ФЛУКТУАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕШЕТОЧНОЙ МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДНИКА В ОКРЕСТНОСТИ ВЕРХНЕГО КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В. С. Шерстинов

Построены и проанализированы температурные зависимости флуктуационных вкладов для ряда термодинамических величин на основе решеточной модели функционала Гинзбурга—Ландау в сильном магнитном поле.

В работе [1] был дан анализ эффектов флуктуаций параметра порядка на термодинамику высокотемпературного сверхпроводника вблизи верхнего критического магнитного поля H_{c_2} на основе решеточного функционала Гинзбурга—Ландау. В частности, флуктуационный вклад в свободную энергию сверхпроводника выше точки перехода T_c был представлен с помощью матрицы Харпера, на основе которой, применяя интерполяционную модель, в гауссовом приближении были рассчитаны флуктуационные поправки к энтропии, теплоемкости и магнитному моменту. При этом было отмечено явление кроссовера с трехмерного на квазиодномерный режим. В настоящей работе построены и проанализированы температурные зависимости для ряда термодинамических величин.

Поправка к свободной энергии сверхпроводника, обусловленная невзаимодействующими флуктуациями параметра порядка, есть [1]

$$\Delta F = -T \ln \int D\Psi D\Psi^* \exp\left\{-\frac{1}{T}\int d^d\mathbf{r}\left[\Psi^*(\mathbf{r}) \times \right.\right. \\ \left.\left. \times E\left(-i\nabla - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)\Psi(\mathbf{r}) + \tau|\Psi|^2 + \frac{\hbar^2 k_3^2}{2m_3}|\Psi|^2\right]\right\}, \tag{1}$$

где $\Psi(\mathbf{r})$ — комплексный параметр порядка; $\tau = \alpha(T - T_c)$; $\alpha > 0$; $k_B = 1$; k_3 — квазиволновой вектор в направлении магнитного поля; $E(\boldsymbol{k})$ — зонный спектр.

Показано [1], что задача (1) сводится к выражению

$$\Delta F = -T \ln \int D\varphi_k D\varphi_k^* \exp\left\{-\frac{1}{T}\sum_k\left[\varphi_k^*\left(H_k + \tau + \frac{\hbar^2 k_3^2}{2m_3}\right)\varphi_k\right]\right\}, \tag{2}$$

где φ_k — q-компонентный комплексный параметр порядка, причем $p/q = \Phi/\Phi_0$; p и q — взаимно простые числа; Φ — поток магнитного поля через плакет; H_k — матрица Харпера

$$H_k = \Delta_H \begin{pmatrix} 2\cos\left(k_y + \frac{2\pi p}{q}\right) & \exp(-ik_x) & & \exp(ik_x) \\ \exp(ik_x) & 2\cos\left(k_y + \frac{4\pi p}{q}\right) & & 0 \\ 0 & \exp(ik_x) & & \\ & 0 & & 0 \\ & & & \exp(-ik_x) \\ \exp(-ik_x) & 0 & & 2\cos(k_y + 2\pi p) \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Формулу (2) можно представить в виде

$$\Delta F = T \ln \left\{ \det \left[\frac{1}{T} \left(H_k + \tau + \frac{h^2 k_3^2}{2m_3} \right) \right] \right\} \tag{4}$$

или

$$\Delta F = T \operatorname{Sp} \ln \left[\frac{1}{T} \left(E_{n,k} + \tau + \frac{h^2 k_3^2}{2m_3} \right) \right],$$

где $E_{n,k}$ — спектр матрицы H_k; n — номер ветви ($n = 1, 2, \ldots q$); $k = (k_x, k_y)$.

Очевидно, что знание функций $E_{n,k}$ решает, по крайней мере в принципе, проблему расчета флуктуационных поправок к термодинамическим величинам. Однако поиск спектра матрицы Харпера [2–4], который состоит из совокупности полос с законами дисперсии, являющимися функциями от $(\cos qk_x + \cos qk_y)$, в общем случае представляет достаточно сложную задачу. По этой причине в работе [1] для (2) в пределе больших q ($q \gg 1$) была реализована интерполяционная модель, что позволило записать поправку к свободной энергии в гауссовом приближении

$$\Delta F = T_c q \int_{-\pi}^{\pi} dk_x \int_{-\pi/q}^{\pi/q} dk_y \frac{1}{4\pi^3} \int_0^{\infty} dk_3 \ln \left\{ \frac{1}{T_c} \left[\frac{\Delta_H}{4} \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times (\cos qk_x + \cos qk_y - 2) + \tau + \frac{h^2 k_3^2}{2m_3} \right] \right\}. \tag{5}$$

Дифференцируя (5) по τ и воспользовавшись методом собственного времени, получим следующее выражение для энтропии и теплоемкости:

$d = 3$

$$\Delta S = -\frac{T_c \sqrt{2m_3}\, V}{4\sqrt{\pi}\, hq} \int_0^{\infty} dt\, t^{-1/2} I_0^2 \left(t \frac{\Delta_H}{4} \right) \exp \left[-t \left(\tau + \frac{\Delta_H}{2} \right) \right], \tag{6}$$

$$\Delta C = \frac{T_c^2 \alpha \sqrt{2m_3}\ V}{4\sqrt{\pi}\ hq} \int_0^\infty dt t^{1/2} I_0^2 \left(t \frac{\Delta_H}{4}\right) \exp\left[-t\left(\tau + \frac{\Delta_H}{2}\right)\right] \tag{7}$$

(V — объем системы, выраженный в длинах постоянной решетки),
$d = 2$

$$\Delta S = \frac{L^2 T_c}{q} \int_0^\infty dt I_0^2 \left(t \frac{\Delta_H}{4}\right) \exp\left[-t\left(\tau + \frac{\Delta_H}{2}\right)\right], \tag{8}$$

$$\Delta C = -\frac{\alpha T_c^2 L^2}{q} \int_0^\infty dt t I_0^2 \left(t \frac{\Delta_H}{4}\right) \exp\left[-t\left(\tau + \frac{\Delta_H}{2}\right)\right], \tag{9}$$

где L — линейный размер системы в длинах постоянной решетки. Во всех формулах принято $p = 1$; $I_0(x)$, $I_1(x)$ — модифицированные функции Бесселя.

Графики функциональной зависимости приведенных выше величин от τ представлены на рис. 1, 2. Прежде чем переходить к их обсуждению, отметим следующее: данные поправки к термодинамическим величинам рассчитаны в гауссовом приближении на основе интерполяционной модели для больших значений q. Представляет интерес сравнение этих величин, по крайней мере какой-либо одной из них, с аналогичным выражением, получаемым непосредственно

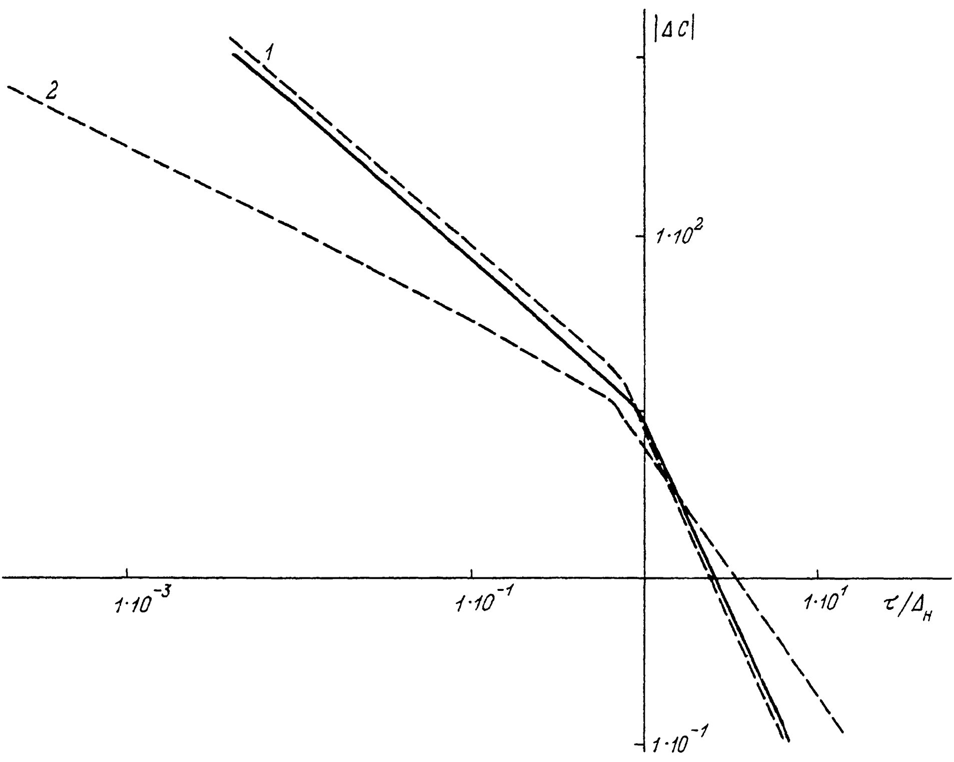

Рис. 1. Зависимость $|\Delta C|$ от τ.

Сплошная линия соответствует формуле (11), штриховые — гауссовому приближению. $d = 2$ (1) и 3 (2).

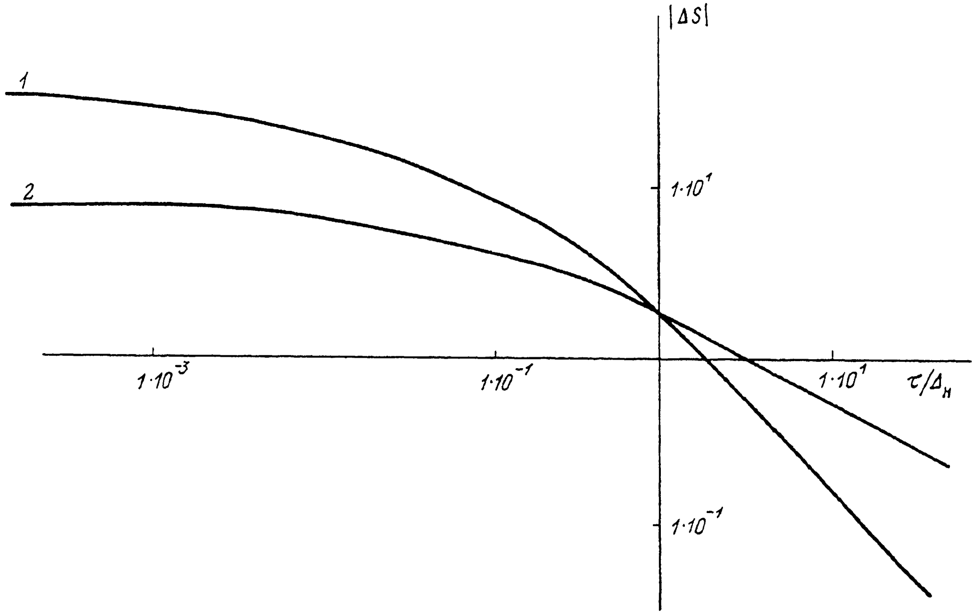

Рис. 2. Зависимость $|\Delta S|$ от τ. $d=2$ (*1*) и 3 (*2*).

через формулу (2). Именно при $q = 1, 2, 3, 4$ мы можем точно решить уравнение на собственные значения матрицы Харпера. В частности, при $q = 4$ имеем

$$E_{n,k} = \pm \Delta_H \sqrt{4 \pm 2\sqrt{3 + \frac{1}{2}(\cos 4k_x + \cos 4k_y)}} + \Delta_H\sqrt{8}\,. \tag{10}$$

При этом мы положили минимальное значение спектра, равным нулю. Квазиволновой вектор пробегает редуцированную зону Бриллюэна: —p/4 $< k_y < \pi/4$, $-\pi < k_x < \pi$. Проведем сравнение в двумерном случае для теплоемкости. Полагая $C = -T\alpha^2\partial^2F/\partial\tau^2$, имеем

$$\Delta C = T\alpha^2 \sum_{n, k_x, k_y} \frac{1}{(E_{n,k} + \tau)^2}\,. \tag{11}$$

Функция $\Delta C(\tau)$ также представлена на рис. 1. Сравнение двух кривых показывает, что, несмотря на «небольшую» величину q ($q = 4$), совпадение поправок для интерполяционной модели и для (2) хорошее. Далее, согласно кривым, это видно на зависимости теплоемкости от τ, выше $T \approx T_c + \Delta_H/1.7\alpha$ критические индексы решеточной и континуальной моделей [5, 6] совпадают. Область кроссовера составляет $\sim 0.05\Delta_H$, ниже которой характер сингулярности меняется, происходит эффективное «подавление» магнитного поля либо, с другой точки зрения, появляются две дополнительные эффективные размерности. Необходимо, однако, отметить, что в формуле (1) мы пренебрегли взаимодействиями флуктуаций, не учитывая вклад $g\,|\Psi|^4$, который велик в непосредственной окрестности T_c. Итак, мы можем отметить следующие асимптотические зависимости:

$d=2$

$$\tau > \Delta_H, \quad \Delta S \sim \frac{\Delta_H}{\tau}, \qquad \Delta C \sim -\frac{T_a}{\Delta_H}\left(\frac{\Delta_H}{\tau}\right)^2,$$

$$\tau < \Delta_H, \quad \Delta S \sim \ln\frac{\Delta_H}{\tau}, \quad \Delta C \sim -\frac{T_a}{\Delta_H}\left(\frac{\Delta_H}{\tau}\right),$$

$d = 3$

$$\tau > \Delta_H, \quad \Delta S \sim -\sqrt{\frac{\Delta_H}{\tau}}, \qquad \Delta C \sim \frac{T\alpha}{2\Delta_H\sqrt{\left(\frac{\tau}{\Delta_H}\right)^3}}$$

$$\tau < \Delta_H, \quad \Delta S \sim \mathrm{const} + \sqrt{\frac{\tau}{\Delta_H}}, \quad \Delta C \sim \frac{T\alpha}{2\Delta_H\sqrt{\frac{\tau}{\Delta_H}}}.$$

Таким образом можно сделать следующие выводы.

1. Имеется хорошая согласованность между функциональными зависимостями от τ асимптотик термодинамических величин, с одной стороны, континуальной модели, а с другой — решеточной, выше точки кроссовера.

2. Интерполяционная модель, рассчитанная в предположении больших q ($q \gg 1$), удовлетворительна уже при q, равном 4.

3. Ниже зоны кроссовера происходит решеточное подавление эффекта размерной редукции, вызванного магнитным полем.

Автор благодарен С. А. Ктиторову, Б. Н. Шалаеву, Ю. В. Петрову за обсуждение результатов.

Список литературы

[1] Ктиторов С. А., Петров Ю. В., Шалаев Б. Н., Шерстинов В. С. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 2. С. 575—579.
[2] Harper P. G. // Proc. Phys. Soc. 1955. V. A68. P. 874.
[3] Азбель М. Я. // ЖЭТФ. 1964. Т 46. № 5. С. 929—949.
[4] Hofstadter D. // Phys. Rev. 1976. V. B14. N 6. P. 2239—2243.
[5] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М.: Наука, 1980. 447 с.
[6] Brezin E., Nelson D. R., Thiavaille A. // Phys. Rev. 1985. V. 31. N 11. P. 7124—7131.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
17 июля 1991 г.
В окончательной редакции
17 октября 1991 г.