

УДК 537.611.3

© 1992

## ДИНАМИКА ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ В ПОТЕНЦИАЛЬНОМ РЕЛЬЕФЕ КОЭРЦИТИВНОСТИ

Е. Б. Кротенко, Ю. А. Кузин, Ю. В. Мелихов, А. М. Редченко,  
Ф. Г. Барьяхтар

Предложена наглядная, достаточно простая и вместе с тем хорошо описывающая экспериментальные результаты теоретическая модель поля коэрцитивности. Решена задача о смещении доменной границы (ДГ) под действием импульсного поля  $H$  для случая, когда на ДГ действует последовательность импульсов различной амплитуды. Рассмотрены случаи медленного и мгновенного нарастаний магнитного поля. Проанализированы возможности различных значений параметра  $\lambda^2 = (\beta/m)^2 - 4k/m$ , где  $\beta$  — коэффициент вязкого трения ДГ,  $m$  — ее масса,  $k$  — коэффициент жесткости. Решение проведено как для случая, когда имеется поле коэрцитивности  $H_c$  предложенного вида, так и для случая, когда  $H_c = 0$ . Показано, что остаточный сдвиг доменной границы задается именно коэрцитивностью; таким образом, выбранная теоретическая модель адекватно описывает динамику ДГ в потенциальном рельефе коэрцитивности.

Несмотря на ряд интересных работ, опубликованных в последние годы [1–10], проблема теоретического описания динамики доменной границы (ДГ) с учетом поля коэрцитивности остается актуальной и достаточно сложной.

В данной работе  $H_c$  задавалось следующей эмпирической формулой

$$H_c(q) = H_{c1} + H_{c2} \sin q/x_c, \quad (1)$$

где  $q$  — смещение ДГ из равновесного положения;  $H_{c1}, H_{c2} = \text{const}$ , такие, что всегда  $H_c(q) > 0$ ;  $x_c$  — характерный масштаб длины — размер магнитных неоднородностей, определяющих существование коэрцитивности (рис. 1, а). Зависимость внешнего магнитного поля от времени (рис. 1, б) определяется как

$$H(t) = \sum_{n=2}^N H_{n-1} [\eta(t - t_{n-1}) - \eta(t - t_n)]$$

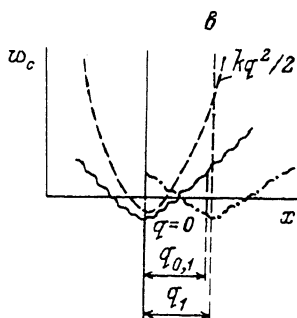
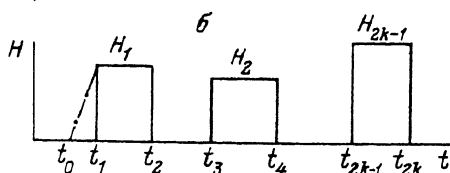
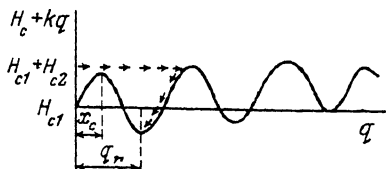
или

$$H(t) = \begin{cases} H_n, & t_n < t < t_{n+1}, \quad n = 2k - 1, \\ 0, & t_n < t < t_{n+1}, \quad n = 2k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $H_n$  — амплитуда импульса  $n$ ,  $N/2$  — общее число импульсов,  $\eta(t)$  — единичная функция Хэвисайда [11]. Данная задача напоминает прямую задачу механики (по известным силам необходимо рассчитать смещение ДГ). Ее можно решить с помощью уравнения Деринга [12].

$$m\ddot{q} + \beta\dot{q} + kq = 2M [H(t) - H_c(q)] \quad (3)$$

Рис. 1. Модель потенциального рельефа, описывающая движение ДГ в пленках ферритов-гранатов (а); импульсное магнитное поле, действующее на ДГ (б); схематическое изображение движения ДГ в потенциальном рельефе коэрцитивности (в).



Здесь  $M$  — намагниченность насыщения. Таким образом, приближения, используемые в данной работе, соответствуют области применения уравнения Деринга и сводятся к следующему: 1) фактор качества  $Q \gg 1$ ; 2) выполнено приближение Бурна—Бертрана  $|\Delta| \gg |\dot{q}|$ , где  $\Delta$  — ширина ДГ [12]; 3) структура ДГ не слишком искажается во время движения, т. е. угол  $\psi$  выхода намагниченности из плоскости ДГ мал. Фактически ограничения сводятся к рассмотрению ДГ в ЦМД материале в случае, когда границу можно считать квазичастицей с массой  $m$ . Таким образом, предполагается, что ДГ движется в потенциальной яме вида

$$w_c(q) = kq^2/2 + 2M \int H_c(q) dq \quad (4)$$

(рис. 1, в). В действительности, разумеется, на потенциальную яму, обусловленную жесткостью ДГ, накладывается множество шероховатостей, связанных с микро- и макронеоднородностями внутреннего магнитного поля ферромагнетика, обусловленными существованием доменной структуры [12, 13]. Поэтому  $H_c(q)$ , вообще говоря, случайная функция, а под  $x_c$  следует понимать некоторый усредненный параметр. В рассматриваемом случае, когда экспериментальные данные относятся к смещению большого участка ДГ, т. е. и  $q$  является некоторой усредненной характеристикой, модель (1) достаточно хорошо работает.

Уравнение (3) замечательно тем, что благодаря самосогласованному характеру поля коэрцитивности  $H_c$  (вне зависимости от конкретного вида последнего) на временных интервалах  $[t_{2k}, t_{2k+1}]$ , когда внешнее магнитное поле отсутствует, всегда существует решение

$$q_r = \text{const} = C_0, \quad (5)$$

где  $C_0$  есть решение трансцендентного уравнения

$$kC_0 + 2M(M_{c2} \sin C_0/x_c + H_{c1}) = 0, \quad (6)$$

т. е. появляется остаточный сдвиг ДГ. Уравнение вида (3), вероятнее всего, нельзя решить точно. Оно описывает, к примеру, нелинейные колебания математического маятника с учетом вращательного момента, трения и при наличии вынуждающей силы. Возможен качественный анализ решения по фазовой плоскости  $(q, \dot{q})$  [14]. Однако линеаризованное соответствующим образом уравнение (3) решается точно.

Сначала рассмотрим случай мгновенного нарастания и спада импульсов поля  $H(t)$ . До начала первого импульса в момент времени  $t_1$  ДГ находится в точке  $q = 0$  (в самом низу потенциальной ямы). С началом первого импульса начинаются малые отклонения ДГ от положения равновесия. То же самое происходит на каждом временном интервале после включения импульса поля. Обозначим координату ДГ на  $n$ -м интервале  $q_n$ , а соответствующее малое отклонение  $\xi_n$ . Тогда можно предположить, что для любого интервала

$$q_n = q_{0,n-1} + \xi_n, \quad (7)$$

где  $q_{0,n-1}$  — суммарный остаточный сдвиг, образовавшийся на предыдущем интервале. После приложения одного или серии импульсов ДГ некоторое время продолжает движение в режиме свободных колебаний. На это движение накладывается коэрцитивная сила — своеобразное трение. Очевидно, что если  $x_c$  — небольшая величина по сравнению с характерными значениями  $q_n$ , т. е. дефекты носят микроскопический характер, ДГ должна остановиться в точке, в которой коэрцитивность максимальна:

$$q_{0,n-1} = \pi/2 (2p + 1) x_c, \quad p = 0, 1, \dots \quad (8)$$

для  $n = 2k - 1$  (после окончания действия импульса). Во время действия импульса можно воспользоваться разложением

$$H_c(q) = H_{c1} + H_{c2} [\sin(q_{0,n-1}/x_c) + \cos(q_{0,n-1}/x_c) \xi_n/x_c]. \quad (9)$$

Для простоты в дальнейшем заменим  $H_c = (q)$  ступенчатой функцией вида

$$H_c(q) \longrightarrow H_c(q) = \begin{cases} H_{c1}, & t \in [t_n, t_{n+1}], \quad n = 2k - 1, \\ H_{c1} + H_{c2}, & t \in [t_n, t_{n+1}], \quad n = 2k. \end{cases} \quad (10)$$

Более точные результаты могут быть получены с использованием формул (9) и (6). Возможно, что для высококачественных феррит-гранатовых пленок, в которых коэрцитивность обусловлена только магнитостатикой ДГ, тщательные измерения смещения ДГ после каждого импульса позволят обнаружить «квантованный» характер смещения и сделать оценки величины  $x_c$  из формулы (8).

Очевидно, что в процессе движения границы на  $n$ -м интервале  $\xi_n$ , вообще говоря, может стать и немалым. Однако, как будет показано ниже, предположение (7) вполне согласуется с экспериментальными фактами, и расчет, учитывающий только линейные по  $\xi_n$  слагаемые, хорошо объясняет имеющиеся данные. Это связано с тем, что на самом деле в  $\xi_n$  содержится постоянное слагаемое, играющее роль остаточного сдвига на  $n$ -м интервале (новый остаточный сдвиг) плюс экспоненциально затухающая часть. Однако это удастся проследить только после линеаризации по формуле (7). Уравнение для  $\xi_n$  имеет вид

$$\ddot{\xi}_n + \beta/m \dot{\xi}_n + k/m \xi_n = F_n/m, \quad (11)$$

$$F_n = 2M(H_n - H_{c1}) - kq_{0,n-1}, \quad n = 2k - 1, \\ F_n = -2M(H_{c1} + H_{c2}) - kq_{0,n-1}, \quad n = 2k.$$

Когда  $n = 1$ ,  $q_{0,n-1} = 0$ , так как в начале первого импульса отсутствовало остаточное смещение. В случае большого затухания общее решение уравнения (10) определяется формулой [15]:

$$\xi_n(t) = \frac{2F_n}{\lambda m} \int_{t_n}^t \exp[\beta(\tau - t)/2m] \operatorname{sh}[\lambda(t - \tau)] d\tau, \quad (12) \\ \lambda^2 = (\beta/m)^2 - 4k/m > 0.$$

Отсюда текущее значение  $\xi_n(t)$ :

$$\xi_n(t) = F_n/k - B_n \exp(-bt) + C_n \exp(-ct), \quad (13)$$

где  $b = A - \lambda/2$ ,  $C = A + \lambda/2$ ,  $A = \beta/2m$ ,  $B_n = F_n \exp(bt_n)/b\lambda m$ ,  $C_n = F_n \exp(ct_n)/c\lambda m$ . Как и положено,  $\xi_n \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow t_n$  (одно из свойств определенного интеграла) [11]. Из (13) следует, что  $\xi_n$  действительно разделяется на постоянную часть, формирующую новый остаточный сдвиг, и экспоненциально затухающие слагаемые, описывающие колебания ДГ. Отметим, что  $|b| < |c|$ , поэтому затухающая добавка всегда отрицательна. Следовательно, с ростом  $t$   $\xi_n(t)$  приближается к максимальному значению, равному  $n$ -му остаточному сдвигу  $F_n/k$ . Для более точного решения задачи необходимо для определения остаточного сдвига пользоваться уравнением вида (6) с учетом магнитного поля. Однако, если принять предположение (8), выражение для  $q_{0,n}$  примет вид, аналогичный получаемому из (13). Характер зависимости  $\xi_n(t)$  качественно вполне согласуется с экспериментальными данными (рис. 2). Заметим, что задача решалась в приближении отсутствия заметной перестройки блоховской ДГ (т. е.  $\psi \ll 2\pi$ ). Отметим следующий интересный факт. Силу, действующую на ДГ со стороны поля коэрцитивности, можно представить в виде

$$F_c = -\frac{\partial W_c}{\partial q} = -\frac{\partial}{\partial q}(M_q H_c), \quad (14)$$

где  $M_q$  — проекция намагниченности на нормаль к ДГ; т. е. движение блоховской границы невозможно без ее перестройки. Это согласуется с результатами Слонзуски [1], а также с выводами работы [16]. Таким образом, движение доменной границы в потенциальном рельефе поля коэрцитивности приводит к образованию

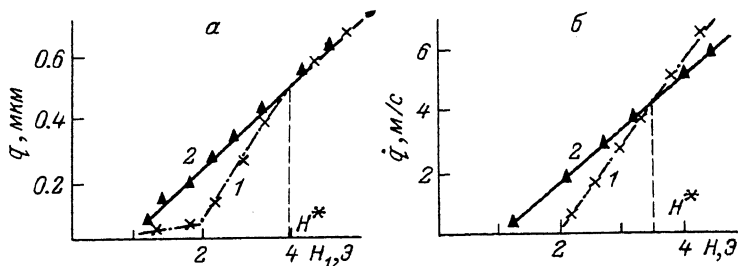


Рис. 2. Экспериментальные зависимости смещения  $q$  и скорости  $\dot{q}$  доменной границы от амплитуды импульса  $H_1$ , измеренные с возвращающим импульсом (1) и без него (2).

вертикальных и горизонтальных линий Блоха [12]. Напомним, что рассматриваемая теория является феноменологической; соответствующие константы могут быть определены из экспериментальных данных. Так, усредненный параметр  $x_c$  определяется из (8), а  $H_c$  — из выражений для  $q_n$ :

$$q_{0,n} = F_n/k, \quad (15)$$

если считать, что время релаксации магнитной подсистемы  $T \ll \Delta t_n$ ,  $\Delta t_n = |t_{n+1} - t_n|$ . Из формул (10) следует, что остаточные сдвиги  $q_n$  после окончания действия импульса всегда отрицательны: это означает, что, как и следовало предполагать, ДГ под действием коэрцитивности всегда не достигает нового положения равновесия в потенциальном рельефе  $w_c$ . Более точное выражение для  $q_n$  имеет вид

$$q_{0,n} = F_n/k - B_n \exp(-b\Delta t_n) + C_n \exp(-c\Delta t_n). \quad (16)$$

Для временных интервалов  $\Delta t_{2k}$ , когда поле  $H_n = 0$ ,  $\xi_n(t)$  всегда меньше нуля, что соответствует уменьшению смещения ДГ после окончания действия импульса. Когда с момента начала импульса прошло небольшое время  $\tau$ ,  $\xi_n(t)$  изменяется по закону

$$\xi_n(t) \approx F_n/k - A\tau^2. \quad (17)$$

Теперь рассмотрим случай, когда время нарастания переднего фронта импульса конечно:

$$H = 0, \quad 0 < t < t_0, \quad H = H_f(t - t_0), \\ t_0 < t_1, \quad H_f = H_1/(t_1 - t_0). \quad (18)$$

Уравнение для  $\xi$  принимает вид

$$\ddot{\xi}_f + \frac{\beta}{m} \dot{\xi}_f + \frac{k}{m} \xi_f = \frac{f}{m} t - f_0/m, \quad (19)$$

где  $f = 2M_0H_f$ ,  $f_0 = 2MH_f t_0 - H_c$ ,  $f_0 > 0$ . Его решение

$$\xi_f(t) = \exp(-bt) [-B_f t + B_f/b + B_0] + \exp(-ct) [C_f t - C_f/c - C_0] - \\ - f_0/k + \exp(-bt_0) B_f [t_0 - b^{-1}] - \exp(-ct_0) C_f [t_0 - c^{-1}], \\ B_f = (2MH_f/\lambda mb) \exp(-bt_0), \quad C_f = (2MH_f/\lambda mc) \exp(-ct_0), \\ C_0 = (f_0/\lambda mc) \exp(-ct_0), \quad B_0 = (f_0/\lambda mb) \exp(-bt_0). \quad (20)$$

При малом значении  $\tau = t - t_0$  (что фактически всегда выполнено при не слишком быстром нарастании импульса)  $\xi_f$  зависит от времени по линейному закону.

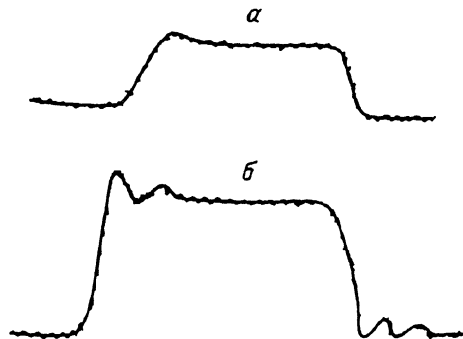
Для случая малого затухания  $\lambda^2 = 4k/m - (\beta/m)^2 > 0$  выражение для  $\xi_n(t)$  необходимо вычислять по формуле

$$\xi_n(t) = (2F_n/\lambda m) \int_{t_n}^t \exp[A(\tau - t)] \sin[\lambda(t - \tau)/2] d\tau, \\ \xi_n(t) = F_n/k - B_n^* \exp(-b^*t) + C_n^* \exp(-c^*t), \\ b^* = A + i\lambda/2, \quad c^* = A - i\lambda/2, \\ B_n^* = F_n \exp(-b^*t)/(ib^*\lambda m), \quad C_n^* = F_n \exp(-c^*t)/(ic^*\lambda m). \quad (21)$$

В этом случае имеет место аperiodическое затухание, т. е. ДГ в процессе приближения к положению равновесия совершает несколько аperiodических колебаний (рис. 3).

Рис. 3. Экспериментальные зависимости смещения ДГ  $q(t)$ .

$a$  — случай большого трения  $\lambda^2 = (\beta/m)^2 - 4k/m > 0$ . Использован образец (Y, ВD<sub>3</sub>(Fe,Ga)5O<sub>12</sub> толщиной  $h = 18$  мкм,  $4\pi M = 100$  Гс,  $H_0 = 1$  Э, период полосовой доменной структуры в нулевом поле  $P_0 = 300$  мкм, поле одноосной анизотропии,  $H_A = 1500$  э;  $b$  — случай малого трения  $\lambda^2 = 4k/m - (\beta/m)^2 > 0$ . Использован образец (В1, Тm)<sub>3</sub>(Fe, Ga)5O<sub>12</sub>,  $h = 3.2$  мкм,  $4\pi M = 150$  Гс,  $H_C = 2.3$  Э,  $P_0 = 9.2$  мкм,  $H_A = 1800$  Э.



В экзотическом случае «резонанса», если  $\lambda^2 = 0$ ,  $(\beta/m)^2 = 4k/m$   $\xi_n$  вычисляется по формуле

$$\xi_n(t) = (F_n/m) \int_{t_n}^t (t - \tau) \exp[A(\tau - t)] d\tau, \quad (22)$$

$$\dot{\xi}_n(t) = F_n/k + (A_n - f_n t) \exp(-at),$$

где  $A_n = -F_n/A^2 + F_n t_n/A$ ,  $f_n = F_n/A$ .

Для нахождения параметра  $H_c$  исходя из экспериментальных результатов удобно пользоваться формулой для остаточного смещения за первые два интервала времени, т. е. до начала следующего цикла. Если  $T \ll |t_3 - t_2|$ ,

$$q_{0,1} + q_{0,2} = 2M(H_n - H_{c1})/k - 2M(H_{c1} + H_{c2})/k, \quad (23)$$

$$q_{0,2} = -2M(H_{c1} + H_{c2})/k.$$

Из формул (7), (12), (20), (22) следует, что координата смещения ДГ и ее скорость пропорциональны внешнему магнитному полю  $H$ , что хорошо согласуется с экспериментальными данными (рис. 2, 3). Отметим, что по этим формулам можно вычислять смещение ДГ в зависимости, вообще говоря, от любого поля  $H(t)$ , а не только от поля вида (1). Более того, всегда возможно совершенно аналогично получить решение задачи для любого разумного вида  $H_c(q)$ . Строго говоря,  $H_c(q)$  должна быть непрерывно дифференцируема.

Теперь сравним полученные результаты со случаем  $H_c = 0$ . Тогда  $F_1 = 2MH_{c1}/k$ ,  $F_2 = 0$ . Остаточное смещение в случае большого трения для единичного импульса магнитного поля вычисляется по формуле

$$\xi(t) = (2F_1/\lambda m) \int_{t_1}^t \{ \exp[A(\tau - t)] \operatorname{sh}[\lambda(t - \tau)/2] + D_1 \exp(-bt) + D_2 \exp(-ct) \} d\tau = (F_1/\lambda m) \{ \exp(-bt) b^{-1} [\exp(bt_2) - \exp(bt_1)] - \exp(-ct) c^{-1} [\exp(ct_2) - \exp(ct_1)] \} + D_1 \exp(-bt) + D_2 \exp(-ct), \quad (24)$$

где  $D_1, D_2 = \text{const}$ . Нетрудно видеть, что  $\xi \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Аналогичным образом рассматривается случай малого трения; после замены  $b \rightarrow b^*$ ,  $c \rightarrow c^*$   $\xi(t)$  описывается функцией, совершающей аperiодические колебания вблизи положения равновесия  $\xi = 0$ . В случае  $\lambda^2 = 0$  также  $\xi(t) \rightarrow 0$ , так как  $\xi(t) \sim \exp(-at)$ .

Таким образом, выбранная теоретическая модель качественно согласуется с экспериментальными данными и достаточно адекватно описывает динамику доменных границ в потенциальном рельефе поля коэрцитивности.

- [1] Pardavi-Horvath M., Vertesy G. // J. Appl. Phys. 1986. V. 59. N 6. P. 2119—2124.
- [2] Walling J. C. // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. N 11. P. 7832—7834.
- [3] Kronmüller H. // JMMM. 1981. V. 24. N 3. P. 159—167.
- [4] Vertesy G., Tomas I., Pust L. // J. Phys. D.: Appl. Phys. 1987. N 7. P. 1088—1090.
- [5] Walling J. C. // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. N 3. P. 2179—2181.
- [6] Tomas I., Vertesy G. // JMMM. 1986. V. 61. N 2. P. 101—109.
- [7] Tomas I., Vertesy G., Balasko M. // JMMM. 1984. V. 43. N 5. P. 287—290.
- [8] Vertesy G., Pardavi-Horvath M., Bodis L., Pinter I. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1987. V. 20. N 11. P. 1088—1090.
- [9] Аверкин А. Н. // ФТТ. 1981. Т. 23. № 6. С. 1573—1576.
- [10] Телеснин Р. В., Балбашов А. И., Мартынов А. Ф., Рандошкин В. В., Червоненкис А. Я., Черкасов А. П. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. № 16. С. 1001—1004.
- [11] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 831 с.
- [12] Малоземов А., Слозуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982. 382 с.
- [13] Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.
- [14] Иванов Б. А., Ляхимец С. Н. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 2. С. 528—535.
- [15] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1978. 576 с.
- [16] Барьяхтар В. Г., Кротенко Е. Б., Яблонский Д. А. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 3 (9). С. 921—933.

Донецкий  
физико-технический институт  
АН Украины

Поступило в Редакцию  
25 ноября 1991 г.