1992 SOLID STATE PHYSICS Vol. 34, N 7

УДК 539.219.3; 539.4; 538.931—405

О ЗАРЯДАХ НА ДВИЖУЩИХСЯ ТРЕЩИНАХ В НЕПОЛЯРНЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

Д. В. Алексеев

Рассматривается распределение заряда вблизи вершины равномерно движущейся плоской трещины в неполярном диэлектрике, обусловленное бародиффузией заряженных дефектов (вакансий и междоузельных атомов). Вычислен главный вклад в распределение заряда, обусловленный $r^{-1/2}$-сингулярностью механических напряжений в окрестности фронта трещины, а по нему вычислены линейные плотности заряда и дополнительного момента для трещин различных типов и различного вида разупорядоченности кристалла. Установлено, что для трещины отрыва отличны от нуля плотности заряда и компоненты дипольного момента параллельной скорости трещины, а для трещины поперечного сдвига отлична от нуля только компонента дипольного момента, перпендикулярная плоскости трещины. Даны порядковые оценки линейных плотностей заряда и дипольного момента через параметр дилатационного взаимодействия дефекта с полем упругих напряжений и коэффициенты интенсивностей напряжений.

В работах [1] рассматриваются некоторые физические эффекты, обусловленные бародиффузией носителей заряда (вакансий и междоузельных атомов) в неоднородном поле неравновесного ($\Delta P \neq 0$) давления.

В настоящей работе формализм [1] применяется для решения задачи о распределении заряда в окрестности фронта равномерно движущейся плоской трещины. Для описания трещины принимается макроскопический подход в рамках линейной теории упругости (см., например, [2]), рассматривающий трещину в виде полубесконечного разреза, вершина которого движется равномерно (рис. 1). В системе координат, в которой трещина покоится

$$\tilde{x} = x - l(t), \quad \tilde{y} = (1 - \dot{l}^2/c^2)^{1/2}\, y,$$

давление является гармонической функцией с сингулярностью вида $r^{-1/2}$ [2]

$$P(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{8\pi r}} \begin{Bmatrix} -K_{\rm I}(\dot{l})\cos(\theta/2) \\ K_{\rm II}(\dot{l})\sin(\theta/2) \end{Bmatrix} + O(r^{1/2}). \tag{1}$$

Здесь $l(t)$ — положение вершины трещины в лабораторной системе координат, $r^2 = \tilde{x}^2 + \tilde{y}_2$, $\tilde{\theta} = \operatorname{arctg}(\tilde{y}/\tilde{x})$, c — предельная скорость распространения трещины, $K_{\rm I,\,II}(\dot{l})$ — коэффициенты интенсивности напряжений. Индекс I относится к трещине нормального отрыва, индекс II — к трещине поперечного (плоского) сдвига.

Далее удобно работать в безразмерных координатах

$$\xi = \frac{x - vct}{a_D}, \quad \eta = \frac{\sqrt{1 - v^2}}{a_D}\, y, \quad \rho^2 = \xi^2 + \eta^2, \tag{2}$$

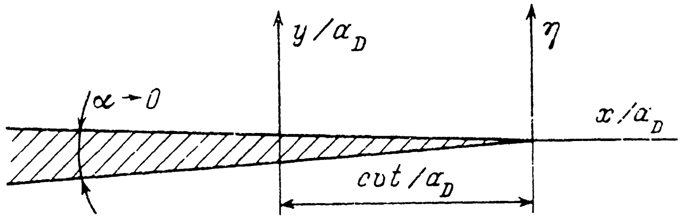

Рис. 1. Модель трещины и связь между системами координат $(x,\ y)$ и $(\xi,\ \eta)$.

где $v = i/c$ — безразмерная скорость трещины; a_D — длина экранирования, различающаяся в рассматриваемых ниже моделях числовым множителем.

Распределение заряда вычисляется как реакция подсистемы носителей заряда на обусловленное движением трещины неравновесное давление.

1. Электрические характеристики трещины в кристалле с одним типом носителей заряда

Для простоты вычислений рассмотрим вначале модель кристалла, электроперенос в котором осуществляется носителями с зарядом q, взаимодействующим с полем упругих напряжений посредством изотропного размерного взаимодействия, характеризуемого дилатационным параметром (см., например, [3]). Сужение формализма [1] на данную модель приводит в лабораторной системе координат к следующему уравнению для возмущения распределения носителей $\delta n\ (\mathbf{x}) = n\ (\mathbf{x}) - n$:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} - D\left(\Delta + \frac{1}{a_D^2}\right)\right\}\delta n\,(\mathbf{x}) = \varkappa \Delta P\,(\mathbf{x}), \tag{3}$$

где D — коэффициент диффузии носителей, $a_D^2 = k_Б T\varepsilon/4\pi q^2 n$, $\varkappa = D\omega n/k_Б T$.

После подстановки (1) в (3) и перехода к безразмерным координатам (2) уравнение для стационарного (не зависящего явно от t, $\partial\delta n\ (\xi, \eta)/\partial t = 0$) возмущения распределения носителей принимает вид

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \lambda v \frac{\partial}{\partial \xi} + (1 - v^2)\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - 1\right\}\delta n\,(\xi, \eta) = \frac{\varkappa}{D}\mathscr{P}(\xi, \eta), \tag{4}$$

где обусловленное неравновесным давлением возмущение

$$\mathscr{P}(\xi, \eta) = \frac{3v^2\rho^{-5/2}}{8\sqrt{2\pi}a_D}\left\{\begin{matrix} -K_{\mathrm{I}}\,(v)\cos\,(5\theta/2) \\ K_{\mathrm{II}}\,(v)\sin\,(5\theta/2)\end{matrix}\right\}[1 + O\,(\rho)] \tag{5}$$

и введен параметр $\lambda = ca_D/D$.

Для оценки пространственной локализации возмущения плотности носителей найдем фундаментальное решение (4), которое ищем в виде интеграла Фурье

$$G\,(\xi, \eta) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2}\widetilde{G}\,(\mathbf{k})\exp\,(ik_1\xi + ik_2\eta). \tag{6}$$

Подстановка (6) в уравнение вида (4), в котором $\mathscr{P}$ заменено на двумерную δ-функцию Дирака, для Фурье-компоненты G (k) дает

$$\widetilde{G}(\mathrm{k}) = \frac{-(\varkappa/D)}{k_1^2 + (1-\nu^2)\,k_2^2 - i\lambda\nu k_1 + 1} =$$
$$= -\frac{\varkappa}{D}\int_0^\infty d\alpha\,\exp\left\{-\alpha\,(1 + k_1^2 + (1-\nu^2)\,k_2^2 - i\lambda\nu k_1)\right\} \tag{7}$$

(представление квадратичных знаменателей в виде интеграла — стандартный прием, используемый в теории поля; см., например, [4]).

Подстановка интегрального представления (7) в (6) и вычисление всех интегралов после перестановки порядка интегрирования по k и α позволяет выразить $G(\xi, \eta)$ через функцию Макдональда

$$G(\xi, \eta) = -\frac{\varkappa\exp(-\lambda\nu\xi/2)}{D2\pi\, n\sqrt{1-\nu^2}}\,K_0\left[\left\{(1 + (\lambda\nu/2)^2)\,(\xi^2 + \eta^2/(1-\nu^2))\right\}^{1/2}\right]. \tag{8}$$

Отметим, что фундаментальное решение (8) обладает свойством

$$\partial G(\xi, \eta)/\partial\eta\,|_{\eta=0} = 0,$$

гарантирующим обращение в нуль потока носителей через поверхность трещины.

Поскольку для типичных ионных кристаллов ($a_D \sim 10^{-(5+6)}$ см, $D \sim 10^{-7}$ см^2/с, $c \sim 10^5$ см/с) параметр $\boldsymbol{\lambda} \sim 10^6 \gg 1$, характер отклика для не очень медленных трещин ($\nu \sim 1/\boldsymbol{\lambda}$) можно оценить, используя асимптотики функции Макдональда при больших значениях переменной (см., например, [5]). Подстановка асимптотик в (8) дает

$$G \underset{\xi\to+\infty}{\backsim} |\xi|^{-1/2}\,e^{-\xi\nu\lambda},$$

$$G \underset{\xi\to-\infty}{\backsim} |\xi|^{-1/2}\,e^{-|\xi|/\lambda\nu},$$

$$G \underset{|\eta|\to\infty}{\backsim} \frac{\exp(-|\eta|\,\lambda\nu/2\sqrt{1-\nu^2})}{(\lambda\nu\,|\eta|\,\sqrt{1-\nu^2})^{1/2}}, \tag{9}$$

откуда видно, что возмущение плотности носителей локализовано в узкой зоне в окрестности трещины (рис. 2).

Вычислим линейные плотности заряда и дипольного момента трещины, обусловленные стационарным распределением носителей

$$Q = \int d^2\,\mathrm{x}\; q\delta n(\mathrm{x}),$$

$$D_x = \int d^2\,\mathrm{x}\,(x - l(t))\,q\delta n(\mathrm{x}),$$

$$D_y = \int d^2\,\mathrm{x}\; yq\delta n(\mathrm{x}). \tag{10}$$

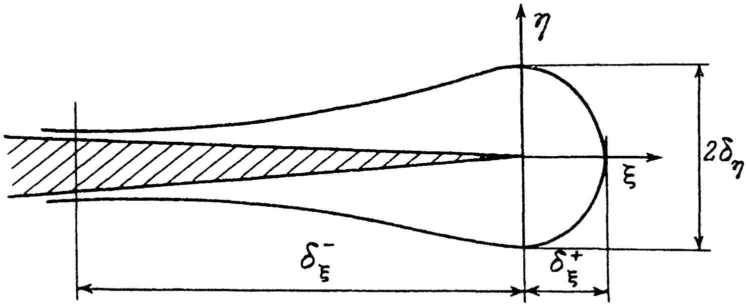

Рис. 2. Зона локализации возмущения в окрестности движущейся трещины для $\lambda\nu \gg 1$. $\delta_\eta \sim \sqrt{1-\nu^2}/\lambda\nu$, $\delta_\xi^+ \sim 1/\lambda\nu$, $\delta_\xi^- \sim \lambda\nu$.

Переходя в (10) к переменным (ξ, η) и далее к пространственным Фурье-компонентам, приведем (10) к виду

$$Q = \frac{qa_D^2}{\sqrt{1-\nu^2}} \left\langle \lim_{\mathbf{k}\to 0} \widetilde{\delta n(\mathbf{k})} \right\rangle,$$

$$D_x = \frac{qa_D^3}{\sqrt{1-\nu^2}} \left\langle \lim_{\mathbf{k}\to 0} i\, \frac{\partial \widetilde{\delta n(\mathbf{k})}}{\partial k_1} \right\rangle,$$

$$D_y = \frac{qa_D^3}{1-\nu^2} \left\langle \lim_{\mathbf{k}\to 0} i\, \frac{\partial \widetilde{\delta n(\mathbf{k})}}{\partial k_2} \right\rangle, \tag{11}$$

где $\langle ... \rangle$ обозначает усреднение по углу в k-пространстве, а Фурье-компоненты стационарного возмущения плотности носителей

$$\delta n(\mathbf{k}) = \widetilde{G}(\mathbf{k})\, \widetilde{\mathscr{P}}(\mathbf{k})$$

выражаются через Фурье-компоненты функции отклика (7) и возмущения (5)

$$\mathscr{P}(\mathbf{k}) = \frac{3\nu^2}{8\sqrt{2\pi a_D}} \int d\xi\, d\eta\, \frac{\exp(ik_1\xi + ik_2\eta)}{\rho^{5/2}} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} -K_\mathrm{I}(\nu)\cos(5\theta/2) \\ K_\mathrm{II}(\nu)\sin(5\theta/2) \end{Bmatrix} =$$

$$= \frac{3\nu^2}{8\sqrt{2\pi a_D}} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^\infty \frac{d\rho}{\rho^{3/2}} \exp\left\{ik\rho\cos(\theta - \overline{\theta})\right\} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} -K_\mathrm{I}(\nu)\cos(5\theta/2) \\ K_\mathrm{II}(\nu)\sin(5\theta/2) \end{Bmatrix}. \tag{12}$$

В (12) введены полярные координаты вектора $\mathbf{k}$: $k^2 = k_1^2 + k_2^2$, $\theta = \mathrm{arctg}\,(k_2/k_1)$ — и выписана лишь Фурье-компонента главной сингулярной составляющей возмущения (5).

Ввиду расходимости интеграла по ρ на нижнем пределе введем для вычисления $\mathscr{P}(\mathbf{k})$ безразмерную длину обрезания ρ_c, смысл которой обсудим ниже, и представим (12) в виде

$$\tilde{\mathscr{P}}(\mathbf{k}) = \frac{3\nu^2}{8\sqrt{2\pi a_D}} \lim_{\epsilon \to 0} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_{\rho_c}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^{3/2}} \times$$
$$\times \exp\left(ik\rho\cos(\theta - \bar{\theta}) - \epsilon\rho\right) \begin{Bmatrix} -K_{\mathrm{I}}(\nu)\cos(5\theta/2) \\ K_{\mathrm{II}}(\nu)\sin(5\theta/2) \end{Bmatrix}. \tag{13}$$

Представление (13) позволяет легко получить необходимые для вычисления пределов (11) разложения $\tilde{\mathscr{P}}(\mathbf{k})$ по степеням k

$$\tilde{\mathscr{P}}(\mathbf{k}) = -\left(3\nu^2 K_{\mathrm{I}}(\nu)/8\sqrt{2\pi a_D}\right)\left(\rho_c^{-1/2}(8/5) - ik_1\rho_c^{1/2}(80/21) + O(k^2)\right) \tag{14.а}$$

для трещины отрыва и

$$\tilde{\mathscr{P}}(\mathbf{k}) = \left(3\nu^2 K_{\mathrm{II}}(\nu)/8\sqrt{2\pi a_D}\right)\left(ik_2\rho_c^{1/2}(80/21) + O(k^2)\right) \tag{14.б}$$

для трещины сдвига.

Подстановка (14) в (11) с учетом явного вида $\varkappa$ и a_D^2 дает

$$Q = \frac{3\varepsilon(\omega/q)\nu^2}{20\pi\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\nu^2}} \frac{K_{\mathrm{I}}(\nu)}{\sqrt{L_c}}, \tag{15}$$

$$D_x = \frac{10\varepsilon(\omega/q)\nu^2}{28\pi\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\nu^2}} \frac{K_{\mathrm{I}}(\nu)}{\sqrt{L_c}}\left(\lambda\nu a_D(21/50) - L_c\right), \tag{16}$$

$$D_y = -\frac{10\varepsilon(\omega/q)\nu^2}{28\pi\sqrt{2\pi}\left(\sqrt{1-\nu^2}\right)} K_{\mathrm{II}}(\nu)\sqrt{L_c}, \tag{17}$$

где введена размерная длина обрезания $L_c = a_D\rho_c$.

Из выражений (15)—(17) видно, что линейные плотности заряда и дипольного момента отличны от нуля лишь для движущихся трещин и определяются характеристиками носителей (ω/q) и константами материала $(\lambda,\ a_D,\ L_c,\ K_{\mathrm{I,II}}(\nu))$. Для оценок Q и $\mathbf{D}$ необходима конкретизация входящих в (15)—(17) параметров. Поскольку данные формулы получены в рамках модели трещины в виде идеального разреза, в качестве естественной длины обрезания L_c следует, по-видимому, принять величину раскрытия трещины δ, определяемую удельной работой разрушения $\mathscr{G}$ и пределом текучести σ_T (см., например, [2])

$$\delta = \mathscr{G}/\sigma_T \sim K_c^2/E\sigma_T \sim G/\sigma_T. \tag{18}$$

Здесь K_c — критическое значение коэффициента интенсивности напряжений (вязкость разрушения), G — удельная поверхностная энергия, E — модуль Юнга. В качестве оценки для $K_{\mathrm{I}}(\nu)$ можно взять значение, следующее из решения Фройнда (см. гл. 17 в [6] и цитированные там оригинальные работы)

$$K_{\mathrm{I}}(\nu) \sim \sqrt{1-\nu}\, K_c. \tag{19}$$

Подстановка (18), (19) в (15), (16) для типичных значений параметров: $\sigma_I \sim$ $\sim 10^7$ Па, $G \sim 1$ Дж/м^2, $E \sim 10^{10}$ Па, $\omega \sim 10^{-29}$ м^3, $q = q_e$ в случае быстрых ($\nu \sim 1$) трещин с учетом $\lambda a_D \gg \delta$ дает

$$Q \sim (\omega/q)\sqrt{E\sigma_T} \sim 10^{-11}\text{ Кл/м}, \quad D_x \sim Q\lambda a_D \sim 10^{-11}\text{ Кл}. \tag{20}$$

Ввиду отсутствия в настоящее время явных формул для $K_{II}(\nu)$ даже в самом полном справочнике [6] аналогичная оценка для D_y затруднительна. Однако по аналогии с (19), (20) можно предполагать отсутствие расходимости D_y при $\nu \to 1$ и из сравнения (16) с (17) предположить оценку $D_y \sim D_x(\delta / \lambda a_D)$.

Сравнение оценки заряда (20) с «линейной плотностью» заряда на неподвижной поре радиуса δ [7] $\bar{Q} \sim (\omega G/q\delta)$ дает $Q/\bar{Q} \sim \sqrt{E/\sigma_T} \sim 10^{3/2}$. Это показывает, что динамическая плотность заряда на быстрой трещине более чем на порядок превосходит статическую, обусловленную кривизной ее вершины.

2. Электрические характеристики трещин в кристаллах, разупорядоченных по Френкелю и по Шоттки

Проведем обобщение полученных результатов на случай кристаллов с двумя типами носителей заряда в рамках не носящих принципиального характера упрощающих предположений [1]: абсолютные величины зарядов носителей равны $q_+ = -q_- = q$; в кристаллах, разупорядоченных по Шоттки, дилатационные параметры вакансий равны $\omega_+ = \omega_- < 0$; в кристаллах, разупорядоченных по Френкелю, дилатационные параметры дефектов равны по абсолютной величине $\omega_+ = -\omega_- > 0$. Переписывая уравнения для плотностей носителей $n_\pm(\mathrm{x})$, как и в [1], в переменных $N = n_+ + n_-$, $\delta N = n_+ - n_-$ и переходя в систему координат (2), приведем уравнения стационарного режима к виду (в матричной форме)

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \lambda\nu\frac{\partial}{\partial\xi} + (1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right), & \beta\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + (1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial\eta^2} - 1\right) \\ \beta\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + (1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right), & \left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \lambda\nu\frac{\partial}{\partial\xi} + (1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial\eta^2} - 1\right) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} N(\xi,\eta) \\ \delta N(\xi,\eta) \end{bmatrix} = -\frac{\varkappa}{D}\mathscr{P}(\xi,\eta)\begin{Bmatrix} \begin{bmatrix}\beta \\ 1\end{bmatrix} \\ -\begin{bmatrix}1 \\ \beta\end{bmatrix} \end{Bmatrix}, \tag{21}$$

где верхняя строка в фигурных скобках соответствует кристаллу, разупорядоченному по Френкелю, а нижняя — кристаллу, разупорядоченному по Шоттки. Здесь в отличие от формул предыдущего раздела

$$D = (D_+ + D_-)/2, \quad \beta = (D_+ - D_-)/(D_+ + D_-),$$

$$a_D^2 = \varepsilon k_Б T/8\pi q^2 n, \quad \varkappa = 2D\omega n/k_Б T.$$

Уравнения (21) будем решать аналогично (4) при помощи перехода к пространственным Фурье-компонентам. Обозначая $\hat{N}_k \delta \hat{N}_k$ Фурье-компоненты фундаментальных откликов системы (21), представим их в виде

$$\begin{bmatrix} \hat{N}_{\mathbf{k}} \\ \delta\hat{N}_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} = \hat{G}(\mathbf{k}) \begin{Bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ 1 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} \end{Bmatrix}, \tag{22}$$

где матричная функция Грина

$$\hat{G}(\mathbf{k}) = \frac{(\varkappa/D)}{\det|A(\mathbf{k})|} \begin{bmatrix} (a_{\mathbf{k}} + 1 - i\lambda v k_1), & -\beta(a_{\mathbf{k}}+1) \\ -\beta a_{\mathbf{k}}, & (a_{\mathbf{k}} - i\lambda v k_1) \end{bmatrix},$$

$$\det|A(\mathbf{k})| = (1-\beta^2)\, a_{\mathbf{k}}(a_{\mathbf{k}}+1) - (k_1\lambda v)^2 - i\lambda v k_1 (2a_{\mathbf{k}}+1),$$

$$a_{\mathbf{k}} = k_1^2 + (1-v^2)\, k_2^2.$$

Вычисление электрических характеристик трещины проводим по формулам (11), в которых заменяем $\delta n(\mathbf{k})$ на

$$\delta N_{\mathbf{k}}^{(F,S)} = \delta\hat{N}_{\mathbf{k}}^{(F,S)} \hat{\mathscr{P}}(\mathbf{k}),$$

где $\mathscr{P}(\mathbf{k})$ дается выражением (14), а Фурье-компоненты фундаментальных откликов $\delta\hat{N}_{\mathbf{k}}^{(F,S)}$ вычисляются согласно (22) и имеют вид

$$\delta\hat{N}_{\mathbf{k}}^{(F)} = \frac{\varkappa}{D} \frac{(1-\beta^2)\, a_{\mathbf{k}} - i\lambda v k_1}{\det|A(\mathbf{k})|},$$

$$\delta\hat{N}_{\mathbf{k}}^{(S)} = \frac{\beta\varkappa}{D} \frac{i\lambda v k_1}{\det|A(\mathbf{k})|} \tag{23}$$

для кристаллов, разупорядоченных по Френкелю и по Шоттки соответственно.

Не приводя громоздких промежуточных вычислений, подобных проведенным в разделе 1, выпишем конечные результаты в виде

$$Q^{(F)} = Q, \quad D_x^{(F)} = D_x, \quad D_y^{(F)} = D_y,$$

$$Q^{(S)} = -\beta Q^{(F)}, \quad D_y^{(S)} = -\beta D_y^{(F)},$$

$$D_x^{(S)} = -\beta D_x^{(F)} \left\{ 1 - \frac{21(1-\beta^2)/5\lambda v}{21\lambda v/50 - L_c/a_D} \right\}, \tag{24}$$

где Q, D_x, D_y даются выражениями (15)—(17), в которых параметры D, a_D необходимо заменить значениями, указанными после формулы (21).

Из (24) видно, что в рассмотренном случае кристаллов, разупорядоченных по Френкелю и по Шоттки, остаются справедливыми все выводы относительно Q и $\mathbf{D}$, сделанные в разделе 1. При этом в кристаллах, разупорядоченных по

Шоттки, электрические характеристики трещины отличны от нуля только при различии коэффициентов диффузии вакансий, переносящих противоположные заряды ($\beta \neq 0$).

3. Обсуждение

Асимптотики фундаментального отклика (9) позволяют построить следующую качественную картину формирования распределения заряда в окрестности трещины. Непроницаемость поверхности трещины для вакансий и междоузельных атомов приводит к их «выталкиванию» из области пространства, занимаемого трещиной в процессе ее распространения. Поскольку равновесное распределение носителей восстанавливается за время порядка $\tau_\sigma = a_D^2/D$, длина зоны возмущения простирается на расстояние $L_R \sim \tau_\sigma \dot{l}$ позади вершины трещины. Ширина зоны возмущения определяется «длиной обрезания» — раскрытием трещины $\delta \sim G / \sigma_T$. Эффективная поверхностная плотность заряда на фронте быстрой трещины, как следует из (20), составляет

$$\sigma_q \sim \frac{Q}{\delta} \sim \frac{D_x}{\delta \tau_\sigma \dot{l}} \sim \left(\frac{\omega}{q}\right) \frac{\sigma_T \sqrt{E\sigma_T}}{G} \sim 10^{-4}\ \text{Кл/м}^2, \tag{25}$$

что по порядку величины соответствует наблюдаемым плотностям заряда при быстром сколе кристалла [8]. При этом величина линейной плотности заряда (20) соответствует наблюдаемой динамической плотности заряда на вершине движущейся трещины [9]. Отметим, что используемые для приведенной оценки формулы (15)—(17), (24) справедливы при любых скоростях трещины и в отличие от формул дислокационного механизма [9, 10] не приводят к бесконечной плотности заряда на покоящихся трещинах, но, напротив, дают обращение дипольного момента и заряда в нуль при $v = 0$. Заметим, однако, что уже при скоростях трещины $v \sim (\sigma_T / E)^{1/4} c \sim 0.2c$ необходимо учитывать статический заряд, обусловленный кривизной поверхности трещины, аналогичный рассмотренному в [7] заряду на порах.

В заключение отметим, что привлечение развитого в данной работе формализма для интерпретации экспериментальных данных на кристаллах конечных размеров требует последовательного решения задачи о механических напряжениях, возникающих при распространении трещины в образце заданной формы. В настоящее время это возможно только на основе численных расчетов и требует самостоятельного исследования в различных конкретных случаях (см., например, [6]). Однако из соображений размерности на основе приведенных оценок можно заключить, что, например, заряд, приобретаемый при несимметричном расколе образца ширины H, может быть обусловлен несимметричным перераспределением поверхностной плотности заряда (25) и определяться формулой

$$Q \sim \left(\frac{\omega}{q}\right) \frac{\sigma_T}{G} \sqrt{E\sigma_T}\, f(h, H)\, v^2 \left(\frac{\tau_L}{\tau_\sigma}\right)^{\alpha},$$

где $\tau_L = L/cv$ (L — длина образца), а безразмерная функция f удовлетворяет условию $f(H/2, H) = 0$. При этом условие обращения заряда в нуль при $v = 0$ и $L = 0$ накладывает жесткое ограничение на показатель степени α: $0 < \alpha < 2$.

Список литературы

[1] Алексеев Д. В. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 10. С. 2828—2834; ФТТ. 1992. Т. 34. № 2. С. 365—371.
[2] Хеллан К. Введение в механику разрушения. М.: Мир, 1988. 364 с.

[3] Косевич А. М. Физическая механика реальных кристаллов. Киев: Наукова думка, 1981. 327 с.
[4] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 723 с.
[5] Олвер Ф. Асимптотические методы и специальные функции. М.: Наука, 1990. 528 с.
[6] Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Т. 1, 2 / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. 1013 с.
[7] Лифшиц И. М., Гегузин Я. Е., Косевич А. М. // И. М. Лифшиц. Избранные труды. Физика реальных кристаллов и неупорядоченных систем. М.: Наука, 1987. С. 508—528.
[8] Головин Ю. И., Дьячек Т. П. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 2. С. 552—554.
[9] Гершензон Н. И., Зилнимиани Д. О., Манджаладзе П. В. и др. // ДАН СССР. 1986. Т. 288. № 1. С. 75—78.
[10] Молоцкий М. И. // ФТТ. 1976. Т. 18. № 6. С. 1763—1764.

Кузбасский политехнический институт
Кемерово

Поступило в Редакцию
4 декабря 1991 г.