

УДК 539.21

© 1992

ФЛУКТУАЦИИ ТОКА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ СО СВЕРХРЕШЕТКОЙ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

А. Д. Маргулис, Вл. А. Маргулис

На основе развитой теории предсказана резонансная структура спектра токовых шумов в полупроводниковой сверхрешетке, находящейся в классически сильных электрическом и магнитном полях, первое из которых параллельно оси сверхрешетки, а второе имеет составляющие, как перпендикулярную, так и параллельную этой оси.

1. В последние годы достигнут существенный прогресс в изучении полупроводников со сверхрешеткой, которые характеризуются наличием дополнительного одномерного периодического потенциала с периодом, значительно превосходящим постоянную основную решетки кристалла. Действие потенциала сверхрешетки приводит к разбиению энергетических зон исходного однородного полупроводника на совокупность узких (шириной, как правило, менее 0.1 эВ) разрешенных и запрещенных минизон. В результате этого в полупроводниках со сверхрешеткой, помещенных во внешние поля, наблюдается ряд специфических эффектов, отсутствующих в обычных полупроводниках и представляющих большой интерес с точки зрения практических приложений [1-3].

Перспектива создания новых электронных приборов и устройств на основе полупроводников со сверхрешеткой и получения ценной информации о механизмах протекающих в них физических процессов делает актуальным изучение флуктуационных явлений в этих структурах. Особенно важным в этой связи представляется исследование шумовых параметров и характеристик полупроводниковых сверхрешеток в сильных электрических полях, вызывающих значительное отклонение распределения носителей заряда от равновесного.

Следует отметить, однако, что, в то время как теория неравновесных электронных флуктуаций в обычных полупроводниках разработана достаточно подробно (см., например, [4, 5] и цитированную там литературу), нам известна лишь одна теоретическая работа [6], рассматривающая задачу о флуктуациях тока в полупроводниках со сверхрешеткой в условиях сильной неравновесности электронной системы. Основным результатом, полученным автором [6], состоит в том, что в достаточно сильном электрическом поле спектральная плотность флуктуаций тока резонансным образом возрастает на частоте пролетного движения носителей заряда между границами разрешенных минизон.

Настоящая работа посвящена исследованию пространственно-однородных флуктуаций тока в полупроводниковой сверхрешетке, находящейся в классически сильных постоянных электрическом и магнитном полях. Предполагается, что электрическое поле E направлено вдоль оси сверхрешетки, а магнитное поле H имеет составляющие, как параллельную $H_{||}$, так и перпендикулярную H_{\perp} в этой оси. Такая ориентация полей интересна тем, что в этом случае, как показано в [7, 8], возможен резонанс статического тока при совпадении кратных штарковской и циклотронной частот (штарк-циклотронный резонанс).

Причиной возникновения этого резонанса является «зацепление» двух финитных периодических движений, которые совершают электроны под действием электрического и магнитного полей. Ускоряясь в электрическом поле, электроны испытывают осцилляции с частотой Ваннье—Штарка $\Omega = eEd/h$ (d — период сверхрешетки) вследствие брэгговского отражения от границ разрешенных минизон, а составляющая магнитного поля H_{\perp} связывает это осцилляторное движение с периодическим движением в плоскости, перпендикулярной оси сверхрешетки, происходящим с циклотронной частотой $\omega_{c\perp} = eH_{\perp}/m_{\perp}c$ (m_{\perp} — эффективная масса электрона в направлении, перпендикулярном оси сверхрешетки). Разумеется, описанная картина имеет место только, если обе характерные частоты Ω и $\omega_{c\perp}$ удовлетворяют условию $\Omega, \omega_{c\perp} \gg \nu$, где ν — частота столкновений электронов с рассеивателями.

Следует ожидать, что указанные закономерности движения электронов существенно скажутся на спектральной плотности флуктуаций тока вдоль оси сверхрешетки. Действительно, как будет показано, спектр токовых шумов $(\delta_{j_{\parallel}}^2)_{\omega}$ представляет собой совокупность резонансных лоренцевских пиков, расположенных на частотах $\omega = |\Omega + n\omega_{c\perp}|$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

2. Выберем систему координат xyz так, чтобы ось Ox была направлена вдоль оси сверхрешетки, а ось Oy перпендикулярна векторам E и H . Будем предполагать выполненными следующие условия:

$$\Delta \gg \hbar\nu, \hbar\Omega, \quad (1)$$

$$\hbar\omega_c, \hbar\Omega \ll T \ll \Delta_g, \quad (2)$$

где Δ (Δ_g) — ширина первой разрешенной (запрещенной) минизоны; T — температура в энергетических единицах; $\omega_c = eH/m_{\perp}c$. В этом случае можно использовать квазиклассическое описание движения частиц в нижней минизоне и пренебречь тепловым забросом и зинеровским туннелированием электронов в вышележащие минизоны. Ограничиваясь в дальнейшем одноминизонным приближением и считая, что в направлении, перпендикулярном оси сверхрешетки, электроны почти свободны, а вдоль оси — почти связаны, запишем закон дисперсии электронов в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_{\perp}^2}{2m_{\perp}} + \frac{\Delta}{2} \left(1 - \cos \frac{p_{\parallel}}{p_0} \right), \quad (3)$$

где $p_0 = \hbar/d$, $p_{\perp}^2 = p_y^2 + p_z^2$, $p_{\parallel} = p_x$.

При исследовании неравновесных флуктуаций тока в сверхрешетке удобно следовать подходу, развитому в работах Гуревича [9] и Гуревича и Катилюса [10] (см. также [4, 11]) для случая обычных полупроводников и основанному на методе моментов. Так же как и в указанных работах, будем считать, что электрическое поле в образце фиксировано, и пренебрежем флуктуациями полного числа частиц, связанными с процессами генерации и рекомбинации. Таким образом, нас будет интересовать лишь временная корреляция флуктуаций тока, обусловленная флуктуациями функции распределения носителей заряда. Поэтому вместо зависящей от координат точной (флуктуирующей) функции распределения $F(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ целесообразно ввести усредненную по объему образца V функцию

$$f(t, \mathbf{p}) = \frac{1}{V} \int F(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3r, \quad (4)$$

которая связана с плотностью электрического тока j соотношением

$$j(t) = e \int v(p) f(t, p) d\tau_p, \quad (5)$$

где $v(p) = d\varepsilon/dp$ — скорость электрона; $d\tau_p = 2d^3p/(2\pi\hbar)^3$.

Эволюция $f(t, p)$ во времени описывается классическим кинетическим уравнением Больцмана, которое мы запишем в приближении времени релаксации

$$\frac{\partial f}{\partial t} + e \left(E + \frac{1}{c} [vH] \right) \frac{\partial f}{\partial p} = -\nu (f - f_0), \quad (6)$$

где $f_0(p)$ — равновесная функция распределения. В случае, когда заполнение рассматриваемой минизоны подчиняется статистике Больцмана, функция $f_0(p)$ имеет вид

$$f_0(p) = \frac{\pi n_e d h^2}{m_{\perp} T I_0 (\Delta/2T)} \exp \left(\frac{\Delta}{2T} \cos \frac{p_{\parallel}}{p_0} \right) \exp \left(-\frac{p_{\perp}^2}{2m_{\perp} T} \right), \quad (7)$$

где n_e — концентрация частиц в минизоне, $I_0(z)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

В дальнейшем будет считаться, как это обычно делается при исследовании транспортных свойств полупроводников со сверхрешеткой, что частота релаксации импульса $\nu = \text{const}$. Представляя функцию распределения $f(t, p)$ в (6) в виде суммы стационарной и флуктуирующей со временем частей

$$f(t, p) = \bar{f}(p) + \delta f(t, p), \quad (8)$$

получаем для них уравнения

$$\left(eE + \frac{e}{c} [vH] \right) \frac{\partial \bar{f}(p)}{\partial p} = -\nu \{ \bar{f}(p) - f_0(p) \}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta f(t, p) + \left(eE + \frac{e}{c} [vH] \right) \frac{\partial}{\partial p} \delta f(t, p) = -\nu \delta f(t, p). \quad (10)$$

Формальное решение уравнения (9) может быть записано с помощью оператора Лиувилля $\mathcal{L} = -ie(E + c^{-1} [vH]) \partial/\partial p$ в виде

$$\bar{f}(p) = \nu \int_{-\infty}^0 dt e^{t'} e^{i\mathcal{L}t'} f_0(p), \quad (11)$$

где оператор $\exp(i\mathcal{L}t)$ представляет собой классический оператор временной эволюции [12]

$$e^{i\mathcal{L}t} f(p) = f(p^t). \quad (12)$$

Здесь p^t — решение уравнения движения

$$\frac{d\mathbf{p}'}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} [\mathbf{v}(\mathbf{p}') \mathbf{H}] \quad (13)$$

с соответствующими начальными условиями.

Исходя из (5), получаем соотношение, связывающее коррелятор плотности тока вдоль оси сверхрешетки $\overline{\delta j_{||}(t) \delta j_{||}(0)}$ с коррелятором функции распределения $\overline{\delta f(t, \mathbf{p}) \delta f(0, \mathbf{p}')}$

$$\overline{\delta j_{||}(t) \delta j_{||}(0)} = e^2 \int v_{||}(\mathbf{p}) g_{||}(t, \mathbf{p}) d\tau_{\mathbf{p}}, \quad (14)$$

где функция $g_{||}(t, \mathbf{p})$ определяется выражением

$$g_{||}(t, \mathbf{p}) = \int \overline{\delta f(t, \mathbf{p}) \delta f(0, \mathbf{p}') } v_{||}(\mathbf{p}') d\tau_{\mathbf{p}'}. \quad (15)$$

Отсюда для спектрального разложения коррелятора токов находим [11]

$$(\delta j_{||}^2)_{\omega} = e^2 \int \{g_{||}^+(\omega, \mathbf{p}) + g_{||}^+(-\omega, \mathbf{p})\} v_{||}(\mathbf{p}) d\tau_{\mathbf{p}}, \quad (16)$$

где

$$g_{||}^+(\omega, \mathbf{p}) = \int_0^{\infty} e^{i\omega t} g_{||}(t, \mathbf{p}) dt. \quad (17)$$

Согласно принципу Онсагера для квазистационарных флуктуаций [13], временная эволюция коррелятора $\overline{\delta f(t, \mathbf{p}) \delta f(0, \mathbf{p}')}$, а вместе с ним и функции $g_{||}(t, \mathbf{p})$ происходит так же, как изменение со временем флуктуирующей части функции распределения, т. е. в соответствии с уравнением (10). Таким образом, функция $g_{||}(t, \mathbf{p})$ должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t} g_{||}(t, \mathbf{p}) + i\hat{\mathcal{L}}g_{||}(t, \mathbf{p}) = -\nu g_{||}(t, \mathbf{p}). \quad (18)$$

Это уравнение необходимо решать с начальным условием, которое при учете сохранения полного числа электронов имеет вид

$$g_{||}(0, \mathbf{p}) = \frac{1}{V} [v_{||}(\mathbf{p}) - n_e^{-1} \langle v_{||}(\mathbf{p}) \rangle] \bar{f}(\mathbf{p}). \quad (19)$$

Здесь и в дальнейшем угловые скобки означают усреднение с неравновесной стационарной функцией распределения $\bar{f}(\mathbf{p})$.

Уравнение (18) легко решается с помощью одностороннего преобразования Фурье по времени. В результате, принимая во внимание (16), (19) и асимптотическое условие $g_{||}(\infty, \mathbf{p}) = 0$, а также самосопряженность оператора $\hat{\mathcal{L}}$ на классе периодических в \mathbf{p} -пространстве функций, получаем для спектральной плотности флуктуаций тока

$$(\delta j_{||}^2)_{\omega} = \frac{4e^2}{V(2\pi\hbar)^3} \int_0^{\infty} dt e^{-\nu t} \cos(\omega t) \int d^3p v_{||}(\mathbf{p}) [v_{||}(\mathbf{p}) - n_e^{-1} \langle v_{||}(\mathbf{p}) \rangle] \bar{f}(\mathbf{p}). \quad (20)$$

3. До сих пор мы не использовали явный вид закона дисперсии электронов, и поэтому формула (20) имеет достаточно общий характер. Конкретизируем ее теперь для случая, когда зависимость $\varepsilon(p)$ определяется соотношением (3). С этой целью необходимо прежде всего найти функцию p_{\parallel}^t , проинтегрировав уравнение (13). Данная задача для частицы с законом дисперсии (3) точно решается только в случае, когда электрическое и магнитное поля параллельны друг другу или взаимно перпендикулярны [3]. Для рассматриваемой ориентации полей $E \parallel O_x$, $H (H_{\parallel}, 0, H_{\perp})$ может быть получено приближенное аналитическое решение, если считать, как это делалось в [7], что $\omega_{c\perp}/\omega_{c\parallel} \ll 1$ и $\omega_{c\perp}/\Omega \ll 1$. Тогда находим

$$p_{\parallel}^t = p_{\parallel} + eEt + \frac{\omega_{c\perp}}{\omega_{c\parallel}} p_{\perp} \sin \varphi + \frac{\omega_{c\perp}}{\omega_{c\parallel}} p_{\perp} \sin(\omega_{c\parallel} t - \varphi), \quad (21)$$

где $\varphi = \arctg(p_z/p_y)$, $p_{\parallel} \equiv p_{\parallel}^0$, $p_{\perp} = p_{\perp}^0$.

Подставляя (21) в (20) и используя формулу разложения Якоби—Ангера [14], представим $(\delta j_{\parallel}^2)_{\omega}$ в виде

$$\begin{aligned} (\delta j_{\parallel}^2)_{\omega} = & \frac{2e^2}{V} \sum_{l, m = -\infty}^{\infty} \left\{ [\langle v_{\parallel}^2(p_{\parallel}) X_{lm}^+(p_{\perp}) \rangle + p_0 \langle v_{\parallel}(p_{\parallel}) v_{\parallel}'(p_{\parallel}) X_{lm}^-(p_{\perp}) \rangle - \right. \\ & \left. - n_e^{-1} \langle v_{\parallel}(p_{\parallel}) \rangle (\langle v_{\parallel}(p_{\parallel}) X_{lm}^+(p_{\perp}) \rangle + p_0 \langle v_{\parallel}'(p_{\parallel}) X_{lm}^-(p_{\perp}) \rangle)] \times \right. \\ & \times \operatorname{Re} \left[\frac{\nu - i\omega}{(\nu - i\omega)^2 + (\Omega + l\omega_{c\parallel})^2} \right] - [\langle v_{\parallel}^2(p_{\parallel}) X_{lm}^-(p_{\perp}) \rangle - \\ & \left. - p_0 \langle v_{\parallel}(p_{\parallel}) v_{\parallel}'(p_{\parallel}) X_{lm}^+(p_{\perp}) \rangle - n_e^{-1} \langle v_{\parallel}(p_{\parallel}) \rangle (\langle v_{\parallel}(p_{\parallel}) X_{lm}^-(p_{\perp}) \rangle - \right. \\ & \left. - p_0 \langle v_{\parallel}'(p_{\parallel}) X_{lm}^+(p_{\perp}) \rangle)] \operatorname{Re} \left[\frac{\Omega + l\omega_{c\parallel}}{(\nu - i\omega)^2 + (\Omega + l\omega_{c\parallel})^2} \right] \right\}, \quad (22) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} X_{lm}^{\pm}(p_{\perp}) = & J_l(p_{\perp}/\tilde{p}) J_{l+m}(p_{\perp}/\tilde{p}) \begin{cases} \cos m\varphi, \\ \sin m\varphi, \end{cases} \\ \tilde{p} = & p_0 \frac{\omega_{c\parallel}}{\omega_{c\perp}}, \quad v_{\parallel}'(p_{\parallel}) = \frac{\partial v_{\parallel}(p_{\parallel})}{\partial p_{\parallel}}, \quad (23) \end{aligned}$$

$J_l(z)$ — функция Бесселя первого рода целого порядка. Выполняя в (22) усреднение с функцией распределения (11), получаем для спектральной плотности флуктуаций тока в неравновесном стационарном состоянии ($E \neq 0$)

$$(\delta j_{\parallel}^2)_{\omega} = \frac{n_e e^2 v_0^2}{2V} \sum_{l, m, n, s = -\infty}^{\infty} \{ \mathcal{F}_{lmns}^{(1)}(\alpha, \beta) \operatorname{Re} \chi_l(\omega) + \mathcal{F}_{lmns}^{(2)}(\alpha, \beta) \operatorname{Im} \chi_l(\omega) \}, \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} \chi_l(\omega) = & \left[\frac{\nu}{\nu^2 + (\omega - \Omega - l\omega_{c\parallel})^2} + \frac{\nu}{\nu^2 + (\omega + \Omega + l\omega_{c\parallel})^2} \right] + \\ & + i \left[\frac{\omega + \Omega + l\omega_{c\parallel}}{\nu^2 + (\omega + \Omega + l\omega_{c\parallel})^2} - \frac{\omega - \Omega - l\omega_{c\parallel}}{\nu^2 + (\omega - \Omega - l\omega_{c\parallel})^2} \right], \quad (25) \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_{l m n s}^{(1)}(\alpha, \beta) = Q_l(\alpha^2/2) \delta_{m,0} \delta_{n,0} \delta_{s,0} + \frac{\Omega + n\omega_{c\parallel}}{\nu} P_{l m n s}^{(1)}(\alpha, \beta) - P_{l m n s}^{(2)}(\alpha, \beta), \quad (26)$$

$$\mathcal{F}_{l m n s}^{(2)}(\alpha, \beta) = P_{l m n s}^{(1)}(\alpha, \beta) + \frac{2\Omega + n\omega_{c\parallel}}{\nu} P_{l m n s}^{(2)}(\alpha, \beta), \quad (27)$$

$$\nu_0 = \frac{\Delta d}{2\hbar}, \quad \alpha = 2 \frac{\omega_{c\perp}}{\omega_{c\parallel}} \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} \right)^{1/2} \left(\frac{T}{\Delta} \right)^{1/2}, \quad \beta = \frac{\Delta}{2T}. \quad (28)$$

Здесь введены следующие обозначения: $m_{\parallel} = 2\hbar^2/\Delta d^2$ — эффективная масса электрона в направлении оси сверхрешетки,

$$Q_l(\alpha^2/2) = \exp(-\alpha^2/2) I_l(\alpha^2/2), \quad (29)$$

$$P_{l m n s}^{(1)}(\alpha, \beta) = -4a_{l m n}^{(1)}(\alpha) Q_s(\alpha^2/2) \frac{I_1^2(\beta)}{I_0^2(\beta)} \frac{\nu^2}{\nu^2 + (\Omega + n\omega_{c\parallel})^2} \frac{\nu(\Omega + s\omega_{c\parallel})}{\nu^2 + (\Omega + s\omega_{c\parallel})^2}, \quad (30)$$

$$P_{l m n s}^{(2)}(\alpha, \beta) = 2a_{l m n}^{(2)}(\alpha) \delta_{s,0} \frac{I_2(\beta)}{I_0(\beta)} \frac{\nu^2}{\nu^2 + (2\Omega + n\omega_{c\parallel})^2}, \quad (31)$$

коэффициенты $a_{l m n}^{(1,2)}(\alpha)$ определяются выражением

$$a_{l m n}^{(k)}(\alpha) = \int_0^{\infty} dx x e^{-x^2} J_l(\alpha x) J_{l+m}(\alpha x) J_n(k\alpha x) J_{n-m}(k\alpha x). \quad (32)$$

Как следует из (24), спектральная зависимость $(\delta f_n^2)_\omega$ представляет собой суперпозицию лоренцевских линий поглощения (первое слагаемое) и дисперсии (второе слагаемое). Максимумы первого слагаемого расположены в точках $\omega = -|\Omega + l\omega_{c\parallel}|$, а экстремумы второго сдвинуты относительно этих точек на величину $\pm \nu$. Анализ соотношений (26) и (27) показывает, что в сильных полях коэффициенты $\mathcal{F}_{l m n s}^{(2)}(\alpha, \beta)$ малы по сравнению $\mathcal{F}_{l m n s}^{(1)}(\alpha, \beta)$ в меру малости параметра ν/Ω . Таким образом, в рассматриваемом случае спектр токовых шумов состоит из совокупности слабо асимметричных (близких по форме к лоренцевским) резонансных пиков, положение которых определяется условием $\omega = -|\Omega + l\omega_{c\parallel}|$, а амплитуда убывает с ростом номера l .

Резонансный характер спектральной зависимости $(\delta f_n^2)_\omega$ наиболее отчетливо проявляется в предельном случае $\nu/\Omega \rightarrow 0$, когда выражение (24) значительно упрощается и принимает вид дираковской «гребенки»

$$(\delta f_n^2)_\omega = \frac{\pi n e^2 \nu_0^2}{2V} \sum_{l=-\infty}^{\infty} Q_l(\alpha^2/2) [\delta(\omega - \Omega - l\omega_{c\parallel}) + \delta(\omega + \Omega + l\omega_{c\parallel})]. \quad (33)$$

Отметим, что в пределе $\omega_{c1} \rightarrow 0$, когда движения электрона с законом дисперсии (3) (параллельное и перпендикулярное оси сверхрешетки) становятся независимыми, в формуле (33) остается лишь одно резонансное слагаемое с $l=0$ и она переходит в соответствующую формулу, полученную в работе [6].

Обратим внимание также на сходство структуры спектра шумов (33) и найденного впервые Левинсоном и Матулисом [15] спектра токовых флуктуаций в однородных полупроводниках в условиях, когда доминирующим механизмом рассеяния электронов является спонтанная эмиссия оптических фононов и электроны совершают циклическое движение по одной из так называемых инвариантных траекторий в пассивной области импульсного пространства (режим стриминга). Подобный режим возможен, как показано в [16], и в полупроводниках со сверхрешеткой. Поэтому в случае его реализации можно ожидать, что спектр шумов помимо рассмотренных пиков будет содержать дополнительную серию пиков на частотах, кратных частоте пролетного движения электронов из точки $p=0$ до границы пассивной области. Однако исследование флуктуаций тока в этом случае представляет самостоятельную задачу, выходящую за рамки данной работы.

4. Формула (24), позволяя выяснить качественные особенности поведения $(\delta j_{||}^2)_\omega$, тем не менее остается все еще слишком сложной для детального количественного анализа из-за наличия в ней бесконечных сумм, вычисление которых в общем случае невозможно. Поэтому имеет смысл рассмотреть предельный случай $\alpha \ll 1$, когда расчет $(\delta j_{||}^2)_\omega$ может быть проведен до конца в аналитическом виде. Заметим, что условие $\alpha \ll 1$, как видно из (28), заведомо выполняется в рамках нашего рассмотрения благодаря малости параметров $m_{\perp}/m_{||}$ и ω_{c1}/ω_{d1} , необходимой для применимости формул (3) и (21) соответственно. Учитывая, что основной вклад в интеграл (32) вносят значения $x \leq 1$ и, следовательно, при $\alpha \ll 1$ аргумент функций Бесселя мал, выражение (24) можно упростить, сохранив в нем лишь наиболее существенные слагаемые с $l, m, n, s=0, \pm 1$. Тогда, используя разложение функций Бесселя в ряд и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, находим при $\Delta \gg 2T$

$$(\delta j_{||}^2)_\omega = \frac{n e^2 v_0^2}{V} \sum_{l=0, \pm 1} \{F_l^{(1)} \operatorname{Re} \chi_l(\omega) + F_l^{(2)} \operatorname{Im} \chi_l(\omega)\}, \quad (34)$$

где коэффициенты $F_l^{(1,2)}$ имеют следующий вид:

$$F_0^{(1)} = \frac{2v^2}{v^2 + 4\Omega^2} \left(\frac{T}{\Delta} + \frac{\Omega^2}{v^2} \right) - \frac{v^2 \Omega^2}{(v^2 + \Omega^2)^2}, \quad (35)$$

$$F_0^{(2)} = \frac{v\Omega}{v^2 + 4\Omega^2} - \frac{v^3 \Omega}{(v^2 + \Omega^2)^2}, \quad (36)$$

$$F_1^{(1)} = \frac{\alpha^2}{4} \left\{ \frac{2\Omega^2 - v^2}{v^2 + 4\Omega^2} + \frac{v^2}{v^2 + (2\Omega - \omega_{c1})^2} - \frac{v\Omega}{v^2 + \Omega^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{2v\Omega}{v^2 + \Omega^2} - \frac{v(\Omega - \omega_{c1})}{v^2 + (\Omega - \omega_{c1})^2} \right] \right\}, \quad (37)$$

$$F_1^{(2)} = \frac{\alpha^2}{4} \left\{ \frac{3\nu\Omega}{\nu^2 + 4\Omega^2} - \frac{\nu(2\Omega - \omega_{cl})}{\nu^2 + (2\Omega - \omega_{cl})^2} - \frac{\nu\Omega}{\nu^2 + \Omega^2} \times \left[\frac{2\nu^2}{\nu^2 + \Omega^2} - \frac{\nu^2}{\nu^2 + (\Omega - \omega_{cl})^2} \right] \right\}, \quad (38)$$

а $F_{-1}^{(1)}$ и $F_{-1}^{(2)}$ получаются соответственно из $F_1^{(1)}$ и $F_1^{(2)}$ заменой $\omega_{cl} \rightarrow -\omega_{cl}$.

Отметим, что в пределе $\omega_{cl} \rightarrow 0$, когда отличны от нуля лишь коэффициенты $F_0^{(1)}$ и $F_0^{(2)}$, формула (34) описывает спектральную плотность токовых флуктуаций в электрическом и магнитном полях, параллельных оси сверхрешетки. В этом случае, как и следовало ожидать, магнитное поле вообще не сказывается на величине $(\delta I_n^2)_\omega$. Поэтому выражение (34) при $\omega_{cl} = 0$ можно сопоставить с полученной в работе [6] формулой для спектра шумов в сверхрешетке при наличии только одного электрического поля. Из сравнения видно, что соответствующие результаты совпадают с точностью до слагаемого T/Δ в коэффициенте $F_0^{(1)}$. Последнее связано с тем, что автор [6] для сокращения вычислений вместо истинного равновесного распределения (7) использовал дельта-образную функцию $f_0(p) = n\delta(p)$. Однако такое приближение, справедливое при $\Delta/T \rightarrow \infty$, в рассматриваемой задаче представляется слишком грубым. Это становится особенно очевидным, если обратиться к формуле (19) в [6], описывающей флуктуации тока в достаточно слабом электрическом поле ($\Omega \ll \nu$), согласно которой $(\delta I_n^2)_\omega \rightarrow 0$ при $E \rightarrow 0$. Между тем формула (34) при $\omega_{cl} = 0$ и $\Omega \ll \nu$ приводит к корректному результату

$$(\delta I_n^2)_\omega = 2 \frac{\sigma_0}{V} m_1 \nu_0^2 \left(\frac{2T}{\Delta} + \frac{\Omega^2}{\nu^2} \right) \frac{1}{1 + (\omega/\nu)^2}, \quad (39)$$

переходящему, как это и должно быть, в низкочастотном пределе $\omega \ll \nu$ и $E \rightarrow 0$ в формулу $(\delta I_n^2)_\omega = 2T\sigma_0/V$, соответствующую формуле Найквиста для равновесных флуктуаций тока (здесь $\sigma_0 = n e^2 / m_1 \nu$ — статическая проводимость в направлении оси сверхрешетки).

В случае сильных электрического и магнитного полей учет в (35)—(38) малости параметров ν/Ω и ν/ω_{cl} позволяет (при некотором округлении числовых множителей) привести выражение (34) к виду

$$(\delta I_n^2)_\omega = n e^2 \nu_0^2 \left\{ \operatorname{Re} \chi_0(\omega) + \frac{\nu}{2\Omega} \operatorname{Im} \chi_0(\omega) + \frac{\alpha^2}{4} \left[\operatorname{Re} \chi_1(\omega) + \frac{\nu}{\Omega} \operatorname{Im} \chi_1(\omega) + \operatorname{Re} \chi_{-1}(\omega) + \frac{\nu}{\Omega} \operatorname{Im} \chi_{-1}(\omega) \right] \right\}, \quad (40)$$

где функции $\chi_{0, \pm 1}(\omega)$ определены формулой (25). В пределе низких частот ($\omega \ll \nu$) из (40) следует

$$(\delta I_n^2)_\omega = \frac{\sigma_0}{2V} m_1 \nu_0^2 \left\{ \frac{3\nu^2}{\Omega^2} + 8 \frac{T}{\Delta} \frac{m_\perp}{m_1} \frac{\omega_{cl}^2}{\omega_{cl}^2} \frac{\nu^2 \Omega^2}{(\Omega + \omega_{cl})^2 [\nu^2 + (\Omega - \omega_{cl})^2]} \right\}. \quad (41)$$

Для иллюстрации полученных результатов мы рассчитали по формуле (40) спектральную плотность токовых флуктуаций для типичных значений параметров композиционных сверхрешеток GaAs—AlGaAs [17] ($d = 100 \text{ \AA}$, $\Delta = 30 \text{ мэВ}$, $m_\perp =$

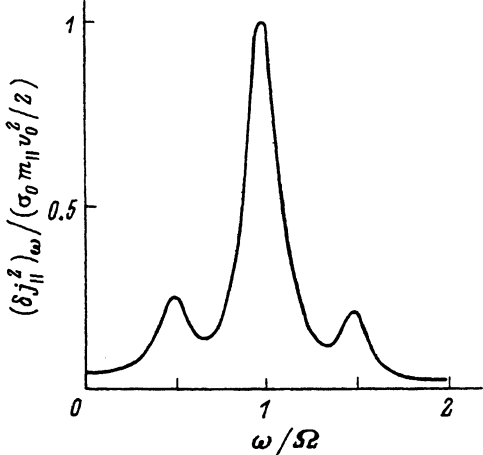


Рис. 1. Спектральная зависимость флуктуаций тока в сверхрешетке в сильных электрическом и магнитном полях. $E = 6$ кВ/см, $H = 6$ кЭ.

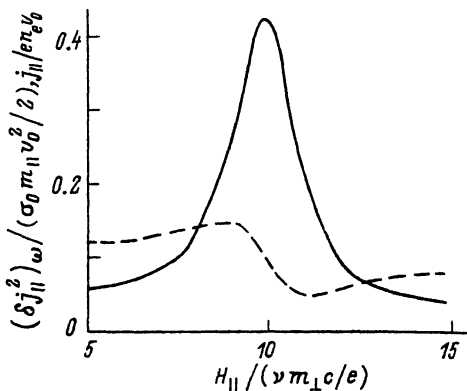


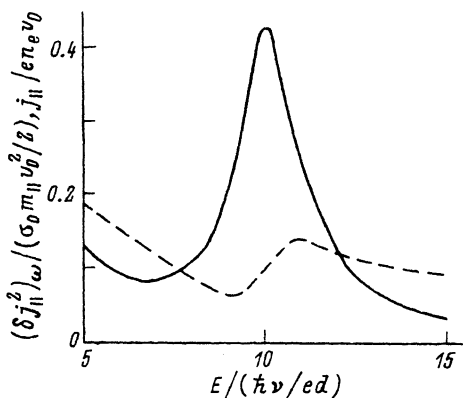
Рис. 2. Зависимость спектральной плотности флуктуаций тока в низкочастотном пределе от электрического поля (сплошная линия) и вольт-амперная характеристика сверхрешетки (штриховая линия) при $\omega_{c1}/\nu = 10$.

$= 0.01 m_0$, $v_0 = 2.5 \cdot 10^7$ см/с, $\nu = 10^{12}$ с $^{-1}$, $n_e = 2.2 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$), полагая $T = 100$ К и объем V равным 1. График спектральной зависимости $(\delta j_{||}^2)_\omega$ для этого случая приведен на рис. 1. Как видно, кроме центрального пика на частоте $\omega = \Omega$, который соответствует резонансу, рассмотренному в работе [6], в спектре шумов возникают два спутных пика, отстоящих от центрального на величину $\pm \omega_{c1}$. Форма всех трех пиков близка к лоренцевской, что обусловлено, как уже указывалось выше, относительной малостью слагаемых в (40), содержащих $\text{Im } \chi_l(\omega)$, при условии высокой добротности резонанса на штарковской частоте ($\Omega/\nu \gg 1$). Видно также, что амплитуда центрального пика значительно больше слегка различающихся по величине амплитуд спутных пиков. Это объясняется тем, что последние в соответствии с (40) пропорциональны малому, порядка α^2 , параметру.

Априори неясно, однако, сохранится ли такое соотношение между амплитудами при $\alpha \geq 1$, поскольку в этом случае изложенная выше теория неприменима. Между тем из (28) явствует, что даже при $m_\perp \ll m_\parallel$ и $T \ll \Delta$ вполне возможна ситуация, когда $\alpha \geq 1$ и более того $\alpha \gg 1$, ибо, увеличивая угол между H и осью сверхрешетки, можно сделать отношение ω_{c1}/ω_{d1} очень большим. К сожалению, случай, когда параметр ω_{c1}/ω_{d1} не мал, как уже отмечалось, не поддается аналитическому исследованию. Трудно ожидать, однако, что описанные выше качественные особенности спектра шумов существенно изменятся при $\alpha \geq 1$.

Используя формулу (41) и приведенные ранее значения параметров сверхрешетки, мы рассчитали зависимости $(\delta j_{||}^2)_{\omega=0}$ от напряженностей электрического и магнитного полей. Результаты расчета представлены на рис. 2, 3. На этих же рисунках изображены для сравнения соответствующие полевые зависимости статического тока вдоль оси сверхрешетки, рассчитанные по формуле (7) работы [7]. Приведенные графики наглядно демонстрируют возникновение как предсказанного в [7] штарк-циклотронного резонанса в токе на частоте $\omega_{d1} = \Omega - \nu$, так и рассмотренного в настоящей работе резонанса в спектре шумов при $\omega_{d1} = \Omega$. Из рис. 2, 3 явствует также, что флуктуации тока достигают максимального значения в области напряженностей электрического и магнитного полей, в которой вольт-амперная и гаусс-амперная характеристики сверхрешетки имеют

Рис. 3. Зависимость спектральной плотности флуктуаций тока в низкочастотном пределе от магнитного поля (сплошная линия) и гаусс-амперная характеристика сверхрешетки (штриховая линия) при $\Omega/\nu = 10$.



N-образный вид. Отметим еще, что, как видно из рис. 2, в очень сильном электрическом поле флуктуации тока спадают с ростом поля, грубо говоря, пропорционально E^{-3} , в то время как ток проводимости убывает с полем значительно медленнее, приблизительно $\propto E^{-1}$.

5. В заключение обсудим вопрос о связи между спектральной плотностью флуктуаций тока $(\delta j_z^2)_\omega$ и откликом рассматриваемой неравновесной системы на воздействие слабого переменного электрического поля с амплитудой \mathcal{E}_1 и частотой ω , поляризованного вдоль оси сверхрешетки. Этот вопрос представляет интерес, поскольку для неравновесных систем, как известно, не существует универсального соотношения между $(\delta j^2)_\omega$ и дифференциальной проводимостью $\sigma(\omega)$, подобного флуктуационно-диссипационному соотношению Каллена-Вельтона $(\delta j^2)_\omega = (2T/V) \text{Re} \sigma(\omega)$, справедливому в состоянии термодинамического равновесия.

Линеаризованное по переменному полю \mathcal{E}_1 кинетическое уравнение для зависящей от времени малой добавки к стационарной неравновесной функции распределения $\bar{f}(\mathbf{p})$ отличается от уравнения (10) наличием в левой части слагаемого $e\mathcal{E}_1 \exp(i\omega t) \partial \bar{f}(\mathbf{p}) / \partial \mathbf{p}$. Используя формальное решение этого уравнения в терминах оператора Лиувилля, нетрудно получить

$$\text{Re} \sigma_{||}(\omega) = \frac{2e^2 \nu}{(2\pi\hbar)^3 T} \int_0^\infty dt e^{-\nu t} \cos(\omega t) \int_0^\infty dt' e^{-\nu t'} \int d^3 p v_{||}(p'_t) e^{-i\mathcal{E}_1 v_{||}(p_t)} f_0(\mathbf{p}). \quad (42)$$

Процедура дальнейших вычислений $\text{Re} \sigma_{||}(\omega)$ аналогична использованной выше при нахождении $(\delta j_z^2)_\omega$ на основе формулы (20). Мы не будем, однако, приводить здесь окончательное выражение для $\text{Re} \sigma_{||}(\omega)$ ввиду его громоздкости, а заметим лишь следующее. Сопоставление полученных выражений для $(\delta j_z^2)_\omega$ и $\text{Re} \sigma_{||}(\omega)$ показывает, что, хотя для рассматриваемой неравновесной системы соотношение Каллена-Вельтона, вообще говоря, не выполняется, тем не менее в окрестности каждого из резонансных максимумов в спектре шумов оно может быть сохранено при условии замены температуры T на эффективную шумовую температуру T^* , равную (с точностью до числового множителя порядка единицы) $m_0 v_0^2 \Omega^2 / \nu^2$. Как было показано ранее Матулисом и Ченисом [18], подобная ситуация с выполнением флуктуационно-диссипационного соотношения характерна и для неравновесного электронного газа в обычных полупроводниках в условиях резонанса, рассмотренного в работе [15].

Мы признательны А. Ю. Матулису за стимулирование интереса к флуктуационным явлениям.

Список литературы

- [1] Шик А. Я. // ФТП. 1974. Т. 8. № 10. С. 1841—1864.
- [2] Силин А. П. // УФН. 1985. Т. 147. № 3. С. 485—521.

- [3] Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Высококачественные свойства полупроводников со сверхрешетками. М., 1989. 287 с.
- [4] Gantsevich S. V., Gurevich V. L., Katilius R. // Riv. Nuovo cim. 1979. V. 2. N 5. P. 1—87.
- [5] Барейкис В., Катилиус Р., Милошите Р. Флуктуационные явления в полупроводниках в неравновесных условиях. Вильнюс, 1989. 220 с.
- [6] Игнатов А. А. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 8. С. 2340—2344.
- [7] Басс Ф. Г., Зорченко В. В., Шашора В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. № 6. С. 345—347.
- [8] Басс Ф. Г., Зорченко В. В., Шашора В. И. // ФТП. 1981. Т. 15. № 3. С. 459—466.
- [9] Гуревич В. Л. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. № 5. С. 1771—1781.
- [10] Гуревич В. Л., Катилиус Р. // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. № 4. С. 1145—1156.
- [11] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М., 1979. 527 с.
- [12] Зубарев Д. Р. Неравновесная статистическая термодинамика. М., 1971. 415 с.
- [13] Климонтович Ю. Л. Статистическая физика. М., 1982. 608 с.
- [14] Бейтмен Г., Эрдеи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М., 1974. 295 с.
- [15] Левинсон И. Б., Матулис А. Ю. // ЖЭТФ. 1968. Т. 54. № 5. С. 1466—1478.
- [16] Bass F. G., Tetervov A. P. // Solid State Commun. 1981. V. 39. N 12. P. 1341—1344.
- [17] Kelly M. J., Davies R. A., Lang A. P. et al. // Superlatt. and Microstruct. 1986. V. 2. N 3. P. 313—318.
- [18] Матулис А., Ченис А. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 3. С. 1134—1143.

Мордовский государственный университет
им. Н. П. Огарева
Саранск

Поступило в Редакцию
13 сентября 1991 г.