

УДК 621.315.592

© 1992

СПОНТАННОЕ ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ ЭДС В ПРОВОДНИКЕ С НЕАДДИТИВНЫМ НЕПАРАБОЛИЧЕСКИМ ЗАКОНОМ ДИСПЕРСИИ

Г. М. Шмелев, Э. М. Эпштейн

В приближении постоянного времени релаксации вычислена проводимость в случае неаддитивного непараболического закона дисперсии, соответствующего сильно связанным электронам в ОЦК решетке (или сверхрешетке). В присутствии достаточно сильного тянущего поля устойчивым относительно флуктуаций плотности заряда оказывается состояние с отличной от нуля поперечной (относительно тянущего поля) эдс. Спонтанное возникновение поперечной эдс может быть интерпретировано как неравновесный фазовый переход 2-го рода, в котором роль параметра порядка играет поперечная эдс, роль температуры — тянущее поле, а условие разомкнутости образца в поперечном направлении аналогично условию минимума термодинамического потенциала. Рассмотрен более общий случай, когда образец в поперечном направлении замкнут на конечное сопротивление.

Нелинейные эффекты, возникающие в проводниках с непараболическим законом дисперсии носителей (в том числе в сверхрешетках) под действием сильных полей, изучались многими авторами (см., например, монографии [1, 2]). В большинстве работ предполагалась либо слабая непараболичность, либо аддитивность закона дисперсии, $\varepsilon(p) = \varepsilon_1(p_x) + \varepsilon_2(p_y) + \varepsilon_3(p_z)$. В то же время известно (см., например, [3, 4]), что неаддитивность закона дисперсии может привести к ряду новых нелинейных эффектов. В связи с этим в настоящей работе рассматривается поведение проводника с неаддитивным непараболическим законом дисперсии в сильном постоянном электрическом поле.

Для определенности рассмотрим закон дисперсии для электронов в ОЦК решетке в приближении сильной связи [5]

$$\varepsilon(p) \approx \varepsilon_0 - \frac{\Delta}{2} \cos \frac{ap_x}{2} \cos \frac{ap_y}{2} \cos \frac{ap_z}{2}, \quad (1)$$

где Δ — ширина зоны проводимости, a — постоянная решетки, p — квазимпульс электрона, $\hbar = 1$. Ограничимся рамками квазиклассического приближения: $\Delta \gg \gg \tau^{-1}$, $eE_0 a$, где τ — время свободного пробега электрона, E_0 — напряженность электрического поля в образце; оси координат совпадают с главными осями кристаллической решетки. Излагаемые ниже результаты относятся также к трехмерным сверхрешеткам (примером могут служить кластерные сверхрешетки на основе цеолитов [6]).

Для вычисления плотности тока будем пользоваться классическим уравнением Больцмана для электронов в постоянном электрическом поле с постоянным временем релаксации τ . Функция распределения $f(p)$ при этом находится точно, плотность тока определяется стандартным способом

$$j_0 = e \sum_p \frac{\partial \varepsilon(p)}{\partial p} f(p). \quad (2)$$

В результате получаем

$$j_{0i} = \sigma^{(i)} E_{0i} \quad (i = x, y, z), \quad (3)$$

$$\frac{\sigma^{(i)}}{\sigma_0} = \frac{1 - E^2 + 2E_i^2}{(1 + E^2)^2 - 4(E_x^2 E_y^2 + E_x^2 E_z^2 + E_y^2 E_z^2)}, \quad (4)$$

где $E = e a \tau E_0 / 2$ — безразмерная напряженность электрического поля,

$$\sigma_0 = e^2 n \Delta a^2 \tau^2 \left[I_1 \left(\frac{\Delta}{4T} \right) / 2I_0 \left(\frac{\Delta}{4T} \right) \right]^3 \quad (5)$$

— проводимость в слабом электрическом поле ($E \ll 1$), n — концентрация носителей, T — температура решетки в энергетических единицах, $I_k(z)$ — модифицированная функция Бесселя. В дальнейшем для простоты рассматриваем случай, когда вектор E_0 лежит в плоскости XOY , а заданное (тянущее) поле направлено вдоль оси OX .

Пусть в направлении OY образец разомкнут, тогда из (3) и (4) следует (в безразмерных обозначениях)

$$j_x = \frac{E_x (1 + E_x^2 - E_y^2)}{1 + 2(E_x^2 + E_y^2) + (E_x^2 - E_y^2)^2} \quad (j = j_0 e a \tau / 2 \sigma_0) \quad (6)$$

$$E_y (1 + E_y^2 - E_x^2) = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) имеет решения

$$E_y = 0, \quad (8)$$

$$E_y = \pm \sqrt{E_x^2 - 1} \quad (|E_x| > 1). \quad (9)$$

Из (9) следует, что при $|E_x| > 1$ в образце может существовать отличное от нуля поперечное (по отношению к тянущему) поле. Из условия устойчивости [7]

$$\frac{d(\sigma^{(y)} E_y)}{dE_y} > 0 \quad (10)$$

следует, что при $|E_x| < 1$ устойчивым будет нулевое решение (8), а при $|E_x| > 1$ ненулевое решение (9). Таким образом, при $|E_x| = 1$ имеет место бифуркация.

Знаки \pm в (9) соответствуют спонтанному нарушению симметрии (относительно оси OX) и возникновению поперечного поля в одном из двух взаимно противоположных направлений; выбор направления определяется случайной флуктуацией либо затравочной неоднородностью. Ситуация здесь такая же, как, например, при сегнетоэлектрическом фазовом переходе 2-го рода, когда возникает

спонтанная поляризация $P \sim \pm (T_c - T)^{1/2}$ (T_c — точка Кюри). Более близкой аналогией является многозначный эффект Сасаки в многодолинных полупроводниках при симметричной ориентации сильного тянущего поля относительно электронных долин [6].

Заметим, что наличие ненулевого поперечного поля влияет на вид продольной вольт-амперной характеристики (ВАХ)

$$j_x = \frac{E_x}{1 + E_x^2}, \quad 0 < |E_x| < 1, \quad (11)$$

$$j_x = (2E_x)^{-1}, \quad |E_x| > 1. \quad (12)$$

В отсутствие поперечного поля вся ВАХ описывалась бы формулой (11).

Отмеченную выше аналогию между возникновением поперечной эдс в сильном тянущем поле и равновесным фазовым переходом можно продолжить. Обсуждаемый эффект можно трактовать как неравновесный фазовый переход 2-го рода, где параметром порядка служит поле E_y , роль температуры играет величина E_x^{-2} , а точки Кюри — единица (в размерных величинах соответственно E_{0x}^{-2} и $(eat/-)^2$). Аналогом термодинамического потенциала служит функция

$$\Phi_0 = \frac{1}{4} \ln [1 + 2(E_x^2 + E_y^2) + (E_x^2 - E_y^2)^2], \quad (13)$$

с помощью которой формулы (3) и (4) можно представить в виде

$$j_i = \frac{\partial \Phi_0}{\partial E_i}, \quad (i = x, y). \quad (14)$$

Условие разомкнутости образца в y -направлении $j_y = 0$ аналогично условию минимума термодинамического потенциала в теории равновесных фазовых переходов. Легко видеть, что при $|E_x| > 1$ и, стало быть, при $E_y^2 = E_x^2 - 1$ имеет место неравенство $\Phi_0(E_x^2, E_y^2) < \Phi_0(E_x^2, 0)$, т. е. в устойчивом состоянии реализуется минимум потенциала Φ_0 .

Подчеркнем, что рассматриваемый неравновесный фазовый переход в отличие от равновесного не связан со структурной перестройкой системы.

Рассмотрим далее случай, когда образец не разомкнут в y -направлении, а замкнут на некоторое конечное сопротивление (R). Для этой электрической цепи имеем

$$SRi_{0y} + LE_{0y} = 0, \quad (15)$$

где L — длина образца в направлении OY , а S — площадь его сечения, перпендикулярного OY . Подставляя (3) и (4) в (15), находим уравнение для поперечного поля (E_y^2) как функции заданного продольного поля (E_x^2)

$$1 - E_x^2 + E_y^2 + \eta [1 + 2(E_x^2 + E_y^2) + (E_x^2 - E_y^2)^2] = 0, \quad (16)$$

где $\eta^{-1} = SR\sigma_0/L$. Вещественные положительные решения этого уравнения, имеющие вид

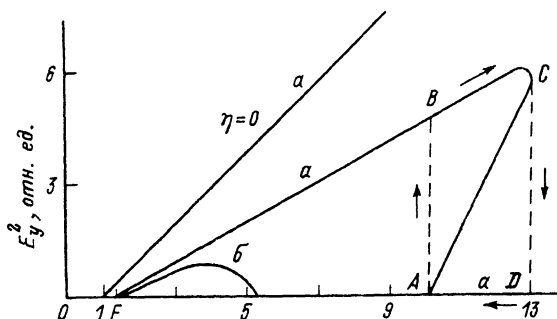


Рис. 1. Зависимость поперечного поля E_y^2 от тянущего поля E_x^2 для случаев а и б.

$$E_y^2 = E_x^2 - 1 - \frac{1}{2\eta} (1 \mp \sqrt{1 - 16\eta^2 E_x^2}), \quad (17)$$

существуют только в тянущих полях $|E_x| < (4\eta)^{-1}$ и при $0 < \eta < 0.125$. Графически найденная функция $E_y^2 = E_y^2(E_x^2, \eta)$ представляет собой часть параболы (рис. 1), пересекающей ось абсцисс в двух точках

$$E_{x1,2}^2 = \frac{1}{2\eta} (1 - 2\eta \mp \sqrt{1 - 8\eta}). \quad (18)$$

При $\eta \rightarrow 0$ парабола вырождается в две прямые, одна из которых ($E_y^2 = E_x^2 - 1$) соответствует уже рассмотренному случаю, а вторая удаляется на бесконечность ($E_{x2}^2 \rightarrow \infty$).

Таким образом, в интервале полей $|E_{x1}| < |E_x| < (4\eta)^{-1}$ в образце возникает поперечное поле (17), величина которого зависит как от E_x^2 , так и от внешней нагрузки R . При этом следует различать два принципиально различных случая

$$\text{а) } 0 < \eta < \eta_0 = \frac{1}{4}(\sqrt{2} - 1),$$

$$\text{б) } \eta_0 < \eta < 0.125$$

(если $\eta = 0.125$, парабола (17) лишь касается оси абсцисс снизу в точке ($E_{x1}^2 = E_{x2}^2 = 3$). В случае б) зависимость E_y^2 от E_x^2 однозначная, в то время как в случае а) при $|E_{x2}| < |E_x| < (4\eta)^{-1}$ — двузначная. Соответственно указанному разделению значений параметра η поля $|E_{x1}|$ и $|E_{x2}|$ лежат в интервалах

$$\text{а) } 1 < E_{x1}^2 < 3, \quad E_g^2 < E_{x2}^2 < \infty,$$

$$\text{б) } 1 < E_{x1}^2 < 3, \quad 3 < E_{x2}^2 < E_g^2 = 3 + 2\sqrt{2}.$$

В случае а) в точке E_{x2}^2 поперечное поле имеет два значения: $E_{y2}^2 = 0$ и

$$E_{yB}^2 = \frac{1}{\eta} (\sqrt{1 - 8\eta} - 4\eta), \quad (19)$$

причем $E_{yB}^2 \rightarrow 0$ при $\eta \rightarrow \eta_0$. При $E_x^2 = E_{xC}^2 = (4\eta)^{-2}$

$$E_{yC}^2 = \frac{1}{16\eta^2} (1 - 8\eta - 16\eta^2). \quad (20)$$

Если $\eta \rightarrow \eta_0$, то величина $E_{xC}^2 \rightarrow E_g^2$, а $E_{yC}^2 \rightarrow 0$. В тянущем поле

$$E_{x\max}^2 = \frac{1}{16\eta^2} (1 - 16\eta^2) \quad (21)$$

поперечное поле максимально

$$E_{y\max}^2 = \frac{1}{16\eta^2} (1 - 8\eta). \quad (22)$$

Устойчивость найденных значений поперечного поля удобно исследовать с привлечением введенного выше неравновесного «термодинамического потенциала», принимающего в данном случае вид

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{\eta}{2} E_y^2. \quad (23)$$

С помощью (23) уравнение (16) записывается как условие минимальности Φ

$$\frac{\partial \Phi}{\partial E_y} = 0 \quad (24)$$

(плотность продольного тока по-прежнему определяется производной $j_x = \partial \Phi / \partial E_x = -\partial \Phi_0 / \partial E_x$). Далее, как и в теории фазовых переходов 2-го рода Ландау, рассмотрим поведение $\Phi(E_x^2, E_y^2)$ вблизи точек Кюри (в нашем случае — точек E_{x1}^2 и E_{x2}^2).

Разложим Φ в ряд по степеням E_y^2 и ограничимся членами $\sim E_y^4$

$$\Phi = \frac{1}{2} \ln(1 + E_x^2) \left[\frac{1 - E_x^2}{(1 + E_x^2)^2} + \eta \right] \frac{E_y^2}{2} + \left[\frac{6E_x^2 - E_x^4 - 1}{(1 + E_x^2)^4} \right] \frac{E_y^4}{4}. \quad (25)$$

Это разложение имеет смысл лишь при значениях E_x^2 , близких к тем, при которых происходит фазовый переход, т. е. $E_{x1,2}^2$. Поэтому в (25) можно заменить E_x^2 на $E_{x1,2}^2$ везде, кроме множителя, обратившегося бы в нуль при такой замене. В результате получаем

$$\begin{aligned} \Phi_{1,2} = & \ln(1 + E_{x1,2}^2) + \frac{(3 - E_{x1,2}^2)}{(1 + E_{x1,2}^2)^3} (E_{x1,2}^2 - E_x^2) \frac{E_y^2}{2} + \\ & + \frac{(E_g^2 - E_{x1,2}^2)(E_{x1,2}^2 - E_g^2) E_y^4}{(1 + E_{x1,2}^2)^4} \cdot \frac{1}{4}. \end{aligned} \quad (26)$$

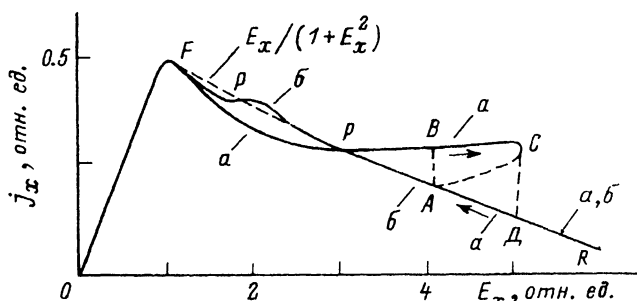


Рис. 2. Типичные ВАХ для случаев а и б.

Знак последнего члена в (26) совпадает со знаком разности $\delta_{1,2} = E_g^2 - E_{x1,2}^2$ так как $E_{x1,2}^2 - E_g^2 > 0$ всегда. В случае а) $\delta_1 > 0$, $\delta_2 < 0$, а в случае б) $\delta_{1,2} > 0$. Возможные знаки второго слагаемого в (26) очевидны. Определяемое условием (24) состояние системы с $E_y^2 \neq 0$ устойчиво, если второй и третий члены в (26) имеют различные знаки. Таким образом, устойчивыми оказываются состояния системы со значениями $E_y^2 \neq 0$ вблизи точки E_{x1}^2 (а, б) и точки E_{x2}^2 (б).

Участок AC соответствует неустойчивым состояниям, и, следовательно, в случае а) зависимость E_y^2 от E_x^2 носит гистерезисный характер: при увеличении E_x^2 изменение E_y^2 идет по пути OFBCD, при уменьшении — по пути DABFO. Параметры петли гистерезиса приведены выше.

Продольная ВАХ для устойчивых состояний с $E_y^2 \neq 0$ находится подстановкой (17) в (6), в результате чего имеем

$$j_x = \frac{1}{4E_x} \{1 + 4\eta E_x^2 + \sqrt{1 - 16\eta^2 E_x^2}\}, \quad (|E_x| > |E_{x1}|). \quad (27)$$

Типичные ВАХ для случаев а) и б) приведены на рис. 2. Функция $j_x(E_x)$ (27) совпадает с функцией $j_x = E_x / (1 + E_x^2)$ в точках E_{x1} и E_{x2} , а также в точке P

$$E_{xp}^2 = \frac{1}{2\eta} (1 - 2\eta). \quad (28)$$

В случае а) ВАХ содержит петлю гистерезиса ABCD, из-за чего с ростом $|E_x|$ изменение j_x идет по пути OFPBCD, а с уменьшением $|E_x|$ — по пути RDABPF, при этом в точках $|E_x| = (4\eta)^{-1}$ и $|E_x| = |E_{x2}|$ плотность тока испытывает скачки $C \rightarrow D$ и $A \rightarrow B$ соответственно. Плотность тока в точках P и C равна

$$j_p = \sqrt{2\eta(1 - 2\eta)}, \quad j_c = 0.25 + \eta. \quad (29)$$

Заметим, что при $\eta < 0.0625$ участок PBC содержит min и max, причем величина последнего близка к j_c .

Список литературы

- [1] Эпштейн Э. М., Шмелев Г. М., Цуркан Г. И. Фотостимулированные процессы в полупроводниках. Кишинев, 1987. 168 с.

- [2] Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М., 1989. 288 с.
- [3] Басс Ф. Г., Вацова Л. Б. // Препринт ИРЭ АН УССР № 143. Харьков, 1980. 40 с.
- [4] Эпштейн Э. М. // ФТП. 1977. Т. 11. № 11. С. 2231—2233.
- [5] Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М.; Л., 1962. 420 с.
- [6] Богомолов В. Н., Задорожний А. И., Павлова Т. М., Петрановский В. П., Подхалюзин В. П., Холкин А. Л. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. № 7. С. 406—409.
- [7] Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. Г. Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. М., Наука, 1972. 416 с.
- [8] Грибников З. С., Митин В. В. // Тр. симпозиума по физике плазмы и электрическим неустойчивостям в твердых телах. Вильнюс, 1972. С. 130—133.

Волгоградский
педагогический институт

Поступило в Редакцию
19 марта 1992 г.
