[7] Herman J. M., Sah C. T. // Phys. Stat. Sol. (a). 1974. V. 14. P. 405—410.
[8] Herman J. M., Sah C. T. // J. Appl. Phys. 1973. V. 44. N 3. P. 1259—1267.
[9] Wang. C. Alex., Luke Su Lu, Sah C. T. // Phys. Rev. B. 1984. V. 30. N 10. P. 5896—5899.
[10] Баграев Н. Т., Власенко Л. С. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 1. С. 120—133.
[11] Баграев Н. Т., Власенко Л. С. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 1743—1754.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
27 декабря 1991 г.

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ОБЛАСТИ ЧАСТОТ АНОМАЛЬНОГО СКИН-ЭФФЕКТА

М. Е. Чоговадзе

1. В работе [1] утверждалось, что в области частот аномального скин-эффекта существует диапазон, где поверхностные электромагнитные волны испытывают сильное затухание. На границе изотропная среда—вакуум такие волны могут существовать только в областях частот инерционного и нормального скин-эффектов; в области же частот аномального скин-эффекта поле поверхностной волны испытывает дебаевскую экранировку как в среде, так и в вакууме. Это утверждение неверно. Ошибка вызвана неправомерным пренебрежением большим членом в подынтегральном выражении дисперсионного уравнения для поверхностных волн на границе раздела изотропная плазменная среда—вакуум [2]

$$\sqrt{\frac{k_z^2c^2}{\omega^2}-1}+\frac{2\omega}{\pi c}\int\limits_0^\infty\frac{dk_x}{k^2}\left[\frac{k_z^2c^2}{\omega^2\varepsilon^{l}(\omega,\mathbf{k})}-\frac{k_x^2c^2}{k^2c^2-\omega^2\varepsilon^{tr}(\omega,\mathbf{k})}\right]=0. \tag{1}$$

Заметим, что границей раздела двух сред является плоскость $x=0$. Изотропная среда занимает полупространство $x>0$, а вакуум $x<0$.

В условиях, когда пространственная дисперсия существенна, т. е. в области частот, в которой

$$|\omega+i\nu_e|\ll kv_0, \tag{2}$$

где ν_e — частота столкновений электронов среды, v_0 — скорость хаотического движения носителей заряда (тепловая скорость либо скорость Ферми), $\mathbf{k}$ — волновой вектор, продольная и поперечная диэлектрические проницаемости среды $\varepsilon^{l}(\omega,\mathbf{k})$ и $\varepsilon^{tr}(\omega,\mathbf{k})$ определяются выражениями

$$\varepsilon^{l}=1+\frac{1}{k^2r_D^2},$$

$$\varepsilon^{\mathrm{tr}} = 1 + i \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} \dfrac{\omega_L^2}{\omega k v_T}, \ (\text{н.}), \\ \dfrac{3\pi}{2} \dfrac{\omega_L^2}{\omega k v_F}, \ (\text{в.}). \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $\omega_{\mathrm{L}} = (4\pi e^2 n/m)^{1/3}$ — плазменная (ленгмюровская) частота электронов, а r_D — электронный дебаевский радиус, который для вырожденной (в.) и невырожденной (н.) сред соответственно дается выражениями [2]

$$r_D = \begin{cases} v_T/\omega_L, \ (\text{н.}), \\ v_F/\omega_L\sqrt{3}, \ (\text{в.}). \end{cases} \tag{4}$$

Условие (2) выполняется в области частот, соответствующих аномальному скин-эффекту [1]

$$\omega^* = \frac{c^2 v_e^3}{\omega_L^2 v_0^2} < \omega < \omega_L \frac{v_0}{c}. \tag{5}$$

Получим в этой области частот дисперсионное уравнение для поверхностных волн. При подстановке выражений (3) в уравнение (1) отношение вкладов в это уравнение второго и первого членов подынтегрального выражения порядка

$$\left(\frac{\omega_L}{\omega} \frac{c^2}{v_0^2}\right)^{1/3} \gg 1,$$

т. е. главным является второй член. Тогда вместо уравнения (1) имеем

$$\sqrt{\frac{k_z^2 c^2}{\omega^2} - 1} - \frac{2\omega}{\pi c} \int_0^\infty \frac{k_x^2 dk_x}{k^2 \left[k^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{\mathrm{tr}}(\omega, \mathbf{k})\right]} = 0. \tag{6}$$

Учитывая, что $k_z^2 \ll k_x^2$, $k^2 \approx k_x^2$, вычисляем

$$\int_0^\infty \frac{k_x^2 dk_x}{k^2 \left(k^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2} - i\dfrac{a^3}{k}\right)} \approx \int_0^\infty \frac{k_x dk_x}{k_x^3 - ia^3} = \frac{\pi}{3a}\left(1 + \frac{i}{\sqrt{3}}\right).$$

Здесь

$$a = \begin{cases} \left(\dfrac{\pi}{2} \dfrac{\omega_L^2 \omega}{v_T c^2}\right)^{1/3}, \ (\text{н.}), \\ \left(\dfrac{3\pi}{4} \dfrac{\omega_L^2 \omega}{v_F c^2}\right)^{1/3}, \ (\text{в.}). \end{cases} \tag{7}$$

Окончательно дисперсионное уравнение для поверхностных волн на границе раздела вакуум—среда в области частот (5), соответствующих аномальному скин-эффекту, в условиях существования пространственной дисперсии, т. е. при выполнении неравенства (2), принимает вид

$$\sqrt{\frac{k_z^2c^2}{\omega^2}-1} = \frac{2\omega}{3ac}\left(1+\frac{i}{\sqrt{3}}\right). \quad (8)$$

2. Решение этого уравнения ищем в виде

$$\omega = k_z c - \delta, \ \ \delta = \delta_1 + i\delta_2. \quad (9)$$

Подставляя (9) в уравнение (8), окончательно получаем

$$\omega = k_z c \left[1 - \frac{4}{27}\frac{\omega^2}{c^2 a^2}(1 + i\sqrt{3})\right], \quad (10)$$

причем

$$\frac{\omega^2}{c^2 a^2} \approx \left(\frac{\omega^2}{\omega_L^2}\frac{v_0}{c}\right)^{2/3} \ll 1, \quad (11)$$

т. е. поверхностная волна в области аномального скин-эффекта является слабозатухающей непотенциальной волной со спектром частот и декрементом затухания

$$\omega_0 = k_z c, \ \ \delta_2 = \frac{4\sqrt{3}}{27}\frac{\omega^2}{c^2 a^2} - \omega_0. \quad (12)$$

Глубина проникновения поля в среду в этом случае порядка $2/a \approx 2\,(c^2 v_0/\omega_L^2 \omega)^{1/3}$, а в вакуум — порядка $k_z^{-1} \approx c/\omega$ (т. е. в $[(\omega_L^2/\omega^2)\,(c/v_0)]^{1/3}$ раз больше, чем в среду). Это видно из выражений для компонент полей осциллирующего поверхностного заряда

$$\rho_0 = q e^{ik_z z - i\omega t}\delta(x),$$

помещенного на поверхности раздела сред, [1] которые получаются из выражений (9), (10) работы [1] при подстановке ε^l и $\varepsilon^{\mathrm{tr}}$, определяемых формулами (3), и проведении интегрирования. Окончательно получаем:

1) $x < 0$, вакуум

$$E_{1z}(x, k_z) = 4i\,\frac{i-\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\,\pi\,\frac{\omega^2}{c^2 k_z a}\,\frac{q e^{ik_z z - i\omega t}}{A(\omega, k_z)}\,e^{|k_z|x}, \quad (13)$$

$$E_{1x}(x, k_z) = -4i\,\frac{i-\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\,\pi\,\frac{\omega^2}{(k_z^2c^2-\omega^2)}\,\frac{|k_z|}{a}\,\frac{q e^{ik_z z - i\omega t}}{A(\omega, k_z)}\,e^{|k_z|x}, \quad (14)$$

2) $x > 0$, среда

[1] Формулы (19) работы [1] для полей E_x и E_z неверны из-за неправильного пренебрежения большим членом при интегрировании.

$$E_{2z}(x, k_z) = -4i\pi \frac{\omega^2}{k_z a c^2} \frac{q e^{ik_z z - i\omega t}}{A(\omega, k_z)} \times \times \left[\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} ax\right) - \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} ax\right)\right] e^{-\frac{ax}{2}}, \tag{15}$$

$$E_{2x}(x, k_z) = 4\pi \frac{q e^{ik_z z - i\omega t}}{A(\omega, k_z)} \left\{ e^{-\frac{x}{r_D}} + \right. \left. + \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{c^2 a^2} \left[\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} ax\right) + \operatorname{cox}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} ax\right)\right] e^{-\frac{ax}{2}}. \tag{16}$$

В этих формулах

$$A(\omega, k_z) = 1 - \frac{i - \sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \frac{\omega^2}{(k_z^2 c^2 - \omega^2)} \frac{|k_z|}{a} . \tag{17}$$

Заметим, что на малых расстояниях от создающего поля осциллирующего заряда при выполнении неравенства

$$x < 2r_D \left[1 + \frac{\ln\left(\frac{\omega_L}{\omega} \frac{v_0}{c}\right) - 3(1 + \ln 2)}{\ln\left(\frac{\omega_L}{\omega} \frac{c^2}{v_0^2}\right) + 3(1 + \ln 2)}\right] \tag{18}$$

в выражении (16) для $E_{2x} = (x, k_z)$ главным является первый член, т. е. в среде на малых расстояниях от поверхности раздела вакуум—среда имеет место дебаевская экранировка поля по оси OX, т. е. по направлению, перпендикулярному поверхности раздела на расстоянии r_2 от заряда. На больших расстояниях при выполнении неравенства, обратного (18), в выражении (16) первый член мал, главным является второй член и поле экспоненциально затухает, проникая в среду на расстояние порядка a^{-1}.

В заключение хочу выразить признательность С. И. Машкунову, обратившему внимание на возможность существования поверхностной волны в области частот аномального скин-эффекта, и А. А. Рухадзе за обсуждение.

Список литературы

[1] Рухадзе А. А., Чоговадзе М. Е. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 5. С. 1488—1493.
[2] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988. 424 с.

Институт общей физики РАН
Москва

Поступило в Редакцию
21 января 1992 г.