

УДК 538.1

© 1992

МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ ХАББАРДА ПРИ КОНЕЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

К. Н. Ильинский, В. М. Уздин

Статистическая сумма для гамильтониана Хаббарда вычисляется в формализме континуального интегрирования. Функциональная замена переменных и интегрирование по Ферми-полям позволяют свести задачу к расчету статистической суммы эффективной Бозе-системы. Выбор класса функций при проведении частичного функционального интегрирования сводит задачу вычисления статсуммы исходной коллективизированной модели к вычислению статсуммы локализованной модели (модели Изинга).

Теория магнитных свойств переходных металлов при конечной температуре встречает ряд трудностей. Эти трудности связаны с тем, что при стандартном построении теории в основу кладется одна из альтернативных схем: либо электроны, ответственные за магнетизм, рассматриваются как локализованные частицы и в этом случае описываются гамильтонианом Гейзенберга или Изинга, либо исходят из коллективизированной модели, описываемой гамильтонианом хаббардовского типа [^{1, 2}].

Эксперименты по определению электрических характеристик, теплоемкости, фотоэмиссионных спектров, нецелые значения магнитных моментов показывают, что в переходных металлах группы железа вторая схема более верно отражает реальную ситуацию. В то же время коллективизированные модели, рассматриваемые в приближении самосогласованного поля, описывая основные свойства при низких температурах, оказываются неудовлетворительными при высоких. Так, характерная температура исчезновения магнитного упорядочения T_c в коллективизированных моделях оказывается на порядок выше наблюдаемой в эксперименте; при температурах выше T_c магнитный момент существует локально, как показывают данные нейтронных измерений, в то время как он обращается в нуль в простейших моделях коллективизированных носителей.

В связи с указанным несоответствием теоретических и экспериментальных представлений был предпринят ряд попыток создания единой теории магнетизма, учитывающей черты как коллективизированной, так и локализованных картин. При этом исходили из модели коллективизированных электронов и использовали представления о магнитных флуктуациях. Сюда можно отнести модель локальной зоны [³], где предполагается, что локально создаются области магнитного упорядочения, которые аналогичны локализованным спином; феноменологические теории Ферми-жидкостного типа, использующие представления о взаимодействующих спиновых флуктуациях [⁴]. Особенно широкое распространение получила модель локальных флуктуаций [⁵⁻⁷], в которой взаимодействие между электронами, определяющими магнитные свойства, заменяется на взаимодействие со случайным полем, определяемым самосогласованно. В дальнейшем этот

подход был обобщен для описания поверхности твердого тела [8], а также в направлении учета корреляций при низких температурах [9].

На основе предложенных моделей был достигнут существенный прогресс в качественном понимании, а иногда и количественном описании магнетизма при конечных температурах. Вместе с тем необходимость проведения громоздких численных расчетов и использование приближений типа когерентного потенциала, не допускающих последовательного уточнения, затрудняют прояснение физических причин того или иного поведения магнитоупорядоченных систем при повышении температуры.

В настоящей работе проводится расчет статсуммы модели Хаббарда на основе техники континуального интегрирования. С помощью функциональной замены переменных электронное взаимодействие заменяется на взаимодействие со случайным полем и после интегрирования по грассмановым переменным задача сводится к расчету статистической суммы эффективной Бозе-системы. Приближение седловой точки для получившегося континуального интеграла приводит к хартри-фоковским уравнениям для магнитного момента. Отбор определенного класса функций при проведении функционального интегрирования позволяет без использования приближения когерентного потенциала получить выражение для статсуммы, аналогичное статсумме модели Изинга.

В Приложении показано, как функциональная замена переменной в континуальном интеграле приводит к двухполювому формализму с вещественным эффективным действием.

1. Статистическая сумма в модели Хаббарда

Рассмотрим образец с заданным типом кристаллической решетки. Полное число атомов обозначим через N , граничные условия будем считать периодическими. Энергетический спектр электронов в приближении одной энергетической зоны опишем гамильтонианом Хаббарда

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_I, \\
 H_0 &= \sum_{l,\sigma} E_{0\sigma} n_{l\sigma} - \sum_{l,j,\sigma} t_{lj} c_{l\sigma}^+ c_{j\sigma}, \\
 H_I &= U \sum_l n_{l\uparrow} n_{l\downarrow}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

В этих выражениях $E_{0\sigma}$ — собственная энергия электрона со спином σ на узле. Предполагается, что начало отсчета энергии выбрано таким образом, чтобы в k -представлении в отсутствие магнитного поля энергии электрона, описываемого гамильтонианом H_0 , в центре зоны Бриллюэна обращалась в нуль; параметр перескока $t_{l,j} = t$ для ближайших соседей и равен нулю в остальных случаях. U отвечает кулоновскому отталкиванию электронов на одном узле; $n_{l\sigma} = c_{l\sigma}^+ c_{l\sigma}$ — оператор числа частиц.

Запишем статсумму Z , соответствующую гамильтониану (1), в виде [10]

$$Z = Z_0 \frac{\int D\Psi^+ D\Psi e^{S_0} e^{S_1}}{\int D\Psi^+ D\Psi e^{S_0}}.
 \tag{2}$$

Здесь

$$\Psi = \Psi(1, \tau) = \begin{pmatrix} c_{1\uparrow}(\tau) \\ c_{1\downarrow}(\tau) \end{pmatrix}$$

— гассмановы поля, заданные на промежутке $[0, \beta]$ с антипериодическими граничными условиями; Z_0 — статсумма системы без кулоновского взаимодействия; S_0 и S_1 даются выражениями

$$S_0 = \int_0^\beta d\tau \sum_1 \left[\frac{\partial \Psi^+(1, \tau)}{\partial \tau} \Psi(1, \tau) + \sum_j t_{1j} \Psi^+(1, \tau) \Psi(j, \tau) + \sum_\sigma (\mu - E_{0\sigma}) n_{1\sigma} \right],$$

$$S_1 = -U \int_0^\beta d\tau \sum_1 n_{1\uparrow}(\tau) n_{1\downarrow}(\tau).$$

Для вычисления статсуммы Z воспользуемся преобразованием, эквивалентным преобразованию Стратоновича—Хаббарда [10]. Физически это соответствует переходу от системы взаимодействующих электронов к не взаимодействующим, находящимся во внешних случайных полях. Мы будем использовать однополевой формализм. Вариант развития теории, в котором возникают два поля, отвечающие спиновым и зарядовым флуктуациям, рассмотрен в Приложении.

Преобразуем сначала член с взаимодействием в гамильтониане следующим образом:

$$U n_{1\uparrow} n_{1\downarrow} = -\frac{U}{2} (n_{1\uparrow} - n_{1\downarrow})^2 + \frac{U}{2} (n_{1\uparrow}^2 + n_{1\downarrow}^2)$$

и воспользуемся коммутационными соотношениями для операторов c_1 и c_1^+

$$n_{1\sigma}^2 = n_{1\sigma}.$$

В результате H_I запишется в виде

$$H_I = -\frac{U}{2} \sum_1 [(n_{1\uparrow} - n_{1\downarrow})^2 - n_{1\uparrow} - n_{1\downarrow}], \quad (3)$$

что равносильно замене $E_{0\sigma}$ на $E'_{0\sigma} = E_{0\sigma} + U/2$ в H_0 и оставлению одного квадратичного по $(n_{1\uparrow} - n_{1\downarrow})$ члена в гамильтониане взаимодействия. Теперь домножим числитель и знаменатель правой части (2) на

$$\int DM \exp \left(-\frac{U}{2} \int_0^\beta d\tau \sum_1 M_1^2(\tau) \right),$$

где $DM = \prod DM_1(\tau)$, и сделаем замену переменной типа сдвига $M_1(\tau) \rightarrow M_1(\tau) - (n_{1\uparrow} - n_{1\downarrow})$ в получившемся континуальном интеграле. Сократив теперь квадратичные по n_1 члены, преобразуем эффективное действие к виду

$$S_{\text{эф}} = S_0 - U \int_0^\beta d\tau \sum_1 [M_1^2(\tau)/2 - M_1(\tau) (n_{1\uparrow} - n_{1\downarrow})]. \quad (4)$$

В этом выражении S_0 содержит перенормированную собственную энергию $E'_{0\sigma}$. Такую же энергию содержит и S_0 в знаменателе (2).

Вычисляя гауссов интеграл по Ферми-полям, приходим к выражению для статсуммы с $S_{3\phi}$, зависящим только от поля M_1 (τ)

$$Z = Z_0 \frac{\int DM \exp(S_{3\phi})}{\int DM \exp\left(-\frac{U}{2} \int_0^\beta d\tau \sum_1 M_1^2(\tau)\right)},$$

$$S_{3\phi} = -\frac{U}{2} \int_0^\beta d\tau \sum_1 M_1^2(\tau) + \ln \det \|\mathcal{H}\mathcal{H}_0^{-1}\|, \quad (5)$$

где \mathcal{H} определяется билинейной формой

$$(\mathcal{H}\Psi^+, \xi) = \int_0^\beta d\tau \sum_1 \left[\frac{\partial \Psi^+(\mathbf{l})}{\partial \tau} \xi(\mathbf{l}) - \text{Sp}_\sigma (E'_{0\sigma} - \mu) \times \right. \\ \left. \times \Psi^+(\mathbf{l}) \xi_\sigma(\mathbf{l}) + \sum_j t_{ij} \Psi^+(\mathbf{l}) \xi(\mathbf{j}) + UM_1 \Psi^+(\mathbf{l}) \sigma_3 \xi(\mathbf{l}) \right],$$

$$\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}|_{U=0},$$

σ_3 — матрица Паули.

2. Экстремали действия. Приближение самосогласованного поля

При низких температурах главный вклад в статсумму дает основное состояние системы. Рассмотрим, например, случай ферромагнитного основного состояния, что соответствует

$$M_1(\tau) = \text{const}. \quad (6)$$

Значение этой постоянной определяется экстремалими действия при условии (6), поскольку в пределе $\beta \rightarrow \infty$ основной вклад в континуальный интеграл дают именно экстремали. Отметим, что условие (6) означает независимость поля M не только от координат, но и от температурной переменной τ , что отвечает «статическому» приближению [2].

Последнее слагаемое в (5) в рассматриваемом случае может быть легко вычислено

$$\ln \det \|\mathcal{H}\mathcal{H}_0^{-1}\| = \text{Sp} \ln \|\mathcal{H}\mathcal{H}_0^{-1}\| = \\ = \sum_{\mathbf{n}, k, \sigma = \pm 1} \frac{i\omega_{\mathbf{n}} - \varepsilon_\sigma(\mathbf{k}) + U\sigma M + \mu}{i\omega_{\mathbf{n}} - \varepsilon_\sigma(\mathbf{k}) + \mu},$$

где

$$\varepsilon_\sigma(\mathbf{k}) = E'_{0\sigma} + t(\mathbf{k}),$$

$t(\mathbf{k})$ — энергия, связанная с перескоками электронов между узлами. Конкретный вид $t(\mathbf{k})$ зависит от типа кристаллической решетки. Через ω_n обозначена величина $2\pi(n + 1/2)/\beta$.

Уравнение для экстремали M_0 теперь принимает вид

$$\beta M_0 = \frac{1}{N} \sum_{\omega_n, \mathbf{k}} [(i\omega_n - \varepsilon_{\uparrow}(\mathbf{k}) + UM_0 + \mu)^{-1} - (i\omega_n - \varepsilon_{\downarrow}(\mathbf{k}) - UM_0 + \mu)^{-1}].$$

После вычисления суммы по ω_n получаем

$$M_0 = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} [f(\varepsilon_{\uparrow}(\mathbf{k}) - UM_0) - f(\varepsilon_{\downarrow}(\mathbf{k}) + UM_0)]. \quad (7)$$

Здесь $f(x) = (1 + \exp(x - \mu))^{-1}$ — функция Ферми—Дирака. Соотношение (7) совпадает с уравнением на магнитный момент, получаемым в теории самосогласованного поля [11]. Обратимся к его решению. В общем случае (7) содержит как решение $M_0 = 0$, отвечающее немагнитному состоянию, так и два решения $M_0 \neq 0$, отличающиеся знаком, которые соответствуют ферромагнитному упорядочению с противоположным направлением моментов.

В зависимости от параметров модели последние два решения могут исчезнуть. В этом случае остается только немагнитное решение $M_0 = 0$. Так происходит, в частности, при уменьшении β . Соответствующая температура $T_c = (k\beta)^{-1}$ дает точку фазового перехода в коллективизированной модели в хартри-фоковском приближении.

3. Сведение к локализованной модели

Рассмотрим теперь общую ситуацию, когда поле M непостоянно и меняется от точки к точке. Проведем разложение $S_{3\phi}$ вблизи найденных в однородном случае экстремалей, полагая отклонение $m = M - M_0$ малым по сравнению с M_0 , а $U \gg kT$, t . Раскладывая \ln в (5)

$$\begin{aligned} \ln [(\mathcal{X}_0 \pm UM) \mathcal{X}_0^{-1}] &= \ln [(\mathcal{X}_0 \pm UM_0) \mathcal{X}_0^{-1}] \pm \\ &\pm \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} [U(\mathcal{X}_0 \pm UM_0)^{-1} m]^k \end{aligned} \quad (8)$$

и учитывая, что

$$(\mathcal{X}_0 + U\xi)^{-1} = \frac{1}{U\xi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{\mathcal{X}_0}{U\xi} \right)^k, \quad (9)$$

получаем

$$S_{3\phi} = \chi \text{Sp}(m, \hat{\mathcal{X}}_0 m) - V(M), \quad (10)$$

где

$$\hat{\mathcal{X}}_0 = \mathcal{X}_0 |_{\mu=0}, \quad \chi = (UM_0^3)^{-1}.$$

Первое слагаемое в (10) связано с кинетической энергией электронов, второе — с взаимодействием. Общий вид потенциала $V(M)$ на множестве постоянных функций приведен на рисунке. В этом случае экстремали потенциала $V(M)$ и действия $S_{3\phi}$ совпадают, а последнее, как уже говорилось, имеет три экстремали:

$M_0, 0, -M_0$. Для полей, отличных от констант, $V(M)$ становится нелокальным и, вообще говоря, не представляется в виде

$$V(M) = \sum_1 \varphi_1(M_1).$$

Эта нелокальность порождена перескоками t_{ij} в гамильтониане (1). Если ограничиться линейным по параметру t_{ij} приближением, то нелокальная часть $S_{\text{эф}}(M)$ представляется в виде $\chi \text{Sp}(m, \mathcal{H}_0 m)$. Как видно, эта часть исчезает на постоянных функциях благодаря выбору начала отсчета $E_{0\sigma}$. Из трансляционной инвариантности системы следует, что в локальной части вид функций $\varphi_1(\cdot)$ не зависит от l . На классе постоянных функций

$$\sum_1 \varphi_1(M) = N \varphi(M)$$

имеет вид, показанный на рисунке. Поэтому в линейном по t_{ij} приближении можно считать, что и $\varphi_1(\cdot)$ имеет аналогичный вид.

Нетрудно учесть вклад магновов в статистическую сумму. Для этого нужно разложить потенциал $V(M)$ до квадратичных членов вблизи экстремалей и проинтегрировать по m каждое слагаемое статсуммы, связанное с этими экстремальями.

Предыдущее рассмотрение ограничивалось классом функций, близких к постоянным при вычислении функционального интеграла в статсумме. В реальных кристаллах при конечных температурах распределение магнитных моментов существенно отличается от однородного фона: при увеличении температуры образуются области, где направление магнитных моментов противоположно преимущественному. Это говорит о необходимости расширения класса функций, учитываемых в континуальном интеграле. Чтобы описать новый класс функций,

обратимся к одномерному случаю в континуальном пределе и найдем экстремали, выбрав $\varphi(M)$ в виде

$$\varphi(M) = \frac{1}{N} \left[(S_{\text{эф}}(M_0) - S_{\text{эф}}(0)) \left(1 - \frac{M^2}{M_0^2} \right)^2 - S_{\text{эф}}(M_0) \right]. \quad (11)$$

Уравнение на экстремали в этом случае записывается следующим образом:

$$-\frac{\chi}{2m^*} \frac{d^2 M}{dx^2} + \frac{4 [S_{\text{эф}}(M_0) - S_{\text{эф}}(0)]}{NM_0^4} M^3 - \frac{4 [S_{\text{эф}}(M_0) - S_{\text{эф}}(0)]}{NM_0^2} M = 0.$$

Решение $M(x)$ может быть получено в виде

$$M(x) = \pm M_0 \operatorname{th} \left(\frac{2}{M_0} \sqrt{\frac{m^* (S_{\text{эф}}(M_0) - S_{\text{эф}}(0))}{N\chi}} (x - \delta) \right), \quad (12)$$

где δ — произвольная постоянная.

Выражение (12) соответствует доменной стенке: на $-\infty$ и ∞ величина $M(x)$ отличается знаком: $M(-\infty) = -M(\infty)$. В области $x = \delta$ происходит переход от одного значения к другому. Учет экстремалей типа (12), таким образом, позволяет иметь неоднородное распределение M по кристаллу. Это распределение представляет собой чередование областей с противоположными M , что отвечает противоположным направлениям магнитного момента. Отметим, что переходная область вблизи $x = \delta$ довольно узка, поскольку $\chi^{-1/2}$ в (12) содержит большой параметр U .

В соответствии с приведенными соображениями будем и в дискретной модели рассматривать для полей M класс функций вида

$$M_l = 2M_0\sigma_l + \eta_l, \quad \eta_l < M_0,$$

где σ_l — псевдоспин, принимающий значения $\pm 1/2$ в зависимости от знака M_l . Эффективное действие $S_{\text{эф}}$ на классе таких экстремалей представляется следующим образом:

$$S_{\text{эф}} = \sum_1 [B_1 \eta_l^2 + 8\chi M_0^2 \operatorname{Sp}_{\omega_n} \left(\sum_j t_j \sigma_j - E_0 \sigma_l^2 \right)]. \quad (13)$$

При получении (13) предполагалось

$$\chi M_0^2 \ll \frac{1}{N} (V(0) - V(M_0)),$$

B_1 определяется конкретным видом потенциала V .

Отметим, что использованное приближение (10) справедливо только тогда, когда разложения (8), (9) сходятся равномерно по ω_n . Это означает, что существует эффективный параметр обрезания $\omega_n < t$, и позволяет в (13) заменить $\operatorname{Sp}_{\omega_n}$ на $\beta t / \pi$. Окончательно получаем

$$S_{\text{эф}} = \sum_1 [B_1 \eta_l^2 + 8\chi M_0^2 \frac{\beta t}{\pi} \left(\sum_j t_j \sigma_j - E_0 \sigma_l^2 \right)].$$

Таким образом, несмотря на то что исходный хаббардовский гамильтониан (1) соответствует коллективизированной модели, выражение для статсуммы содержит вклад, получающийся в модели Изинга, описывающей локализованные моменты. Отметим, что в наполовину заполненной зоне в пределе больших U/t эквивалентность хаббардовского и изинговского гамильтонианов отмечалась еще Андерсоном (см., например, [2]). В нашем случае в отличие от обычной модели Изинга параметр взаимодействия содержит значение магнитного момента в хартри-фоковском приближении при данной температуре, а следовательно, само плавно зависит от температуры.

Наличие изинговской части в статсумме обеспечивает все свойства, характерные для локализованной модели и наблюдаемые в экспериментах с $3d$ -металлами: относительно низкую температуру Кюри T_c , существование магнитных моментов и закон Кюри—Вейса выше T_c и т. д.

При проведении разложений в $S_{\text{эф}}$ около основного состояния существенно использовалось, что это состояние ферромагнитно. Случай антиферромагнитного состояния может быть рассмотрен аналогично в рамках той же схемы.

Заметим в заключение, что при вычислении континуального интеграла мы ограничивались классом функций, близких к ступенчатому. В подходах, использующих приближение когерентного потенциала, как правило, используют те же функции [2, 5]. Как было показано, они дают существенный вклад в континуальный интеграл (близки к экстремалам) при $t/U \ll 1$. В этом случае, однако, свойства локализованной модели могут быть получены без использования громоздких численных расчетов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

При построении теории мы использовали формализм с одним вспомогательным случайным полем M . Можно получить аналогичные результаты и в двухполевом формализме, когда возникают два поля, соответствующие флуктуациям спиновой M и зарядовой N плотности.

Домножим числитель и знаменатель в правой части (2) на

$$\int Dx Dy \exp \left[-U \sum_1 \int_0^\beta (x_1^2 + y_1^2 + \alpha x_1 y_1) dt \right], \quad (\text{П. 1})$$

где

$$Dx Dy = \prod_1 Dx_1(\tau) Dy_1(\tau),$$

α — вещественное число: $0 < \alpha < 2$. Из полей x , y в дальнейшем сформируется случайный потенциал, в котором будут находиться «невоздействующие» электроны. Сделаем в (П. 1) замену переменной типа сдвига

$$x_1 \longrightarrow x_1 + \gamma_1 n_{1\uparrow},$$

$$y_1 \longrightarrow y_1 + \gamma_2 n_{1\downarrow},$$

и потребуем сокращения квадратичного по n члена в числителе (2). В результате получим $\gamma_1 = -\gamma_2 = 1/\sqrt{\alpha}$, а эффективное действие в (2) примет вид

$$S_{\text{эф}} = \int_0^\beta dt \sum_1 \left[-U (x_1^2 + y_1^2 + \alpha x_1 y_1) + \frac{\partial \Psi_1^+}{\partial \tau} \Psi_1 - (E_0 - \mu) \Psi_1^+ \Psi_1 + \right. \\ \left. + \sum_j t_{j1} \Psi_1^+ \Psi_j + \frac{U}{\sqrt{\alpha}} (n_{1\downarrow} (2y_1 + \alpha x_1) - n_{1\uparrow} (2x_1 + \alpha y_1)) \right]. \quad (\text{П. 2})$$

При получении (П. 2) было использовано, что $n_i^2 = 0$ из-за грассмановости полей Ψ , Ψ^+ . Переходя от переменных x_i и y_i к M_i и N_i с помощью соотношений

$$M_1 = \frac{2 + \alpha}{\sqrt{\alpha}} (x_1 + y),$$

$$N_1 = \frac{\alpha - 2}{\sqrt{\alpha}} (x_1 - y),$$

перепишем (П. 2) следующим образом:

$$S_{\text{эф}} = \int_0^\beta dt \sum_1 \left[-\frac{U}{4} \left(\frac{\alpha M_1^2}{2 + \alpha} + \frac{\alpha N_1^2}{2 - \alpha} \right) + \frac{\partial \Psi_1^+}{\partial \tau} \Psi_1 + (\mu - E_0) \Psi_1^+ \Psi_1 + \right. \\ \left. + \sum_j t_{ij} \Psi_1^+ \Psi_j + U \left(n_{1\uparrow} \frac{N_1 - M_1}{2} + n_{1\downarrow} \frac{N_1 + M_1}{2} \right) \right]. \quad (\text{П. 3})$$

Отметим положительный знак перед U в выражении (П. 3). В исходном гамильтониане (1) вклад в энергию, пропорциональный U , был положителен. Таким образом, при переходе к эффективным полям M и N в действии $S_{\text{эф}}$ знак U изменился на противоположный. Такое изменение знака может быть интерпретировано следующим образом. Член с взаимодействием в (1) после описанной выше процедуры с континуальным интегралом переписался через поля N и M , которые, как видно из (П. 3), пропорциональны зарядовой и спиновой плотности соответственно. Записывая энергию этих полей как величину, квадратичную по N и M , мы учитываем самодействие электронов: самосогласованное поле, создаваемое в том числе и выделенным электроном, действует на него самого. Этот вклад необходимо вычесть. Он и содержит U с противоположным знаком в (П. 3).

Отметим, что в отличие от преобразований, использованных в [2], получившееся эффективное действие (П. 3) не содержит мнимой единицы при члене с зарядовой плотностью. При этом эффективный гамильтониан, включающий взаимодействие со случайными полями, является самосопряженным.

Список литературы

- [1] Вонсовский С. В. Магнетизм. М.: Наука, 1971.
- [2] Мория Т. Спиновые флуктуации в магнетиках с коллективизированными электронами. М.: Мир, 1988.
- [3] Kogenman V., Murray J. L., Prange R. E. // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. N 9. P. 4032—4047.
- [4] Силин В. П., Солонцов А. З. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89 № 4. С. 1443—1455.
- [5] Moriya T. // J. Magn. Magn. Mat. 1979. V. 14. N 1. P. 1—46.
- [6] Gyorfyy B. L., Kollar J., Pindor A. J., Stocks G. M., Stanton J., Winter H. The electronic structure of complex systems / Ed. P. Phariseau and W. M. Temmerman. Plenum Rubbish. corporation, 1984. P. 593—655.
- [7] Turov E. A., Crebennikov V. I. // Physica B. 1989. V. 159. P. 56—60.
- [8] Hasegawa H. // J. Phys F. 1986. V. 16. P. 347—364.
- [9] Hasegawa H. // J. Phys. Condens. Material. 1989. P. 9325—9348.
- [10] Попов В. Н. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
- [11] Умэдзава Х., Мацумото Х., Татики М. Термополевая динамика и конденсированные состояния. М.: Мир, 1985.

Санкт-Петербургский
государственный университет

Поступило в Редакцию
12 декабря 1991 г.