Квантовые эффекты в анизотропном ферримагнетике

© Ю.А. Фридман, О.А. Космачев

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Украина

E-mail: frid@tnu.crimea.ua

(Поступила в Редакцию 24 марта 2008 г.)

Исследуется модель двухподрешеточного коллинеарного ферримагнетика с прямым обменным взаимодействием и неравными значениями парциальной намагниченности. Определено условие точки компенсации по материальным параметрам системы при низких температурах. Найдены спектры возбуждения, а также проведен анализ спектров в зависимости от величины суммарной намагниченности обеих подрешеток.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Украины.

PACS: 75.10.Jm, 75.30.Gw, 72.55.+s

1. Введение

Исследование магнетиков с ярко выраженными квантовыми свойствами, к которым прежде всего относятся магнетики с большой одноионной анизотропией, вызывает устойчивый интерес как теоретиков, так и экспериментаторов [1,2]. Прежде всего это связано с тем, что в таких магнетиках квантовые свойства отдельных спинов в эффективном поле играют решающую роль в формировании динамических и термодинамических свойств таких систем. Учет большой одноионной анизотропии (сравнимой или даже превосходящей обменное взаимодействие) выявил ряд необычных с точки зрения феноменологической теории свойств. Точный учет одноионной анизотропии для систем с большим спином, во-первых, приводит к существенной неэквидистантности одноионного спектра и появлению дополнительных ветвей в спектре элементарных возбуждений, а во-вторых — к возникновению эффекта квантового сокращения спина, который может приводить к формированию магнитных фаз с тензорными параметрами порядка [1–3].

Исследования такого рода активно проводятся как в ферро-, так и в антиферромагнетиках [4–9]. Однако, насколько нам известно, сильно анизотропные ферримагнетики в этом смысле изучены недостаточно, хотя и в них могут наблюдаться интересные эффекты. Так, например, хорошо известно, что в ферримагнетиках наблюдается эффект компенсации намагниченности подрешеток при определенной температуре [10]. Однако, как уже отмечалось ранее, в магнетиках с большой одноионной анизотропией возможен эффект квантового сокращения спина [11]. Такой квантовый эффект в ферримагнетиках также может приводить к компенсации полного магнитного момента, но не по температуре, а по константе анизотропии.

Таким образом, целью настоящей работы является исследование квантовых эффектов в анизотропном ферримагнетике.

2. Модель

В качестве исследуемой системы рассмотрим двухподрешеточный коллинеарный магнетик с нескомпенсированными магнитными моментами подрешеток. Для определенности предположим, что спин магнитного иона первой подрешетки равен единице ($S_1 = 1$), а второй — 1/2 ($s_2 = 1/2$). Кроме того, первая подрешетка является анизотропной и обладает анизотропией типа „легкая плоскость“. Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathscr{H} = -\frac{1}{2}\sum_{n,n'} J^{(1)}(n-n')\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'} - \frac{1}{2}\sum_{m,m'} J^{(2)}(m-m')\mathbf{s}_m\mathbf{s}_{m'} - \sum_{n,m} J^{(12)}(n-m)\mathbf{S}_n\mathbf{s}_m + \frac{\beta}{2}\sum_n (S_n^x)^2, \quad (1)$$

где $J^{(1)}(n-n') > 0$, $J^{(2)}(m-m') > 0$, $J^{(12)}(n-m) < 0$ — константы обменного взаимодействия первой, второй подрешеток и межподрешеточного взаимодействия соответственно; n, m — номера узлов первой и второй подрешеток соответственно; $\mathbf{S}_n$ — спиновой оператор первой подрешетки; $\mathbf{s}_m$ — спиновой оператор второй подрешетки; $\beta > 0$ — константа одноионной анизотропии типа „легкая плоскость“ (ZOY — базисная плоскость). Все дальнейшие вычисления будем проводить для случая низких температур.

Повернем вторую подрешетку ($s_2 = 1/2$) так, чтобы направления осей квантования в обеих подрешетках совпадали. Унитарный поворот $U(\varphi) = \prod_n e^{i\varphi S_n^x}$ на угол $\varphi = \pi$ приводит к следующим преобразованиям компонент спинового оператора второй подрешетки:

$$s_{n_2}^x \to s_{n_2}^x, \quad s_{n_2}^y \to -s_{n_2}^y, \quad s_{n_2}^z \to -s_{n_2}^z.$$

Необходимо отметить, что при таких преобразованиях сохраняются стандартные коммутационные соотношения между компонентами спиновых операторов.

Для точного учета одноионной анизотропии воспользуемся техникой операторов Хаббарда [8,9,12], которые строятся на базисе собственных функций одноузельного гамильтониана. Выделяя в обменных частях гамильтониана (1) средние поля в соответствующих подрешетках, для одноузельного гамильтониана получим

$$\mathscr{H}_0 = -\bar{H}_1 S_n^z - \bar{H}_2 s_m^z + \beta (S_n^x)^2, \tag{2}$$

где $\bar{H}_1 = J_n^{(1)} \langle S_n^z \rangle + |J_0^{(12)}| \langle s_m^z \rangle$, $\bar{H}_2 = J_0^{(2)} \langle s_m^z \rangle + |J_0^{(12)}| \langle S_n^z \rangle$, $J_0^{(1)}$, $J_0^{(2)}$, $J_0^{(12)}$ — Фурье-образы констант обменного взаимодействия.

Решая с гамильтонианом (2) одноузельную задачу, получим энергетические уровни магнитных ионов соответствующих подрешеток

$$E_{1,-1} = \mp \bar{H}_1 \cos 2\alpha \pm \frac{\beta}{2} \sin 2\alpha, \quad E_0 = \frac{\beta}{2}, \tag{3}$$

$$\tilde{E}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = \mp \bar{H}_2 \tag{4}$$

и волновые функции соответствующих подрешеток

$$\Psi(1) = \cos\alpha |1\rangle + \sin\alpha |-1\rangle,$$

$$\Psi(0) = |0\rangle, \quad \Psi(-1) = -\sin\alpha |1\rangle + \cos\alpha |-1\rangle, \tag{5}$$

$$\Phi\left(\frac{1}{2}\right) = \left|\frac{1}{2}\right\rangle, \quad \Phi\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|-\frac{1}{2}\right\rangle. \tag{6}$$

Здесь введены следующие обозначения: $E_i (i = 1, 0, -1)$ — энергетические уровни магнитного иона первой подрешетки со спином $S = 1$; $\tilde{E}_i \left(i = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ — энергетические уровни магнитного иона второй подрешетки со спином $s = \frac{1}{2}$; $\Psi(M)$, $\Phi(M)$ — волновые функции первой и второй подрешеток соответственно. Параметр обобщенного $u{-}v$-преобразования [13] α определяется уравнением

$$J_0^{(1)} \sin 4\alpha + |J_0^{(1,2)}| \sin 2\alpha + \beta \cos 2\alpha = 0. \tag{7}$$

На базисе собственных функций (5) и (6) построим операторы Хаббарда [8,9,11,12] $X^{M'M} = |\Psi(M')\rangle\langle\Psi(M)|$ и $Y^{M'M} = |\Phi(M')\rangle\langle\Phi(M)|$, которые связаны со спиновыми операторами следующим образом:

$$S^z = \cos 2\alpha (X^{1,1} - X^{-1,-1}) - \sin 2\alpha (X^{1,-1} + X^{-1,1}),$$

$$S^+ = \sqrt{2} \cos\alpha (X^{1,0} + X^{0,-1}) + \sqrt{2} \sin\alpha (X^{0,1} - X^{-1,0}), \quad S^- = (S^+)^+, \tag{8}$$

и

$$s^z = \frac{1}{2}\left(Y^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} - Y^{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}\right), \quad s^+ = Y^{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}, \quad s^- = (s^+)^+. \tag{9}$$

Из связи (8) и (9) можно легко определить среднее значение намагниченности (на один узел) в каждой подрешетке при низких температурах

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha, \quad \langle s^z \rangle = \frac{1}{2}. \tag{10}$$

Как следует из соотношения (10) и уравнения (7), намагниченность первой подрешетки существенно зависит от соотношения между обменными интегралами и константой одноионной анизотропии. Рассмотрим подробнее различные предельные случаи соотношений между материальными константами, предполагая температуру низкой.

1) Предположим, что материальные константы таковы, что намагниченность первой подрешетки близка к максимально возможной, т. е. $\langle S^z \rangle \approx 1$. Тогда из уравнения (7) получаем

$$\sin 2\alpha \approx -\frac{2\beta}{2J_0^{(1)} + |J_0^{(1,2)}|}.$$

При $\beta \ll J_0^{(1)}$, $|J_0^{(1,2)}| \sin 2\alpha \ll 1$, а $\cos 2\alpha \sim 1$, и, как следует из (10), $\langle S^z \rangle \approx 1$.

2) Предположим теперь, что материальные константы таковы, что намагниченность первой подрешетки мала. Тогда

$$\cos 2\alpha \approx \frac{|J_0^{(1,2)}|}{2(\beta - J_0^{(1)})}.$$

Это означает, что при $\beta \gg J_0^{(1)}, J_0^{(1,2)}$ намагниченность первой подрешетки становится существенно меньше максимально возможного значения, т. е. происходит квантовое сокращение спина [14]. Этот эффект связан со структурой волновой функции основного состояния магнитного иона, которая в данном случае, как следует из (5), имеет вид

$$\Psi(1) = \cos\alpha |1\rangle + \sin\alpha |-1\rangle.$$

Как видно из этого выражения, эффект квантового сокращения спина связан с „перепутыванием“ состояний $|1\rangle$ и $|-1\rangle$ в волновой функции основного состояния. Это „перепутывание“ вызвано наличием большой одноионной анизотропии.

3) Рассмотрим, наконец, самый интересный для нас случай, когда магнитный момент первой подрешетки (на один узел) становится равным намагниченности второй подрешетки, т. е. 1/2. Из уравнения (7) и связи спиновых операторов с операторами Хаббарда (8) можно получить

$$\cos 2\alpha \approx \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta, \tag{11}$$

где

$$\Delta \approx \frac{\beta - \sqrt{3}\left(J_0^{(1)} + |J_0^{(1,2)}|\right)}{2J_0^{(1)} - |J_0^{(1,2)}| + \sqrt{3}\beta}.$$

Как следует из (10) и (11), намагниченность первой подрешетки совпадает с намагниченностью второй подрешетки при $\Delta = 0$, т. е. при

$$\beta = \sqrt{3}\left(J_0^{(1)} + |J_0^{(1,2)}|\right) \tag{12}$$

суммарная намагниченность рассматриваемого ферримагнетика становится равной нулю. Таким образом, анизотропный ферримагнетик с анизотропией, определяемой выражением (12), находится в точке компенсации.

3. Спектры элементарных возбуждений в зависимости от величины суммарной намагниченности

Спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функций Грина [15]

$$G^{\alpha\alpha'}(n,\tau;n',\tau') = -\langle \hat{T} X_n^{\alpha}(\tau) X_{n'}^{\alpha'}(\tau')\rangle, \qquad (13)$$

где $\hat{T}$ — оператор Вика, $X_n^{\alpha}(\tau)$ — оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении, усредненный с полным гамильтонианом системы. Вывод дисперсионного уравнения, определяющего спектры элементарных возбуждений, приведен в [8,15]. Необходимо отметить, что использование техники операторов Хаббарда позволяет получить дисперсионное уравнение спиновых волн, справедливое при произвольном соотношении материальных констант и произвольных температурах (вплоть до температуры Кюри, исключая флуктуационную область) [8,9,12]. Решения дисперсионного уравнения имеют вид

$$\varepsilon_1^2(k) = E_{1,-1}\big(E_{1,-1} + 2J_k^{(1)}\sin^2 2\alpha\big), \qquad (14)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = (E_{1,0} + J_k^{(1)})^2 + \left(E_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} + \frac{J_k^{(2)}}{2}\right)^2 - (J_k^{(1)})^2\sin^2 2\alpha + (J_k^{(1,2)})^2\cos 2\alpha, \qquad (15)$$

где

$$E_{1,-1} = E_1 - E_{-1} = -2J_0^{(1)}\cos^2 2\alpha - |J_0^{(1,2)}|\cos 2\alpha + \beta\sin 2\alpha,$$

$$E_{10} + J_0^{(1)} \pm J_0^{(1)}\sin 2\alpha = -\frac{\beta}{2}(1-\sin 2\alpha) - J_0^{(1)}\cos^2 2\alpha - \frac{|J_0^{(1,2)}|}{2}\cos 2\alpha + J_0^{(1)} \pm J_0^{(1)}\sin 2\alpha,$$

$$E_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} + \frac{J_k^{(2)}}{2} = \frac{J_k^{(2)}}{2} - \frac{J_0^{(2)}}{2} - |J_0^{(1,2)}|\cos 2\alpha.$$

Следует отметить, что существует еще одна ветвь магнонов, которая в длинноволновом пределе $(k \to 0)$ является бесщелевой, $\varepsilon_3^2(k \to 0) = 0$.

Проанализируем решения дисперсионного уравнения в частных случаях.

1) $\langle S^z\rangle \approx 1$ — случай малой анизотропии $(\beta \ll J_0^{(1)}, |J_0^{(1,2)}|)$:

$$\varepsilon_1^2(k) \approx \big(2J_0^{(1)} + |J_0^{(1,2)}|\langle S_1^z\rangle\big)^2;$$

$$\varepsilon_2^2(k) \approx \left(\frac{\beta}{2} + J_0^{(1)} + \frac{|J_0^{(1,2)}|}{2} - J_k^{(1)}\right)^2 + \left(\frac{J_0^{(2)}}{2} + |J_0^{(1,2)}|\langle S_1^z\rangle - \frac{J_k^{(2)}}{2}\right)^2 + \big(J_k^{(1,2)}\big)^2_{k\to 0} \approx \left(\frac{\beta}{2} + \frac{|J_0^{(1,2)}|}{2}\right)^2 + \big(J_0^{(1,2)}\big)^2\big(1 + \langle S_1^z\rangle^2\big).$$

2) $\langle S^z\rangle \ll 1$ — случай большой анизотропии $(\beta \gg J_0^{(1)}, |J_0^{(1,2)}|)$:

$$\varepsilon_1^2(k\to 0) \approx \beta\big(\beta + 2|J_0^{(1,2)}|\big) - \beta\langle S_1^z\rangle\big(\beta\langle S_1^z\rangle - 2|J_0^{(1,2)}|\big),$$

$$\varepsilon_2^2(k\to 0) \approx \beta\big(\beta + 2|J_0^{(1,2)}|\big) - \frac{\beta}{2}\langle S_1^z\rangle\big(\beta\langle S_1^z\rangle - 2|J_0^{(1,2)}|\big).$$

3) $\langle S_1^z\rangle \approx 1/2$:

$$\varepsilon_1^2(k) \approx \left[\frac{J_0^{(1)}}{2} + \frac{|J_0^{(1,2)}|}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta + \Delta\left(\sqrt{3}J_0^{(1)} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times |J_0^{(1,2)}| - \frac{\beta}{2}\right)\right]\left[\frac{J_0^{(1)}}{2} + \frac{|J_0^{(1,2)}|}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta - \frac{3}{2}J_k^{(1)} + \Delta\left(\sqrt{3}J_0^{(1)} + \frac{\sqrt{3}}{2}|J_0^{(1,2)}| - \frac{\beta}{2} + \sqrt{3}J_k^{(1)}\right)\right],$$

$$\varepsilon_2^2(k) \approx \left[\frac{\beta}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{3}{4}J_0^{(1)} + \frac{|J_0^{(1,2)}|}{4} + (J_0^{(1)} - J_k^{(1)}) - \frac{\Delta}{4}\big(\beta - 2\sqrt{3}J_0^{(1)} - \sqrt{3}|J_0^{(1,2)}|\big)\right]^2 - (J_k^{(1)})^2\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta\right) + (J_k^{(1,2)})^2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta\right) + \left(J_k^{(1)} - J_0^{(1)} + |J_0^{(1,2)}|\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta\right)\right)^2.$$

При $k \to 0$ и $\Delta = 0$

$$\varepsilon_1^1(0) \approx \frac{1}{4}\big(|J_0^{(1,2)}| + J_0^{(1)} + \sqrt{3}\beta\big)\big(|J_0^{(1,2)}| + 2J_0^{(1)} + \sqrt{3}\beta\big),$$

$$\varepsilon_2^2(0) \approx \left(-\frac{|J_0^{(1,2)}|}{4} + \frac{3}{4}J_0^{(1)} - \frac{\beta}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)^2 - \frac{3}{4}\big(J_0^{(1)}\big)^2 + \frac{3}{4}\big(J_0^{(1,2)}\big)^2.$$

Во всех случаях щели в спектрах магнонов не обращаются в нуль при любых положительных значениях константы одноионной анизотропии. Это означает, что при любых значениях одноионной анизотропии спектры элементарных возбуждений остаются устойчивыми, т. е. система не испытывает фазовых переходов.

Полученные спектры магнонов хорошо согласуются с результатами работы [16] при $\beta = 0$.

4. Заключение

Таким образом, наличие достаточно большой одноионной анизотропии в одной из подрешеток ферримагнитного кристалла может приводить к эффекту компенсации магнитных моментов подрешеток. Причем эта точка определяется не только обменным взаимодействием анизотропной подрешетки, но и межподрешеточным взаимодействием. Как следует из поведения спектров элементарных возбуждений, точка компенсации магнитных моментов подрешеток не является точкой фазового перехода.

Необходимо подчеркнуть, что возникновение точки компенсации по константе анизотропии связано с эффектом квантового сокращения спина. Этот эффект обусловлен структурой волновой функции основного состояния и существенно проявляется для систем с целым спином магнитного иона. Также отметим, что для систем с полуцелым спином эффект квантового сокращения спина не наблюдается, что связано со структурой волновой функции основного состояния [14]. Так, например, если рассматривать неэквивалентные подрешетки $S = 1$ и $S = 3/2$ (анизотропная подрешетка), то волновая функция основного состояния анизотропной подрешетки имеет вид

$$\Psi\left(\frac{3}{2}\right) = \cos\mu\left|\frac{3}{2}\right\rangle + \sin\mu\left|-\frac{1}{2}\right\rangle.$$

В этом случае намагниченность анизотропной подрешетки имеет вид

$$\langle S^z_{\frac{3}{2}}\rangle = 1/2 + \cos 2\mu,$$

где параметр μ определяется уравнением

$$\left(J_0^{(1)}\left(\frac{1}{2} + \cos 2\mu\right) + |J_0^{(1,2)}|\right)\sin 2\mu + \frac{\beta}{2}\sin 2\mu + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}\cos 2\mu = 0.$$

Точка компенсации в этом случае должна наблюдаться при $\cos 2\mu = \frac{1}{2}$. Однако, как видно из последнего уравнения, не существует таких положительных значений константы одноионной анизотропии, при которых выполнялось бы это условие. Таким образом, в анизотропном ферримагнетике с полуцелым спином магнитного иона компенсация интегральной намагниченности не произойдет из-за слабой зависимости намагниченности в подрешетке с полуцелым спином от величины одноионной анизотропии [13,14].

Отметим также, что эффект квантового сокращения спина в данном случае не приводит к обнулению намагниченности первой подрешетки и возникновению фазы с тензорным параметром порядка (квадрупольной фазы), как это наблюдается в ферромагнетиках с большой одноионной анизотропией [8,9,14]. Это связано с влиянием второй подрешетки, которая в данном случае выполняет роль подмагничивающего поля.

Список литературы

[1] Э.Л. Нагаев. УФН **136**, 61 (1982).
[2] Э.Л. Нагаев. Магнетики со сложным обменным взаимодействием. Наука, М. (1988).
[3] T. Tsurento, T. Murano. Physica **51**, 186 (1971).
[4] T. Morija. Phys. Rev. **117**, 635 (1960).
[5] Ф.П. Онуфриева. ЖЭТФ **89**, 2270 (1985).
[6] H.H. Chen, P.M. Levy. Phys. Rev. Lett. **27**, 1383 (1971).
[7] В.М. Матвеев. ЖЭТФ **65**, 1626 (1973).
[8] Ю.А. Фридман, О.А. Космачев, Б.Л. Эйнгорн. ФНТ **31**, 687 (2005).
[9] Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Д.В. Спирин. ФНТ **29**, 1335 (2003).
[10] С.В. Вонсовский. Магнетизм. Наука, М. (1971). 1032 с.
[11] В.В. Вальков, С.Г. Овчинников. ТМФ **50**, 466 (1982).
[12] Р.О. Зайцев. ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
[13] В.В. Вальков. ТМФ **76**, 143 (1988).
[14] В.М. Локтев, В.С. Островский. ФНТ **20**, 983 (1994).
[15] В.В. Вальков, Т.А. Валькова, С.Г. Овчинников. ЖЭТФ **88**, 550 (1985).
[16] В.Г. Барьяхтар, И.Е. Дикштейн, В.А. Львов, В.В. Тарасенко, Д.А. Яблонский. ФТТ **21**, 1025 (1979).