1992 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 34, № 4
1992 SOLID STATE PHYSICS Vol. 34, N 4

УДК 539.21

К ТЕОРИИ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЯ ТОНКИХ ПЛЕНОК

В. А. Козлов, А. Н. Коршак

Построена теория продольной магнитопроводимости пленок в слабых магнитных полях. В рамках модели сферической поверхности Ферми получено выражение для $\sigma(H)$ в зависимости от толщины пленки. Оказалось, что при $d/l \approx 1.37$ $\Delta\sigma(H) = \sigma(H) - \sigma(O)$ меняет знак. Показано, что исследование размерных зависимостей магнитотермоэдс чистых полуметаллов в области фононного увлечения позволяет в независимом эксперименте определить длину свободного пробега носителей.

Интерес к исследованию продольного магнитосопротивления тонких пленок возник в начале 50-х годов в связи с экспериментами Уайта и Вудза [1]. В основу эксперимента было положено простое физическое соображение, состоящее в том, что продольное магнитное поле, откручивая носители от поверхности, ведет к уменьшению поверхностного рассеяния, так что в достаточно сильных полях проводимость пленки стремится к своему объемному значению. В свою очередь теория, развитая Чемберсом [2], находится в количественном согласии с экспериментом в области сильных полей $r_H \ll d$. Однако в слабых полях $r_H > \sqrt{ld}$, где l — длина свободного пробега носителей тока, теория оказалась существенно более сложной, так что результаты расчета [2] даже на качественном уровне противоречат экспериментальным данным [3–5].

Между тем построение строгой аналитической теории продольного магнитосопротивления в области слабых полей (особенно $r_H > l^2/d$) имеет принципиальное значение с точки зрения термомагнитных явлений в чистых массивных монокристаллах полуметаллов для интервала температур, где соответствующие кинетические коэффициенты определяются эффектом фононного увлечения. Последнее утверждение легко понять исходя из простой формулы для суммарной термоэдс фононного увлечения:

$$\alpha_\Sigma = \frac{\alpha_{ph}\sigma^+(H) - \alpha_{ph}\sigma^-(H)}{\sigma^+(H) + \sigma^-(H)}. \tag{1}$$

где $\alpha_{Ph} \sim \tau_{Ph}/\tau_{эф}$ для вырожденного электронного газа. При этом ни время релаксации в фононной подсистеме τ_{Ph}, ни время релаксации электронов на равновесных фононах $\tau_{эф}$ не зависят от магнитного поля. Поскольку выражение для проводимости σ может быть представлено в области слабых магнитных полей простой формулой

$$\sigma = \sigma_v(0) + \sigma_{разм}(0) + \Delta\sigma(H), \tag{2}$$

где $\sigma_V(0) + \sigma_{разм}(0)$ — проводимость пластины в отсутствие магнитного поля, величина $\Delta\sigma(H)$ определяется соотношением между толщиной пленки, длиной свободного пробега и r_H, то, согласно (1), для чистых образцов легко показать, что

$$\alpha_\Sigma \sim \sigma_{\text{разм}} + \Delta\sigma(H).$$

Таким образом, знаковые закономерности зависимости термоэдс чистых полуметаллов в области фононного увлечения от магнитного поля полностью определяются знаком $\Delta\sigma(H)$, и тем самым имеется возможность в независимом эксперименте установить характер поведения магнитосопротивления в слабых полях.

Цель настоящей работы состоит в расчете магнитопроводимости при $r_H > l^2/d$ и установлении знака $\Delta\sigma(H)$ в зависимости от соотношения между длиной свободного пробега и величиной поперечного сечения образца. При этом для простоты соответствующее кинетическое уравнение рассматривается в изотропном случае в τ-приближении:

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \omega v_y \frac{\partial f}{\partial v_x} + \omega v_x \frac{\partial f}{\partial v_y} = -\frac{f}{\tau} + e v_z E_z\,, \tag{3}$$

где ω — ларморовская частота, H || Oz, E ||Oz,

Решение (3) для случая диффузного рассеяния на поверхности имеет стандартный вид:

$$f = \tau v_z e E\left(1 - e^{-\frac{\varphi}{\omega\tau}}\right), \tag{4}$$

где функция φ определяется соотношениями:

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y}{v_\perp} + \dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y - \omega(x+d)}{v_\perp}, \\ \text{при } -d < x < -d + \dfrac{v_\perp + v_y}{\omega}, \quad v_x > 0; \\ +\dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y}{v_\perp} + \dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y - \omega(x+d)}{v_\perp} - \dfrac{\pi}{\omega\tau}, \\ \text{при } v_x < 0, \left\{-d < x < -d + \dfrac{1}{\omega}(v_\perp + v_y)\right\} \cap \\ \cap \left\{-d < x < d - \dfrac{1}{\omega}(v_\perp - v_y)\right\}; \\ +\dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y}{v_\perp} - \dfrac{1}{\omega\tau}\left(\arcsin\dfrac{v_y - \omega(x-d)}{U_\perp}\right), \\ \text{при } d - \dfrac{v_\perp - v_y}{\omega} < x < d, \quad v_x < 0; \\ -\dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y}{v_\perp} - \dfrac{1}{\omega\tau}\arcsin\dfrac{v_y - \omega(x-d)}{v_\perp} - \dfrac{\pi}{\omega\tau}, \\ \text{при } v_x > 0, \left\{d - \dfrac{v_\perp - v_y}{\omega} < x < d\right\} \cap \left\{-d + \dfrac{v_\perp + v_y}{\omega} < x < d\right\} \end{cases} \tag{5}$$

$$v_\perp = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,.$$

Для вычисления σ с помощью (4), (5) удобно выделить следующие группы носителей: а) электроны, которые после столкновения с поверхностью $x=-d$ возвращаются к ней; б) электроны, которые после столкновения с поверхностью $x=-d$ попадают на поверхность $x=d$; в) электроны, не сталкивающиеся с поверхностями; г) и д) аналогичны а) и б) для поверхности $x=d$.

Для интегрирования по координате воспользуемся формулой:

$$\int e^{\pm\frac{1}{\omega\tau}\arcsin\frac{v_y-\omega(x\pm d)}{v_\perp}}dx=-\frac{v_\perp\tau\,(\omega\tau\sin u\pm\cos u)}{1+\omega^2\tau^2}e^{\pm\frac{u}{\omega\tau}}$$

где $u=\arcsin\dfrac{v_y-\omega\,(x\pm d)}{v_\perp}$.

Вычисление интегралов по d^3k в приближении $\omega\tau \ll 1$, $r_H > l^2/d$ после громоздких вычислений дает для проводимости результат:

$$\begin{aligned}\sigma=\frac{e^2n\tau}{m}\Bigg[&1-\frac{3}{8}\frac{l}{d}+\frac{3}{64}\frac{l}{d}\omega^2\tau^2+\\&+\frac{3}{2}\frac{d}{l}\left\{e^{-d/l}\left(\frac{l^2}{4d^2}-\frac{5l}{12d}-\frac{1}{24}+\frac{d}{24l}\right)-\right.\\&\left.-\frac{1}{2}Ei\left(-\frac{d}{l}\right)\left(1-\frac{d^2}{12l^2}\right)\right\}-\frac{3}{2}\frac{d}{l}\omega^2\tau^2\times\\&\times\left\{e^{-d/l}\left(\frac{l^2}{16d^2}+\frac{l}{16d}+\frac{1}{96}-\frac{d}{96l}\right)-\frac{d^2}{96l^2}Ei\left(-\frac{d}{l}\right)\right\}\Bigg].\end{aligned}\tag{6}$$

Полученную формулу следует сравнить с выражением для продольной магнитопроводимости в пределе слабых полей, полученным в работе [6]. Как показывает анализ, при $H=0$ результаты полностью идентичны. Что же касается членов пропорциональных $\dfrac{d}{l}\omega^2\tau^2$, то здесь имеется существенное различие. Существо дела, по-видимому, состоит в том, что в работе [6] учитывалось изменение магнитопроводимости, обусловленное только теми электронами, длина свободного пробега которых в магнитном поле больше чем, в его отсутствие, и не рассматривался вклад электронов, движущихся почти параллельно плоскости пленки, пробег которых в поле меньше. Однако именно они дают основной вклад в проводимость в пределе $d \ll l$.

Как показывает анализ выражения (6), для толстых пленок при $d \gg l$, $\omega\tau \ll 1$, $r_H \gg l^2/d$ формула упрощается, и для σ получим

$$\sigma=\frac{e^2n\tau}{m}\left[1-\frac{3}{8}\frac{l}{d}+\frac{3}{64}\frac{l}{d}\omega^2\tau^2\right],\tag{7}$$

что полностью совпадает с результатом М. Я. Азбеля.

В противоположном пределе $d \ll l$, $\omega\tau \ll 1$, $r_H \gg l^2/d$ выражение (6) примет вид

$$\sigma=\frac{e^2n\tau}{m}\left[\frac{3}{4}\frac{d}{l}\ln\frac{l}{d}-\frac{3}{64}\frac{l}{d}\omega^2\tau^2\right].\tag{8}$$

Прежде всего обращает на себя внимание тот факт, что при $d \ll l$ и $r_H \gg$ $\gg l^2/d$ вместо результата

$$\sigma \sim \sigma_0 \left(\frac{3}{4} \frac{d}{l} \ln \frac{l}{d} + \delta \frac{l^3}{d r_H^2} \right), \quad \delta \sim 1,$$

предсказанного Азбелем [6], имеет место соотношение (8), что соответствует экспериментальной зависимости σ (H), установленной в работах [3–5]. Простые соображения позволяют объяснить полученные результаты. При $d << l$ и $r_H >> l^2/d$ в основном приближении проводимость, как и следовало ожидать, такая же, как и в отсутствие магнитного поля, и обеспечивается электронами, сталкивающимися с обеими поверхностями пластины, а добавка к проводимости, зависящая от магнитного поля, обусловливается теми электронами, которые, не долетая до второй поверхности, возвращаются к той, с которой вылетели. Этот вклад порядка $\delta_1 \sigma_0 \; l_3 / d r_H^2$ и был оценен в работе [6]. Однако имеется и другая добавка, обусловленная электронами, движущимися почти параллельно плоскости пленки. Отклоняясь в магнитном поле, носители будут сталкиваться со стенками раньше. Вклад в ток тех носителей, пробег которых в поле меньше l, уменьшится. Доля таких носителей определяется соотношением $d < r_H < l$ или $\omega d < v_\perp < \varpi_F \omega \tau$. С ростом магнитного поля число таких электронов увеличивается (если d < l) пока $\omega\tau < 1$ и уменьшается при $\omega\tau > 1$ (так как $v_\perp < v_F$), что соответствующим образом скажется на проводимости. Учитывая, что длина пробега электронов порядка $\sqrt{rd}$ при $\sqrt{rd} < 1$ и 1 при $\sqrt{rd} > 1$, а доля электронов с $\sqrt{rd} < 1$ порядка $(l^2/d_{rH})^2$, получим дополнительный вклад в проводимость $-\delta_2 \sigma_0 \frac{l^3}{d r_H^2}$, который не был учтен в работе [6]. Точный расчет проводимости в рамках сферической модели поверхности Ферми показывает, что $\delta_2 > \delta_1$.

Изменение отношения d/l приводит к изменению скорости роста МС. В свою очередь численный анализ полного выражения (6) для σ показывает, что при $d/l \approx 1.37$ зависимость $\Delta\sigma$ (H) меняет знак. При этом в соответствии с формулами (1), (2) продольная магнитотермоэдс в одном и том же направлении в кристалле должна либо убывать, либо, наоборот, возрастать с ростом магнитного поля. Поскольку, согласно данным работы [7], термоэдс фононного увлечения висмута существенно превышает диффузионную вплоть до 0.05 K, а длина свободного пробега носителей резко меняется с температурой $l \sim T^{-a}$, где $\alpha = 2$—5 в интервале $0.05 < T < 7$ K, то исследование знака магнитотермоэдс чистых массивных монокристаллов висмута в слабых полях позволяет в независимом эксперименте определить длину свободного пробега электронов.

Список литературы

[1] White G. K., Woods S. B. // Phil. Mag. 1956. V. 1. N 9. P. 846—853.
[2] Займан Дж. Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 489 с.
[3] Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П. // ЖЭТФ. 1973. Т. 64, № 3. С. 920—933.
[4] Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 4. С. 1541—1549.
[5] Гайдуков Ю. П., Голямина Е. М., Данилова Н. П. // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 22, № 4. С. 231—234.
[6] Азбель М. Я. // ДАН СССР. 1954. Т. 99. № 4. С. 519; ЖЭТФ. 1963. Т. 44. № 4. С. 1262—1270.
[7] Бельчик А. А., Козлов В. А. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 5. С. 1479—1486.

Московский
физико-технический институт

Поступило в Редакцию
31 января 1991 г.
В окончательной редакции
2 октября 1991 г.