

УДК 537.226

© 1992

## МНОГОФОНОННОЕ РЕЗОНАНСНОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В КВАНТОВОЙ ЯМЕ ПРИ РАВНЫХ ЭФФЕКТИВНЫХ МАССАХ ЭЛЕКТРОНА И ДЫРКИ

*Л. И. Коровин, С. Т. Павлов и Б. Э. Эшпулатов*

Рассчитан процесс МРКРС в квантовой яме в случае равенства эффективных масс электрона и дырки. Показано, что по сравнению со случаем тяжелой дырки сечение возрастает в  $\alpha^{-2}$  раз. Наряду с резким возрастанием интенсивности рассеянного света теория предсказывает исчезновение степенной зависимости сечения рассеяния света от константы электрон-фононной связи  $\alpha$ .

Проведенные за последние годы экспериментальные исследования спектров многофононного резонансного комбинационного рассеяния света (МРКРС) в области фундаментального поглощения в массивных полупроводниках InBr [1-3] и InI [4] выявили две особенности этих спектров. Во-первых, наблюдается большое число линий  $N$  фононных повторений ( $N > 20$ ) и, во вторых, интенсивность линий четного порядка значительно больше, чем интенсивность линий нечетного порядка.

Особенностью соединений InBr и InI является равенство эффективных масс электронов и дырок. Как показано в [5], для этих полупроводников сечение рассеяния  $\sigma_N$  четных порядков ( $N = 4, 6, 8 \dots$ ) пропорционально первой степени константы связи Фрелиха электронов (дырок) с LO фононами  $\alpha$ , тогда как в случае тяжелой дырки  $\sigma_N \sim \alpha^3$  ( $N \geq 4$ ) [6]. Речь идет о вкладе в величину сечения МРКРС электронно-дырочного механизма, при котором промежуточным состоянием являются свободные электронно-дырочные пары (ЭДП).

Известно также [7], что в случае  $m_e \ll m_h$  ( $m_e$  и  $m_h$  — эффективные массы электрона и дырки соответственно) ограничение движения электронов вдоль одного из направлений (размерное квантование) приводит к резкому усилению интенсивности пиков МРКРС с участием свободных ЭДП по сравнению с рассеянием в объемном полупроводнике: в квазидвумерной системе  $\sigma_N \sim \alpha^2$  (начиная с  $N = 2$ ), тогда как в объемном случае  $\sigma_N \sim \alpha^3$  [6] (начиная с  $N = 4$ ).

Квазидвумерные электронные системы (инверсионный слой в структуре металл—диэлектрик—полупроводник, квантовая яма в гетероструктуре) являются удобными модельными системами, на которых можно исследовать особенности электрон-фононного взаимодействия при пониженной размерности пространства. Следует получить спектры МРКРС в квазидвумерной системе в случае равных масс электронов и дырок, так как здесь можно ожидать гораздо большего усиления эффекта, чем в объемном случае. Настоящая работа посвящена исследованию спектров МРКРС при равных эффективных массах электрона и дырки в квантовой яме, где движение электронов и дырок размерно квантовано. В качестве промежуточных состояний рассматриваются свободные ЭДП.

1. Исходные соотношения и постановка задачи. Энергия электрона ( $e$ ) и дырки ( $h$ ) в квантовой яме ширины  $d$  с бесконечно высокими потенциальными стенками в точках  $z=0$  и  $z=d$  определяются выражениями

$$\hbar\omega^{(e)} \equiv \hbar\omega^{(e)}(n_e, \mathbf{k}_e) = \hbar\omega_{0e}n_e^2 + \frac{\hbar k_e^2}{2m_e}, \quad \omega_{0e} = \frac{\hbar\pi^2}{2m_e d}, \quad (1)$$

$$\hbar\omega^{(h)} \equiv \hbar\omega^{(h)}(n_h, \mathbf{k}_h) = \hbar\omega_g + \hbar\omega_{0h}n_h^2 + \frac{\hbar^2 k_h^2}{2m_h}, \quad \omega_{0h} = \frac{\hbar\pi^2}{2m_h d^2}. \quad (2)$$

Здесь  $n_e$  и  $n_h$  — числа, нумерующие уровень размерного квантования соответственно в зоне проводимости и в валентной зоне,  $\mathbf{k}_{e(h)}$  — двумерный волновой вектор электрона (дырки),  $E_g = \hbar\omega_g$  — ширина запрещенной зоны. Волновые функции электрона и дырки имеют вид

$$\psi_e = (2/S_0 d)^{1/2} \exp(i\mathbf{k}_e \mathbf{r}) \sin(\pi n_e z/d) u_e(\mathbf{r}, z), \quad (3)$$

$$\psi_h = (2/S_0 d)^{1/2} \exp(i\mathbf{k}_h \mathbf{r}) \sin(\pi n_h z/d) u_h(\mathbf{r}, z), \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}$  — двумерный вектор в плоскости ( $x, y$ ),  $S_0$  — нормировочная площадь,  $u_e$  и  $u_h$  — блоховские амплитуды в зоне проводимости и в валентной зоне. Ниже учитывается взаимодействие только с объемными LO фононами, оператор взаимодействия которых с электронами имеет вид

$$H_{\text{int}}^{(e)} = \sum_{n,n'} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{Q}} \{C_Q^{(e)} M_{nn'}(q_z) b_{\mathbf{q}} + \text{э. с.}\} a_{n,\mathbf{k}}^+ a_{n',\mathbf{k}-\mathbf{q}}, \quad (5)$$

где

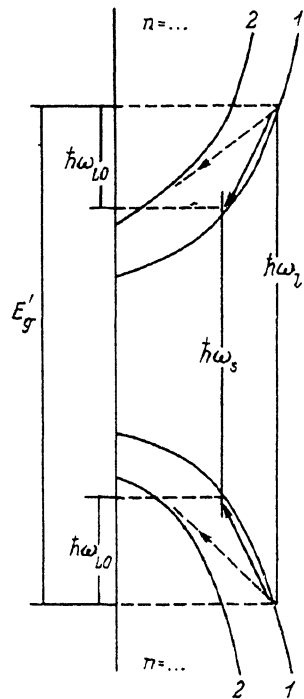
$$M_{nn'}(q_z) = \frac{2}{d} \int_0^d dz \exp(iq_z z) \sin(\pi n z/d) \sin(\pi n' z/d), \quad (6)$$

$$C_Q^{(e)} = -i\hbar\omega_{LO} (4\pi\alpha l^3/V)^{1/2} (lQ)^{-1}, \quad l = (\hbar/2m_e \omega_{LO})^{1/2}, \quad (7)$$

$b_Q^+$  ( $b_Q$ ) — оператор рождения (уничтожения) фонона с волновым вектором  $\mathbf{Q} = (q, q_z)$ ,  $q$  — двумерный вектор,  $\omega_{LO}$  частота LO фонона,  $V$  — нормировочный объем. Гамильтониан взаимодействия дырок с LO фононами  $H_{\text{int}}^{(h)}$  получается из (5) заменой ( $a_i^+, a_i \rightarrow c_i^+ c_i$  и  $C_Q^{(e)} \rightarrow C_Q^{(h)} = C_Q^{(e)} = -C_Q^{(e)}$  ( $a_i^+, a_i, c_i^+, c_i$  — электронные и дырочные операторы соответственно)). На рис. 1 схематически изображен процесс МРКРС второго порядка ( $N=2$ ) с участием свободных электронов и дырок в качестве промежуточных состояний в случае  $m_e = m_h$ . Посредством прямого перехода свет частоты  $\omega_l$  рождает ЭДП, а затем электрон и дырка испускают по одному фонону LO и аннигилируют прямым образом, испуская рассеянный световой квант  $\hbar\omega_s$ . Возможен и другой процесс — испускание обоих фононов электроном или дыркой, но эти процессы дают меньший вклад в сечение ИРКРС, поскольку они обязательно включают один непрямой переход — непрямое рождение ЭДП или непрямую аннигиляцию, как в случае объемного полупроводника [5].

Рис. 1. Схематическое изображение процесса, дающего наибольший вклад в сечение МРКРС второго порядка ( $N=2$ ) в случае равных масс электрона и дырки.

Пунктирными стрелками показаны неучтенные переходы с изменением квантового числа  $l$ . Сплошные стрелки обозначают переход с испусканием фона в зоне с  $l=1$ .



Вклад процесса, изображенного на рис. 1, вычислен с использованием модели и диаграммной техники, описанной в [7]. Сечение рассеяния света выражается через тензор рассеяния света четвертого ранга следующим образом:

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega} = \sum_{\beta\beta'\gamma\gamma'} G_{\beta'\beta}(\omega_s) S_{\beta\gamma\beta'\gamma'}(\omega_l, \omega_s) I_{\gamma'\gamma}(\omega_l). \quad (8)$$

Тензоры второго ранга  $G_{\beta'\beta}$  и  $I_{\gamma'\gamma}$  определяются геометрией рассеянной и падающей волн,  $\Omega$  — телесный угол, индексы  $\beta, \gamma, \beta'$  и  $\gamma'$  пробегает значения  $x, y, z$ . Тензоры  $G_{\beta'\beta}$  и  $I_{\gamma'\gamma}$  ниже не конкретизируются.

2. Вычисление тензора рассеяния света. Двухфононному процессу МРКРС, изображенному на рис. 1, соответствует диаграмма, на которой одна фононная линия связывает точки на электронной линии, а другая — дырочной линии (рис. 2). Эта диаграмма дает наибольший вклад в сечение. Вклад этой диаграммы в тензор рассеяния света  $S_{\beta\gamma\beta'\gamma'}^{(2)}$  после интегрирования по свободным частотам  $\omega$  и  $\omega'$  имеет вид

$$S_{\beta\gamma\beta'\gamma'}^{(2)} = (S_0 \hbar^2 \omega_s^2 \omega_l^2)^{-1} \hbar^{-4} I_{\gamma'} I_{\beta'} I_{\beta'} I_{\gamma'} \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{L0}) \times \sum_{\mathbf{k}_0 \mathbf{k}_1 \mathbf{p}} |C_{\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1}|^2 |C_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_0}|^2 A(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}, \mathbf{p}) A^*(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}, -\mathbf{p}), \quad (9)$$

где

$$I_{\gamma} = (e/m_0) P_{c\nu}^{\gamma}, \quad (9a)$$

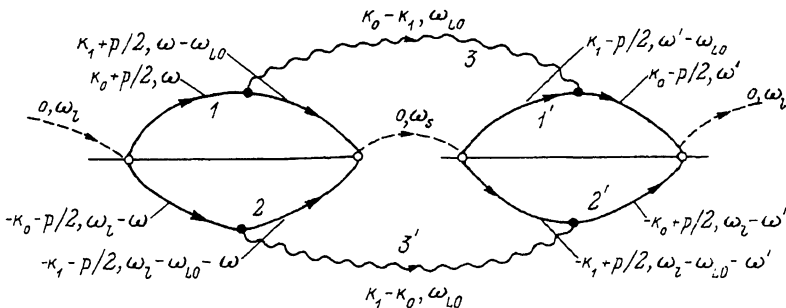


Рис. 2. Диаграмма, соответствующая процессу рассеяния света, изображенному на рис. 1 для тензора рассеяния света 4-го ранга.

Линии: 1, 1' — электронные, 2, 2' — дырочные, 3, 3' — фононные.

$e$ ,  $m_0$  — заряд и масса свободного электрона;  $P'_{cv}$  — проекция межзонного матричного элемента импульса:  $\omega_l$ ,  $\omega_s$  — частоты возбуждающего и рассеянного света. Величина  $A(k_0, k, p)$ , входящая в (9), имеет смысл амплитуды рассеяния и имеет вид

$$A(k_0, k_1, p) = A_1(k_0, k_1, p) + A_2(k_0, k_1, p), \quad (10)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — вклады, соответствующие графикам, схематически изображенным на рис. 3, и равные соответственно

$$A_1 = [(a_1 + b_1)(a_2 + b_1)(a_2 + b_2)]^{-1}, \quad (11)$$

$$A_2 = [(a_1 + b_1)(a_1 + b_2)(a_2 + b_2)]^{-1},$$

где

$$a_1 = \omega_l - E'_g / \hbar - \omega_c(k_0 + p/2) + i\gamma_c(k_0 + p/2) / 2,$$

$$a_2 = \omega_l - E'_g / \hbar - \omega_c(k_1 + p/2) + i\gamma_c(k_1 + p/2) / 2 - \omega_{LO},$$

$$b_1 = -\omega_b(k_0 + p/2) + i\gamma_b(k_0 + p/2) / 2,$$

$$b_2 = -\omega_b(k_1 + p/2) + i\gamma_b(k_1 + p/2) / 2 - \omega_{LO}, \quad (12)$$

$$E'_g = E_g + \hbar\omega_o\mu, \quad \omega_{o\mu} = \pi^2\hbar / 2\mu d, \quad \mu^{-1} = m_e^{-1} + m_b^{-1}. \quad (12a)$$

Частоты  $\omega_c(k)$  и  $\omega_b(k)$  соответствуют свободному движению электрона и дырки в плоскости квантовой ямы:

$$\omega_c(k) = \hbar k^2 / 2m_e,$$

$$\omega_b(k) = \hbar k^2 / 2m_b. \quad (13)$$

Согласно «правилам сечений», каждый из трех множителей вида  $a_i + b_j$  в выражениях для амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  сопоставляется одному из трех вертикальных сечений, показанных на рис. 3:

$$a_i + b_j = \omega_l - \hbar^{-1}E_{\text{полн}} + i\gamma_{\text{полн}} / 2, \quad (14)$$

где  $E_{\text{полн}}$  — полная энергия электрона на уровне размерного квантования  $n$ , отсчитанная от основного состояния,  $\gamma_{\text{полн}}$  — полное обратное время жизни ЭДП в этом состоянии. Например, первому слева сечению в  $A_1$  и  $A_2$  сопоставляются соответственно выражения:

$$\hbar^{-1}E_{\text{полн}}^1 = \hbar E_g^1 + \omega_c(k_0 + p/2) + \omega_b(k_0 + p/2),$$

$$\hbar^{-1}\gamma_{\text{полн}}^1 = \gamma_c(k_0 + p/2) + \gamma_b(k_0 + p/2). \quad (15)$$

В дальнейшем рассматривается низшая зона размерного квантования с квантовым числом  $n=1$ , переходы в зоны с другими  $n$  в результате испускания фонона не учитываются.

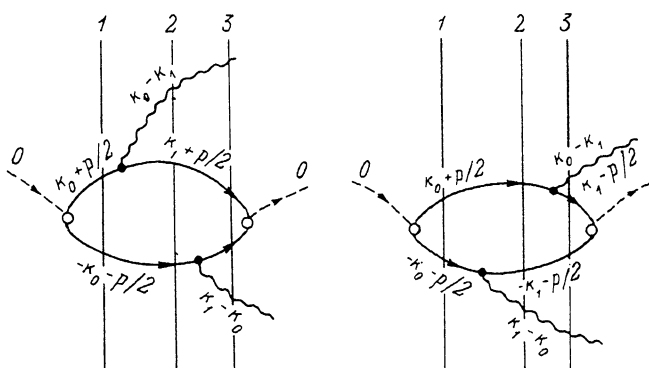


Рис. 3. Графики для амплитуды процесса РКРС второго порядка, дающие основной вклад в сечение рассеяния в случае равных эффективных масс электрона и дырки.

Вертикальные линии обозначают сечение графиков, порядковый номер сечения увеличивается слева направо (для  $A_1$ ) и справа налево (для  $A_2$ ).

Прежде чем приступить к интегрированию в формуле (9) по двумерным векторам  $k_0, \dots, k_1, p$ , отметим, что в сумме по абсолютной величине вектора  $p$  существенны малые значения порядка

$$p \approx \gamma m / \hbar \mathcal{K}, \quad m = m_e = m_h, \quad (16)$$

где  $\mathcal{K}$  — характерные значения волновых векторов электрона и дырки. Оценка (16) соответствует физическому смыслу вектора  $\hbar p$ . Он описывает неопределенность импульса относительного движения электрона и дырки и отличен от нуля ввиду того, что ЭДП в промежуточном состоянии сохраняет конечную площадь (в трехмерном случае сохраняется конечный объем [5]). Поскольку  $p$  мало, важно выяснить, к чему приводит в пределе  $p \rightarrow 0$  равенство

$$\omega_j = \hbar^{-1} E_{\text{полн.}}, \quad (17)$$

когда, согласно (14),  $a_i + b_j = (i/2)\gamma_{\text{полн.}}$  и соответствующий знаменатель становится малой величиной. Например, для амплитуды  $A_1$  получим

$$\hbar^{-1} E_{\text{полн.}}^1 = \hbar^{-1} E_g' + \omega_c(k_0) + \omega_h(k_0), \quad (18)$$

$$\hbar^{-1} E_{\text{полн.}}^2 = \hbar^{-1} E_g' + \omega_{LO} + \omega_c(k_1) + \omega_h(k_0),$$

$$\hbar^{-1} E_{\text{полн.}}^3 = \hbar^{-1} E_g' + 2\omega_{LO} + \omega_c(k_1) + \omega_h(k_1).$$

Индексы у  $E_{\text{полн.}}$  соответствуют номеру сечения, который возрастает слева направо (рис. 3). Используя последовательно равенства (17) для сечений с номерами 1 и 3, находим следующие значения модулей векторов  $k_0, k_1$  в случае  $m_e = m_h = m$ :

$$\mathcal{K}_0 = (m\omega_{\text{нач}} / \hbar)^{1/2}, \quad \mathcal{K}_1 = [m(\omega_{\text{нач}} - 2\omega_{LO}) / \hbar]^{1/2}, \quad (19)$$

где

$$\omega_{\text{нач}} = \omega_j - \hbar^{-1} E_g'. \quad (20)$$

Можно проверить, используя определения (11) и (12), что

$$A_1(k_0, k_1, p) = A_2(k_0, k_1, p), \quad (21)$$

и поэтому

$$A(k_0, k_1, p) = 2A_1(k_0, k_1, p). \quad (22)$$

Причина равного вклада диаграмм  $A_1$  и  $A_2$ , изображенных на рис. 3, состоит в том, что в случае  $m_e = m_h$  замена электрона на дырку и наоборот, не меняет величину амплитуды рассеяния. В формулах (12) ввиду малости модуля  $p$  можно считать, что

$$\gamma(k_0 \pm p/2) = \gamma(\mathcal{K}_0) = \gamma_0,$$

$$\gamma(k_1 \pm p/2) = \gamma(\mathcal{K}_1) = \gamma_1. \quad (23)$$

Для интегрирования по абсолютным величинам векторов  $k_0$  и  $k_1$  представим произведение  $A_1 A_1^*$  в виде

$$\begin{aligned} & A_1(k_0, k_1, p) A_1^*(k_0, k_1, -p) = \\ & = [\omega_l - E'_g/\hbar - (\hbar/m)(k_0^2 + k_0 p) + i\gamma_0]^{-1} \times \\ & \times [\omega_l - E'_g/\hbar - (\hbar/m)(k_0^2 - k_0 p) - i\gamma_0]^{-1} \times \\ & \times [\omega_l - \hbar^{-1} E'_g - 2\omega_{LO} - (\hbar/m)(k_1^2 + k_1 p) + i\gamma_1]^{-1} \times \\ & \times [\omega_l - \hbar^{-1} E'_g - 2\omega_{LO} - (\hbar/m)(k_1^2 - k_1 p) - i\gamma_1]^{-1} \times \\ & \times [\omega_l - \hbar^{-1} E'_g - \omega_{LO} - (\hbar/2m)(k_1^2 + k_1 p) + \\ & + i\gamma_1/2 - (\hbar/2m)(k_0^2 + k_0 p) + i\gamma_0/2]^{-1} \times \\ & \times [\omega_l - \hbar^{-1} E'_g - \omega_{LO} - (\hbar/2m)(k_1^2 - k_1 p) - \\ & - i\gamma_1/2 - (\hbar/2m)(k_0^2 - k_0 p) - i\gamma_0/2]^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

В формуле (24) использована малость вектора  $p$  и опущены члены  $\sim p^2$ . Первые два множителя в (24) преобразуются в  $\delta$ -функцию:

$$\begin{aligned} & [\omega_{\text{нач}} - \hbar k_0^2/m - \hbar k_0 p/m + i\gamma_0]^{-1} [\omega_{\text{нач}} - \hbar k_0^2/m + \hbar k_0 p/m - i\gamma_0]^{-1} = \\ & = \left\{ (\omega_{\text{нач}} - \hbar k_0^2/m)^2 + \left( \gamma_0 + \frac{i\hbar}{m} k_0 p \cos \theta_0 \right)^2 \right\}^{-1} = \\ & = 2\pi [\gamma_0 + (i\hbar/m) k_0 p \cos \theta_0]^{-1} \delta(\omega_{\text{нач}} - \hbar k_0^2/m). \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогично третий и четвертый члены преобразуются к виду

$$\begin{aligned} & [\omega_l - \hbar^{-1} E'_g - 2\omega_{LO} - (\hbar/m)(k_1^2 + k_1 p) + i\gamma_1]^{-1} \times \\ & \times [\omega_l - \hbar^{-1} E'_g - 2\omega_{LO} - (\hbar/m)(k_1^2 - k_1 p) - i\gamma_1]^{-1} \simeq \\ & \simeq \frac{2\pi}{\gamma_1 + (i\hbar/m) k_1 p \cos \theta_1} \delta(\omega_{\text{нач}} - 2\omega_{LO} - \hbar k_1^2/m); \end{aligned} \quad (26)$$

$k_0 p = k_0 p \cos \theta_0$ ,  $k_1 p = k_1 p \cos \theta_1$ . Используя  $\delta$ -функции для интегрирования по модулям векторов  $k_0$  и  $k_1$ , получим вклад в тензор рассеяния, соответствующий диаграмме на рис. 2.

$$S_{\beta\gamma\gamma'}^{(2)} = \frac{2}{\pi} (h^2 \omega_s^2 \omega_j^2)^{-1} (S_0 m^6 / h^{10}) I_{\beta} I_{\gamma} I_{\gamma'} \delta (\omega_1 - \omega_s - 2\omega_{LO}) \times \\ \times \int \frac{d\theta_0}{2\pi} \int \frac{d\theta_1}{2\pi} \int \frac{d\rho}{2\pi} |C_{\kappa_0 - \kappa_1}|^2 |C_{\kappa_1 - \kappa_0}|^2 R(\rho); \quad (27)$$

$$R(\rho) = (Q_0^2 + iK_0\rho) (Q_1^2 + iK_1\rho) [Q_0^2 + Q_1^2 + i(K_0 + K_1)\rho]^{-1},$$

где под  $K_0$   $K_1$  понимаются векторы с фиксированными модулями, величина которых определяется формулой (19).

$$Q_0^2 = m\gamma_0 / h, \quad Q_1^2 = m\gamma_1 / h. \quad (28)$$

$\theta_i$  — набор углов, определяющих направление векторов  $K_i$  ( $i=0,1$ ). Приведенный подход эквивалентен интегрированию в комплексной плоскости  $k_0$  (либо  $k_1$ ), когда учитывается вклад только от полюса, расположенного в первой четверти комплексной плоскости, а интегралом по положительной части мнимой оси пренебрегается ввиду его малости по константе  $\gamma$ . Введем вместо вектора  $\rho$  безразмерную переменную интегрирования

$$x = \lambda_0 \rho, \quad (29)$$

где  $\lambda_0 = hK_0 / m\gamma_0$  — длина свободного пробега электрона или дырки с волновым вектором  $K_0$ , ограниченная возможностью реального испускания  $LO$  фонона. Тогда получаем из (27)

$$S_{\beta\gamma\gamma'}^{(2)} = (h^2 \omega_s^2 \omega_j^2)^{-1} \frac{\alpha^2}{2^3} \frac{m}{h\omega_{LO}} I_{\beta} I_{\gamma} I_{\gamma'} \frac{\lambda_0^2}{l^2 (K_0 l)^6} \varphi, \quad (30)$$

где безразмерная величина  $\varphi$  определяется выражением

$$\varphi = \int \frac{d\theta_0}{2\pi} \int \frac{d\theta_1}{2\pi} |B_0 - B_1|^2 \int dx \Phi(x), \quad (31)$$

$$B_0 = K_0 / K_0, \quad B_1 = K_1 / K_1, \quad (32)$$

$$\Phi(x) = (1 + iB_0 x)^{-1} (\beta_1 + iB_1 x)^{-1} [1 + \beta_1 + (B_0 + B_1)x]^{-1}, \quad (33)$$

$$\beta = \gamma_1 / \gamma_0. \quad (34)$$

3. Анализ полученных результатов. Подынтегральная функция  $\Phi(x)$  в (31) на больших  $x$  пропорциональна  $x^{-3}$ , т. е. интеграл сходится. Тем самым оправдано предположение о том, что главный вклад в величину интеграла вносит область значений  $p \approx \lambda_0^1$ . Из (30) следует, что сечение рассеяния не зависит от константы связи  $\alpha$ , поскольку  $\lambda_0 \approx \alpha^{-1}$ . Зависимость  $\sigma \approx \alpha^0$  сохраняется и для более высоких порядков  $N=4, 6, \dots$

Попытаемся объяснить физическую причину понижения степени фреilihовской константы связи  $\alpha$  в выражении для сечения МРКС в случае двумерной системы при  $m_e = m_h$ . Напомним, что в объемном полупроводнике в процессе МРКС  $N$ -го порядка ( $N \geq 4$ ), когда  $N$  из  $N+1$  промежуточных состояний реальны, происходит реальное блуждание электрона по кристаллу. Сечение процесса МРКС пропорционально вероятности возврата электрона в точку рождения ЭДП после испускания  $N-1$   $LO$  фононов (тяжелая дырка остается в точке рождения ЭДП), что является необходимым условием аннигиляции ЭДП.

Вероятность возврата электрона в точку рождения ЭДП прямо пропорциональна кубу константы связи  $\alpha$ , поэтому сечение  $\sigma_N \sim \alpha^3$  для  $N \geq 4$ . Другими словами, для  $N \geq 4$  характерный объем, занимаемый  $V_{\text{ЭДП}}$ , рожденной светом, после испускания нескольких ЛО фононов пропорционален кубу длины свободного пробега, а так как в полярных полупроводниках длина свободного пробега электрона пропорциональна первой степени  $\alpha$ , то  $V_{\text{ЭДП}} \sim \alpha^{-3}$ , а вероятность аннигиляции ЭДП  $\sim V_{\text{ЭДП}}^{-1} \sim \alpha^3$  (см. [6] и цитированную там литературу).

В случае квазидвумерных систем, как уже отмечалось, в процессе МРКРС  $N$ -го порядка ( $N \geq 2$ )  $N$  из  $N+1$  промежуточных состояний реальны, и можно пользоваться приведенными выше качественными соображениями, связанными с реальным блужданием электрона по кристаллу. В квантовой яме движение электрона поперек ямы размерно квантовано, тогда как движение в плоскости ямы остается свободным, т. е. происходит квазидвумеризация движения электрона. Характер распределения по относительному расстоянию между электроном и дыркой различен поперек ямы (направление оси  $z$ ) и в плоскости квантовой ямы (плоскость  $xy$ ). Проекция вектора относительного расстояния между электроном и дыркой на плоскость ямы после испускания нескольких ЛО фононов пропорциональна длине свободного пробега, т. е. характерная площадь, занимаемая ЭДП,  $S_{\text{ЭДП}} \sim \alpha^{-2}$ , и при возрастании числа  $N$  испущенных фононов меняется только численно. Поперек квантовой ямы относительное положение электрона и дырки после испускания  $N$  фононов зависит только от числа испущенных фононов и номера размерно квантованного уровня, но не зависит от вероятности испускания ЛО фонона (а следовательно, и от  $\alpha$ ). Вероятность аннигиляции ЭДП  $\sim S_{\text{ЭДП}}^{-1} \sim \alpha^2$ . Другими словами, вероятность возврата электрона в точку рождения ЭДП после испускания  $N-1$  фононов ЛО прямо пропорциональна квадрату константы связи, и, следовательно,  $\sigma_N \sim \alpha^2$  для  $N \geq 2$  [7].

В случае равных масс электрона и дырки число пар с равным нулю суммарным квазиимпульсом, способных к излучательной рекомбинации, увеличивается в  $\alpha^{-2}$  раз по сравнению со случаем тяжелой дырки. В объемном полупроводнике это приводит к росту сечения рассеяния в  $\alpha^{-2}$  раз [5]. В квантуемом магнитном поле, где движение электрона становится квазидвумерным, предсказана зависимость  $\sigma_N \sim \alpha^{-1}$  [8]. В квазидвумерных системах в случае тяжелых дырок  $\sigma_N \sim \alpha^2$ . По аналогии с объемным случаем возрастание сечения в  $\alpha^{-2}$  раз приводит к зависимости  $\sigma_N \sim \alpha^0 = 1$ , т. е. степенная зависимость от константы связи исчезает. Таким образом, теория предсказывает резкое увеличение сечения рассеяния в квазидвумерных системах в случае равенства эффективных масс электрона и дырки.

#### Список литературы

- [1] Nakamura K., Ohno N., Ioshida M., Nakai I. // Sol State. Commun. 1980. V. 36. N 1. P. 211—214.
- [2] Ioshida M., Watanabe H., Ohno N., Mitsutaka H., Nakamura K., Nakai I. // J. Luminescence. 1984. V. 31/32. P. 488—490.
- [3] Ioshida M., Ohno N., Mitsutaka H., Nakamura K., Nakai I. // J. Phys. Soc. Jap. 1985. V. 54. N 7. P. 2754—2761.
- [4] Ohno N., Ioshida M., Nakamura K., Nakai I. // Sol. State Commun. 1985. V. 53. N 7. P. 569—572.
- [5] Ланг И. Г., Павлов С. Т., Соголонго О. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 11. С. 3453—3456.
- [6] Goltsev A. V., Lang I. G., Pavlov S. T., Bryzhina M. F. // J. Phys. C. Sol. State Phys. 1983. V. 16. N 21. P. 4221—4241.
- [7] Коровин Л. И., Павлов С. Т., Эшпулатов Б. Э. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. № 10. С. 516—517.
- [8] Белицкий В. И., Ланг И. Г., Павлов С. Т. // ФТТ. 1991. Т. 33. N 2. С. 517—520.