

# ВЛИЯНИЕ ФРИДЕЛЕВСКИХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ НА ЕМКОСТЬ ДВОЙНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ

A. M. Евстигнеев, A. B. Саченко

Квантовые особенности в емкости пространственного заряда полупроводника обычно отражают наличие двумерных подзон [1–3]. В отличие от этого существенное влияние на емкость двойного слоя металла могут оказывать квантовые эффекты в экранировании, связанные с осциллирующей зависимостью экранированного потенциала (осцилляции Фриделя [4, 5]). Фридлевские осцилляции плазменного экранирования, увеличивая глубину проникновения электрического поля в металл, должны уменьшать емкость металлической обкладки двойного слоя. Настоящая работа имеет целью получение аналитических выражений, позволяющих количественно оценить этот эффект.

Применение модели Томаса—Ферми для описания экранирования эквивалентно использованию зависящей от волнового вектора  $q$  продольной диэлектрической проницаемости [4]

$$\epsilon(q, 0) = 1 + \lambda_{TF}^2/q^2, \quad (1)$$

где  $\lambda_{TF} = (6\pi e^2 N / \epsilon_0 E_F)^{1/2}$  — обратная длина экранирования Томаса—Ферми;  $N$  — концентрация электронов в плазме;  $E_F$  — энергия Ферми;  $\epsilon_0$  — статическая диэлектрическая проницаемость металла за вычетом вклада свободных электронов, которая в простейших моделях электронной плазмы равна единице. В одномерном случае формула (1) приводит к экранированию внешнего электрического поля по известному закону  $v(r) = v_0 \exp(-\lambda_{TF} r)$ . Отметим, что модель Томаса—Ферми применима лишь к очень плотной плазме, для которой  $\lambda_{TF} \ll \ll 2k_F$  ( $k_F = (3\pi^2 N)^{1/3}$  — волновой вектор электронов с энергией Ферми). Однако для металлов обычно  $\lambda_{TF} \sim 2k_F$  и для описания экранирования необходимо использовать более общее выражение

$$\epsilon(q, 0) = 1 + \frac{\lambda_{TF}^2}{q^2} f(q), \quad (2)$$

$$f(q) = \frac{1}{2} + \frac{4k_F^2 - q^2}{8k_F q} \ln \left| \frac{2k_F + q}{2k_F - q} \right|, \quad (3)$$

которое, собственно, и приводит к осциллирующему ходу экранированного потенциала.

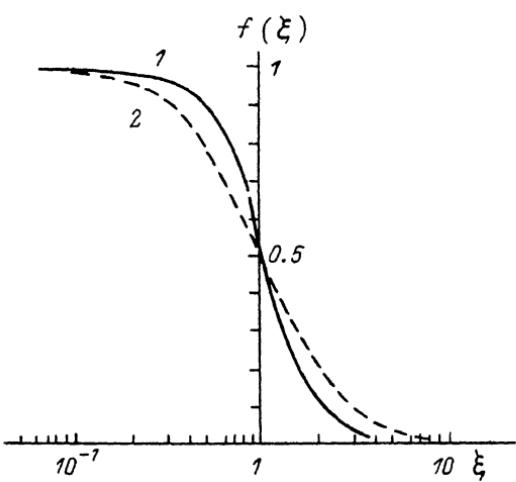
Рассмотрим экранирование внешнего одномерного потенциала

$$v(r) = Fr \exp(-\gamma r) \quad (4)$$

с параметром  $\gamma$ , обеспечивающим сходимость. Тогда Фурье-образ потенциала

$$v(q) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iqr} v(r) dr = \frac{F}{q^2} \quad (5)$$

и экранированный потенциал



Точная (1) и приближенная (2) функции  $f(\xi)$ .

также при  $\xi \ll 1$  и  $\xi \gg 1$  (см. рисунок). Используя (7), имеем

$$u(r) = \frac{F}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(q^2 + 4k_F^2) e^{iqr} dq}{q^4 + 4k_F^2 (q^2 + \lambda_{TF}^2)}. \quad (8)$$

Далее, воспользовавшись теорией вычетов и интегрируя по замкнутому контуру, состоящему из действительной оси и дуги бесконечного радиуса в верхней полуплоскости, получим

$$u(r) = \begin{cases} \frac{F}{2(a_1^2 - a_2^2)} \left[ \frac{e^{-a_1 r}}{a_1} (a_1^2 - 4k_F^2) - \frac{e^{-a_2 r}}{a_2} (a_2^2 - 4k_F^2) \right], & x < 1, \\ \frac{Fe^{-(\sqrt{2k_F \lambda_{TF}} \cos \frac{\varphi}{2}) r}}{2\sqrt{2k_F \lambda_{TF}}} \sin \varphi \left[ \sin \left( \frac{\varphi}{2} - \alpha \right) + \frac{2}{x} \sin \left( \frac{\varphi}{2} + \alpha \right) \right], & x > 1, \end{cases} \quad (9a)$$

где

$$a_{1,2} = k_F \sqrt{2(1 \pm \sqrt{1-x^2})}, \quad \alpha = (\sqrt{2k_F \lambda_{TF}} \sin \frac{\varphi}{2}) r,$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1}, \quad x = \lambda_{TF}/k_F.$$

Заметим, что в случае  $x \ll 1$ , отвечающем классическому экранированию, формула (9а) дает правильный результат

$$u(r) = (F/2\lambda_{TF}) \exp(-\lambda_{TF}r).$$

Емкость металлической обкладки двойного слоя при потенциале, близком к потенциалу плоских зон, дается формулой

$$u(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(q)}{\epsilon(q, 0)} e^{iqr} dq = \\ = \frac{F}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iqr} dq}{q^2 + \lambda_{TF}^2 f(q)}. \quad (6)$$

Аналитические операции с функцией  $f(q)$  достаточно сложны, поэтому целесообразно аппроксимировать ее более простым выражением. В качестве аппроксимирующей функции используем функцию

$$f(\xi) = (1 + \xi^2)^{-2}, \quad (7)$$

где  $\xi = q/2k_F$ . Такая аппроксимация достаточно правильно описывает поведение  $f(q)$  в области  $\xi \approx 1$ , а

где заряд поверхности металла  $Q(0) = -u'(0)/4\pi = F/8\pi$  для всех  $x$ . Последнее означает, что осцилляции Фриделя слабо влияют на заряд двойного слоя и соответственно напряженность поверхностного поля в металле. Окончательно из формул (9а), (9б) находим

$$\frac{C_{TF}}{C_{KB}} = \begin{cases} \frac{x+2}{\sqrt{2}(\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}})}, & x \leq 1, \\ \frac{x+2}{2\sqrt{x+1}}, & x \geq 1, \end{cases} \quad (11a)$$

$$(11b)$$

где  $C_{TF} = \lambda_{TF}/4\pi$ ,  $C_{KB}$  — емкость с учетом фриделевских осцилляций. Расчет  $u(0)$  посредством численного интегрирования (6) показывает, что погрешность, вносимая аппроксимацией (7), при  $x \leq 2$  не превышает 3%.

Обобщение формул (11а), (11б) на область потенциалов, отличных от потенциала плоских зон, сводится к замене  $\lambda_{TF}$  на  $\lambda = 4\pi C(\varphi)$ , где  $C(\varphi)$  — удельная емкость при потенциале  $\varphi$ , рассчитанная без учета фриделевских осцилляций.

Рассмотрим далее экспериментальные ситуации, в которых могут проявляться фриделевские осцилляции плазменного экранирования.

1. Их вклад может стать существенным в емкостных зависимостях структур металл—электролит. Так, например, концентрация свободных электронов в ртути  $N \approx 8.14 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , а их эффективная масса  $m^* = 2m_0$  [4]. Отсюда  $k_F = 1.34 \times 10^8 \text{ см}^{-1}$ ,  $\lambda_{TF} = 3.12 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$ ,  $x = 2.33$  и  $C_{TF}/C_{KB} = 1.19$ . Еще большая поправка к емкости получается, если исходить из опытного значения емкости ртутного электрода, составляющего для водного раствора 1Н KCl в точке максимума электрокапиллярной кривой 39 мкФ/см<sup>2</sup> [6]. Воспользовавшись итерационной процедурой для вычисления емкости в отсутствие фриделевских осцилляций и формулой (11б), в этом случае находим поправку  $C_{TF}/C_{KB} = 1.39$ .

2. Фриделевские осцилляции вносят существенный вклад в спектры электроотражения металлов. Теоретические расчеты, выполненные без учета фриделевских осцилляций, приводят, как правило, к амплитудам пиков электроотражения, заниженным как минимум в 1.5—2 раза [7, 8]. Такое расхождение естественно связать с проявлением фриделевских осцилляций, которые увеличивают толщину области формирования электроотражения, а следовательно, и амплитуду измеряемого сигнала. Отметим, что помимо осцилляций Фриделя в статическом экранировании в рассматриваемом случае могут проявляться также аналогичные эффекты в динамическом экранировании, не учитываемые классической и гидродинамической моделями. Такого рода эффекты обсуждались ранее применительно к расчетам пространственной амплитуды поверхностного плазмона в металле и пространственных осцилляций продольного электромагнитного поля при рассеянии  $p$ -поляризованного света на его поверхности [9]. Вопрос о влиянии зависящих от частоты осцилляций Фриделя на электроотражение металла выходит за рамки этой работы и нуждается в специальном анализе.

3. Квантовые поправки к экранированию могут стать существенными в исследованиях емкости и эффекта электроотражения вырожденных полупроводников. Например, для нитрида индия с концентрацией свободных электронов  $N \approx 3 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  расчетная квантовая поправка к емкости составляет около 6% [10]. Такое же значение сообщается для сплавов Ge—Si с концентрацией электронов  $6.25 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  [11]. Отметим, что экспериментальные данные [11] обна-

ружают закономерное отклонение от теоретической кривой, согласующееся с предположением о наличии фриделевских осцилляций.

В заключение отметим, что квантовые эффекты в экранировании внешнего электрического поля электронной плазмой полупроводника учитывались в работе [1], однако проведенное в ней рассмотрение относится лишь к области  $x \ll 1$ .

### Список литературы

- [1] Фомин Н. В. // ФТП. 1967. Т. 9. № 2. С. 616—623.
- [2] Прима Н. А., Саченко А. В. // ФТП. 1981. Т. 15. № 11. С. 2240—2245.
- [3] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 415 с.
- [4] Харрисон У. Теория твердого тела. М., 1972. 616 с.
- [5] Пайнс Д. Элементарные возбуждения в твердых телах. М., 1965. 382 с.
- [6] Антропов Л. И. Теоретическая электрохимия. М., 1975. 560 с.
- [7] Kofman R., Garrigos R., Cheyssac P. // Surf. Sci. 1980. V. 101. N 1—3. P. 231—240.
- [8] Форстман Ф. // Электродинамика межфазной границы. Квантовые эффекты в адсорбированных слоях и пленках. Тез. докл. междунар. конф. Телави, 1984. С. 69—72.
- [9] Теория неоднородного электронного газа / Под ред. С. Лундквиста и Н. Марча. М., 1987. 400 с.
- [10] Tyagai V. A., Snitko O. V., Evstigneev A. M., Krasiko A. N. // Phys. Stat. Sol. (b). 1981. V. 103. N 2. P. 589—594.
- [11] Гужва О. И., Генцар П. А. и др. // ФТП. 1987. Т. 21. № 8. С. 1408—1412.

Институт полупроводников  
АН Украины  
Киев

Поступило в Редакцию  
10 декабря 1991 г.  
В окончательной редакции  
6 марта 1992 г.

© Физика твердого тела, том 34, № 7, 1992  
Solid State Physics, vol. 34, N 7, 1992

## ПОВЕДЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАМАГНИЧЕННОСТЕЙ ПОДРЕШЕТОК ФЕРРИТА-ГРАНАТА ГАДОЛИНИЯ В ОБЛАСТИ ТОЧКИ КОМПЕНСАЦИИ

Ш. М. Алиев, И. К. Камилов, А. Ю. Моллаев, Л. А. Сайтуллаева

Остаточная намагниченность  $M_r$  феррита-граната  $Gd_3Fe_5O_{12}$ , так же как и намагниченность насыщения  $M_s$ , уменьшается при приближении к точке компенсации  $T_k$  и обращается в нуль при  $T = T_k$  [1].

В данной работе методом мессбауэровской спектроскопии показано, что остаточные намагниченности подрешеток феррита, напротив, возрастают при приближении к  $T_k$ .

Исследовался образец в виде диска диаметром 10 мм и толщиной  $\sim 60$  мкм, вырезанный из поликристаллического феррита  $Gd_3Fe_5O_{12}$  ( $T_k = 286$  К). Образец приводился в состояние остаточной намагниченности в поле 10 кЭ, приложенном перпендикулярно к плоскости образца. Источником  $\gamma$ -квантов служил  $^{57}\text{Co}$  в матрице хрома.

Спектры приведены на рисунке. Они представляют собой суперпозицию двух зеемановских секстетов, обусловленных ионами железа в  $a$ - и  $d$ -подрешетках  $\{Gd^{3+}\}_c [Fe^{3+}]_a [Fe^{3+}]_d O_{12}^-$ . Из спектров видно, что относительные интенсивности второй и пятой линий обоих секстетов уменьшаются при приближении к  $T_k$ , что свидетельствует о возрастании остаточных намагниченостей  $a$ - и  $d$ -подрешеток  $M_{ra}$  и  $M_{rd}$  вблизи  $T_k$ . Магнитные моменты ионов в подрешетках феррита  $Gd_3Fe_5O_{12}$  упорядочены коллинеарно [2], поэтому можно полагать, что вблизи  $T_k$  возрастает и остаточная намагниченность редкоземельной подрешетки —  $M_{rc}$ .

Это явление можно объяснить следующим образом.