 (1-x)x^2, \quad (16)$$

где α — поверхностная энергия зародыша.

Оптимальная траектория движения зародыша под барьером без учета вязкости ввиду специфической зависимости его массы от размера может быть представлена в виде двух частей, соответствующих его движению вблизи $x \approx 1$ и $x \approx 0$

$$x_1(\tau) = \frac{4e^{-\omega\tau}}{(1 + e^{-\omega\tau})^2},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2U_0}{M_0}}, \quad x_2(\tau) = \frac{A}{2\omega_0} e^{-\omega_0\tau},$$

ω_0 — частота нулевых колебаний зародыша в потенциальной яме; A — произвольная константа, определяемая из условия сшивки x_1 и x_2 .

Однако прямое использование их для вычисления скорости фазового перехода по формуле (7) дает сильно заниженный результат по сравнению с другими квазиклассическими методами расчета, поскольку они не учитывают факт входа зародыша под барьер с дискретного уровня в потенциальной яме. Это несоответствие легко устранить путем переноса начала отсчета потенциальной энергии зародыша в точку пересечения потенциальной энергии в исходной системе отсчета с дискретным уровнем энергии основного состояния в исходной потенциальной яме.

Экстремальное действие при движении идеального зародыша под барьером теперь в новой системе координат принимает вид

$$S_{\text{ид}} = 2 \int_0^{\tau_{\text{сш}}} \left\{ \frac{M_0(x_1 + \Delta x)^3 \dot{x}_1^2}{2} + U_0(x_1 + \Delta x)^2(1 - x_1 - \Delta x) - \frac{\hbar\omega_0}{2} \right\} dt +$$

$$+ 2 \int_{\tau_{\text{сш}}}^{\infty} \left\{ \frac{M_0(x_2 + \Delta x)^3 \dot{x}_2^2}{2} + U_0(x_2 + \Delta x)^2(1 - x_2 - \Delta x) - \frac{\hbar\omega_0}{2} \right\} dt, \quad (17)$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{8\pi\alpha R_0}}, \quad x_1(\tau) = \frac{4x_0 e^{-\omega\tau}}{(1 + e^{-\omega\tau})^2}, \quad x_2(\tau) = \frac{A}{2\omega_0} e^{-\omega_0\tau},$$

$x_0 = 1 - \Delta x - \Delta x^2$ — точка выхода из-под барьера в новой системе координат; $S_{\text{ид}}$ зависит только от одного параметра $\tau_{\text{сш}}$, который выбирается из условия минимума $S_{\text{ид}}$.

Такой способ вычисления, использующий две ветви одной оптимальной траектории подбарьерного движения, показал хорошее согласие с результатами квазиклассических методов расчета скорости фазового перехода.

Следующим шагом является нахождение явного вида коэффициента η в затухающем квазиклассическом уравнении движения (2), в котором сила трения, сопровождающая движение реального зародыша, пропорциональна его скорости. В этом случае энергия, диссипируемая зародышем в единицу времени, равна $\eta\dot{q}^2$.

С другой стороны, можно показать [7], что возникновение реального зародыша новой фазы связано с макроскопическим движением всего вещества метастабильной фазы, в котором возникает отличное от нуля поле радиальных скоростей $v(r) = v_R R^2 / r^2$, где v_R — скорость вещества на поверхности зародыша, связанная со скоростью роста радиуса зародыша соотношением $dR/dt = \rho_1 v_R / (\varphi_2 - \rho_1)$; ρ_2 и ρ_1 — плотности водорода на кривой фазового равновесия в точке перехода. В этом случае полная диссипация энергии в единицу времени во всем движущемся веществе может быть представлена в виде [9]

$$\dot{E}_{\text{кин}} = - \int G'_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} dV, \quad (18)$$

$$G'_{ik} = \eta_0 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)$$

— диссипативный тензор напряжений, η_0 — динамическая вязкость.

В несжимаемой жидкости это выражение может быть записано в виде

$$\dot{E}_{\text{кин}} = -\frac{1}{2\eta_0} \int (G'_{ik})^2 dV,$$

в котором в случае радиального поля скоростей остаются только диагональные члены. Окончательно находим

$$\dot{E}_{\text{кин}} = 16\pi\eta_0 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2 R\dot{R}^2.$$

Таким образом, коэффициент η в квазиклассическом уравнении движения (2) оказывается зависящим от размера зародыша R и по терминологии работы [2] мы имеем дело со случаем нелинейной диссипации. Эффективное действие зародыша в этом случае может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} S_{\text{эфф}} &= S_{\text{нд}} + \frac{16\pi\eta_0}{4\pi} \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \left\{ \int_{q(t)}^{q(t')} \sqrt{q} dq \right\}^2 \frac{1}{(t - t')^2} = \\ &= S_{\text{нд}} + \frac{16}{9} \eta_0 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \left\{ q(t')^{3/2} - q(t)^{3/2} \right\}^2 \frac{1}{(t - t')^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Введя безразмерный радиус зародыша $x = R/R_0$ и перейдя к новой системе координат, окончательно находим

$$\begin{aligned} S_{\text{эфф}} &= S_{\text{нд}} + \frac{16}{9} \eta_0 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2 R_0^3 \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt'}{(t - t')^2} \times \\ &\times \left[\{x(t') + \Delta x\}^{3/2} - \{x(t) + \Delta x\}^{3/2} \right]^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Итак, последний член в $S_{\text{эфф}}$ появился в результате учета динамической вязкости метастабильной фазы. С его появлением в общем случае исходные траектории $x_1(t)$ и $x_2(t)$ идеальной системы меняют свой профиль: изменяются их амплитуда и зависимость от времени. (В дальнейшем будем пользоваться безразмерным действием $B = S_{\text{эфф}}/\hbar$).

В целях дальнейшего анализа совершим над B ряд операций. Прежде всего проведем замену переменных $z_1(u) = \frac{x_1(t)}{x_0}$, $z_2(u) = \frac{x_2(t)}{x_0}$, где $u = \omega t$ — безразмерное время. Изменение профиля траекторий учтем следующим образом

$$z_1(u) = z_0 z_1^0(\alpha u) = z_0 z_1^0(t), \quad z_2(u) = z_0 z_2^0(\alpha u) = z_0 z_2^0(t),$$

где $t = \alpha u$; z_1^0, z_2^0 — исходные траектории, найденные без учета вязкости

$$z_1^0(t) = \frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2},$$

$$z_2^0(t) = \frac{4e^{\left(\frac{\omega_0}{\omega} - 1\right)t_{\text{сш}} - \frac{\omega_0}{\omega}t}}{(1+e^{-t_{\text{сш}}})^2}.$$

В новых переменных полное действие принимает следующий вид

$$B = \frac{2}{\hbar} \int_0^{t_{\text{сш}}} \left[\frac{M_0 \{z_0 x_0 z_1^0(t) + \Delta x\}^3}{2} \left\{ x_0 \omega z_0 \alpha \frac{dz_1^0(t)}{dt} \right\}^2 + \right. \\ \left. + U_0 \{x_0 z_0 z_1^0(t) + \Delta x\}^2 \{1 - x_0 z_0 z_1^0(t) - \Delta x\} - \frac{\hbar \omega_0}{2} \right] \frac{dt}{\alpha \omega} + \\ + \frac{2}{\hbar} \int_{t_{\text{сш}}}^{\infty} \left[\frac{M_0 \{z_0 x_0 z_2^0(t) + \Delta x\}^3}{2} \left\{ x_0 \omega z_0 \alpha \frac{dz_2^0(t)}{dt} \right\}^2 + \right. \\ \left. + U_0 \{x_0 z_0 z_2^0(t) + \Delta x\}^2 \{1 - x_0 z_0 z_2^0(t) - \Delta x\} - \frac{\hbar \omega_0}{2} \right] \frac{dt}{\alpha \omega} + \frac{16\eta_0}{9\hbar} \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2 \times \\ \times R_0^3 \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{[\{x_0 z_0 z^0(t') + \Delta x\}^{3/2} - \{x_0 z_0 z^0(t) + \Delta x\}^{3/2}]^2}{(t-t')^2}. \quad (21)$$

Итак, в общем случае эффективное действие B является функцией трех параметров z_0 , α и $t_{\text{сш}}$ и должно быть оптимизировано по этим параметрам. При этом по параметрам α , $t_{\text{сш}}$ эффективное действие имеет минимум, а по z_0 максимум. Согласно общим теоретическим представлениям [2], параметр z_0 всегда больше единицы и не превышает значение 1.3 при любом значении вязкости. Параметр $\alpha \ll 1$, $t_{\text{сш}}$ заключен в интервале $0 \ll t_{\text{сш}} \ll \infty$. Таким образом, диссипативные процессы заставляют зародыш проникнуть в область отрицательного потенциала, в некоторой степени компенсируя вклад вязких сил трения в эффективное действие.

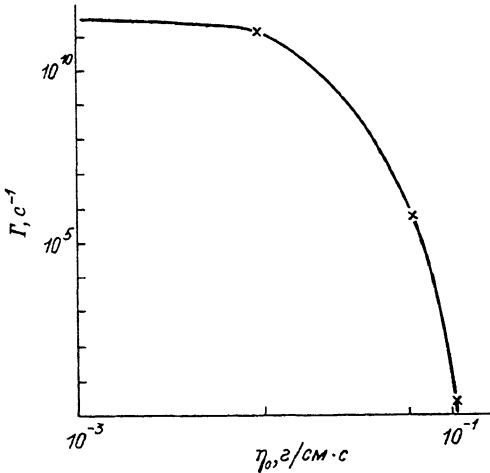
Входящие в выражение (21) параметры имеют следующие значения

$$M_0 = 4\pi\rho_1 R_0^5 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2, \quad \omega_0 = \frac{\pi^{47} U_0^{57} 2^{37}}{M_0^{27} \hbar^{37}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{2U_0}{M_0}} = \\ = \sqrt{\frac{2\alpha_0(1 - T/T_0)}{\rho_1 R_0^3 \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2}}, \quad U_0 = 4\pi\alpha R_0^2, \quad \alpha = \alpha_0(1 - T/T_0),$$

$$\alpha_0 = 6.6 \cdot 10^3 \frac{\partial \rho \Gamma}{\text{см}^2}, \quad T = 100 \text{ К}, \quad T_0 = 5 \cdot 10^9 \text{ К}, \quad \rho_2 - \rho_1 = 0.1 \text{ г/см}^3,$$

$$\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3, \quad \Delta x = \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{8\pi\alpha R_0^2}}, \quad x_0 = 1 - \Delta x - \Delta x^2,$$

$$R_0 = 3/2R_{\text{кп}}, \quad R_{\text{кп}} = 1.2 \cdot 10^{-8} \text{ см}.$$



Зависимость скорости фазового перехода от динамической вязкости.

с целью получения точного значения для скорости распада реальной метастабильной системы с учетом диссипативных процессов провели вариационную процедуру для $V_{эфф}$. При этом оптимизированное значение Γ возросло в 3 раза по сравнению с первоначальным значением. При больших значениях η_0 ситуация меняется на обратную. Найденное значение $\eta_0 = 9.5 \cdot 10^{-3}$ г/см·с является в некотором смысле предельным, начиная с которого скорость фазового перехода начинает резко убывать. Зависимость оптимизированной скорости фазового перехода от динамической вязкости η_0 представлена на рисунке.

Из этого рисунка видно, что время жизни метастабильной фазы молекулярного водорода равно 10^{-6} с при значении динамической вязкости $\eta_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ г/см·с, что в 100 раз превышает приведенное выше справочное значение. Если принять во внимание тот факт, что η_0 является очень слабой функцией температуры и давления, то можно сделать вывод, что диссипативные процессы не должны затруднять интересующий нас фазовый переход.

Список литературы

- [1] Шилов Ю. И., Иванов Н. Р. // ФТТ, в печати
- [2] Galdeira A. O., Leggett A. J. // Annals of Physics. 1983. V. 149. P. 374—456.
- [3] Galdeira A. O., Leggett A. J. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46. P. 211.
- [4] Langer J. S. // Ann. of Phys. (N. Y.). 1967. V. 41. P. 108.
- [5] Coleman S. // Phys. Rev. D. 1977. N 15. P. 2929. P. 1762.
- [6] C. G. Callan and S. Coleman // Phys. Rev. D. 1977. N 16. P. 1762.
- [7] Лифшиц И. М., Каган Ю. // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 1. С. 385—402.
- [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Т. 5. М., 1976. С. 582.
- [9] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. Т. 6. М., 1986. С. 733.
- [10] Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И. К. Кикоина. М., 1976.

Поступило в Редакцию
21 мая 1991 г.

Мы начали вычисления со значения динамической вязкости $\eta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ г/см·с. Это то значение вязкости, которое имеет сжиженный молекулярный водород, согласно [10], при температуре $T = 50$ К. Расчет показал, что при этом значении η_0 диссипативные процессы не оказывают никакого влияния на скорость интересующего нас фазового перехода. Затем определили то значение η_0 , при котором скорость перехода, вычисленная по общей формуле (13) с параметрами z_0, α , равными 1, и временем $t_{сш}$, найденным при определении $\Gamma_{ид}$ по формуле (7), уменьшилась на порядок по сравнению с $\Gamma_{ид}^{нб}$ и составила величину порядка $3.5 \cdot 10^{-10}$ с⁻¹. Это значение η_0 оказалось равным $9.5 \cdot 10^{-3}$ г/см·с, что примерно в 20 раз превышает исходное значение η_0 . Затем