УДК 535.372

ПРОПУСКАНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ СВЕРХРЕШЕТКАМИ В ОБЛАСТИ ЭКСИТОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

В. А. Кособукин

Методом матриц переноса получены точные выражения для коэффициентов пропускания, отражения и поглощения TE-поляризованного света полупроводниковой сверхрешеткой конечной толщины. При учете нелокальности диэлектрического отклика экситонов и в пренебрежении их «механическим» переносом между квантовыми ямами рассмотрены два практически важных случая: 1) движение экситона как целого квантовано ($a \gg a_B$, где a — ширина квантовой ямы, a_B — боровский радиус экситона), 2) экситоны в квантовых ямах квазидвумерны ($a \lessapprox a_B$). Изучена зависимость коэффициентов пропускания, отражения и поглощения света от частоты фотонов, затухания экситонов и толщины сверхрешетки.

Электромагнитные возбуждения в периодических диэлектрических структурах, в частности в одномерных сверхрешетках (СР) [1, 2], привлекают внимание своими уникальными свойствами и многообещающими практическими приложениями. Необычные свойства поляритонов, возникающих в СР в результате взаимодействия поляризационного коллективного возбуждения и электромагнитной волны, связаны с наличием дисперсии таких возбуждений. С этой точки зрения экситонные поляритоны (ЭП), определяющие оптические свойства полупроводниковых СР вблизи края собственного поглощения, занимают особое положение, поскольку для них существенны как частотная, так и пространственная дисперсия. Свойства ЭП изучались теоретически для бесконечных СР [3–5], но остаются неясными условия применимости этих результатов к реальным СР, которые включают в себя обычно сравнительно небольшое число элементарных сверхячеек.

В данной работе развита теория распространения световых волн (экситонных поляритонов) в полупроводниковых СР конечной толщины. Методом матриц переноса [6, 7] получены точные выражения для коэффициентов пропускания, отражения и поглощения света периодической сверхрешеткой в окрестности изолированного экситонного резонанса. На основе этих выражений изучены спектральные особенности наблюдаемых величин, а также прослежен их переход к пределу полубесконечной СР. Формализм матриц переноса изложен в п. 1, а далее, в п. 2 и 3, он применен к двум моделям СР (I и II), которые соответствуют размерно-квантованным экситонам и квазидвумерным экситонам в квантовых ямах, результаты численного анализа спектров для модели II обсуждаются в п. 4. В п. 5 отмечаются возможности метода в изучении более сложных структур, таких как ограниченные СР с дефектами.

1. Метод матриц переноса для световых волн в сверхрешетках

Изучим распространение световой волны в одномерной периодической СР, которая образована N слоями AB, где A — материал квантовой ямы (КЯ) шириной

a; B — материал, создающий барьер шириной b для движения носителей заряда между КЯ. В КЯ экситонная поляризация $\mathbf{P}_{ex}$ считается отличной от нуля, а фоновая диэлектрическая проницаемость равна ε_0. Барьерные слои занимают области $d(n-1)+a<z<dn$, где $1 \leqslant n \leqslant N$, вдоль оси СР (ось z), имеющей период $d=a+b$. В этих слоях и в областях $z<0$ и $z>Nd$ фоновая диэлектрическая проницаемость равна ε_B и $\mathbf{P}_{ex}=0$. Последнее условие означает, что для носителей заряда, образующих экситон, туннелирование через барьерные области B невозможно.

Рассмотрим монохроматическую (с частотой ω) электромагнитную волну TE-типа $\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \exp[-i(\omega t - \varkappa x)]E(z)\mathbf{e}_y$, где $\boldsymbol{\varkappa} = k_0\sqrt{\varepsilon_B}\sin\theta\mathbf{e}_x$, $k_0=\omega/c$, θ — угол падения, c — скорость света в вакууме, $\mathbf{e}_\alpha$ — орт α-й декартовой оси координат. Решение уравнений Максвелла в n-м безэкситонном слое B дает для электрического поля

$$E(z) = A_n \exp[ik_B(z-z_n)] + B_n \exp[-ik_B(z-z_n)], \tag{1}$$

где $k_B = \sqrt{\varepsilon_B k_0^2 - \varkappa^2} = k_0\sqrt{\varepsilon_B}\cos\theta$, $z_n = nd$, $n=0$ при $z<0$. Прохождение волны (1) через КЯ, обладающие экситонной структурой, будем описывать матрицей переноса Λ. Последняя определяется соотношением

$$\begin{pmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix}, \tag{2}$$

которое связывает амплитуды поля (1) слева и справа от КЯ. Для изучаемых ниже моделей матрица Λ имеет вид

$$\Lambda = \frac{1}{t}\begin{pmatrix} (t^2-r^2)\exp(ik_Bb) & r\exp(ik_Bb) \\ -r\exp(-ik_Bb) & \exp(-ik_Bb) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

где r и t — коэффициенты отражения и пропусканя света одиночной КЯ, вычисленные ниже (п. 2 и 3).

Определяющую роль в теории играют собственные числа $\lambda_\pm$ и векторы $W_\pm = \begin{pmatrix} u_\pm \\ v_\pm \end{pmatrix}$ матрицы Λ, которые находятся из уравнений

$$\det(\Lambda - \lambda I) = \lambda^2 - \lambda(\Lambda_{11} + \Lambda_{22}) + 1 = 0, \tag{4}$$

$$\Lambda W_\pm = \lambda_\pm W_\pm. \tag{5}$$

В (4) I — единичная матрица; Λ_{ik} — элементы матрицы (3), которая унимодулярна, т. е. $\det\Lambda = \Lambda_{11}\Lambda_{22} - \Lambda_{12}\Lambda_{21} = 1$. Учитывая условия $\lambda_+\lambda_- = 1$ и $\lambda_+ + \lambda_- = \Lambda_{11} + \Lambda_{22}$, вытекающие из (4), и полагая $\lambda_\pm = \exp(\pm iQd)$, где $Q = Q' + iQ''$ — комплексное число, получаем для блоховских электромагнитных возбуждений (поляритонов) в бесконечной СР дисперсионное уравнение вида $\cos Qd = \mathrm{Sp}\,\Lambda/2$ или

$$\cos Qd = \frac{1}{t}(t^2 - r^2 + 1)\cos(k_Bb) + \frac{i}{t}(t^2 - r^2 - 1)\sin(k_Bb). \tag{6}$$

Разложим вектор $\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}$ по линейно-независимым векторам $W_\pm$ задачи (5) и подействуем на него матрицей Λ^n. При учете (2) и (5) это дает

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \Lambda^n \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \Lambda^n (c_+ W_+ + c_- W_-) = c_+ \lambda_+^n \begin{pmatrix} u_+ \\ v_+ \end{pmatrix} + c_- \lambda_-^n \begin{pmatrix} u_- \\ v_- \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Для СР, содержащей N КЯ, в уравнении (7) с $n = N$ полагаем $B_N = 0$ (нет волны, падающей на СР справа). Исключив таким образом соотношение $c_-/c_+ = -(\lambda_+^N v_+)/(\lambda_-^N v_-)$, для коэффициентов пропускания T_N и отражения R_N света получаем выражения

$$T_N = \left| \frac{A_N}{A_0} \right|^2 = \left| \frac{w_+ - w_-}{w_+ \lambda_+^N - w_- \lambda_-^N} \right|^2,$$

$$R_N = \left| \frac{B_0}{A_0} \right|^2 = \left| \frac{w_+ w_- (\lambda_+^N - \lambda_-^N)}{w_+ \lambda_+^N - w_- \lambda_-^N} \right|^2, \tag{8}$$

где $w_\pm = v_\pm / u_\pm$. Кроме того, определим безразмерный показатель поглощения света

$$\alpha_N = -\left(k_0 \sqrt{\varepsilon_B}\, dN \right)^{-1} \ln T_N. \tag{9}$$

Для полубесконечной СР ($N \to \infty$) с учетом соотношения $w_+ w_- = \exp(-2ik_B b)$ в случае (3) получаем из (8) и (9)

$$\begin{gathered} T_N \approx |1 - (w_+/w_-)|^2 \exp(-2Q'' dN) \to 0, \\ R_N \to |w_+|^2, \;\; \alpha_N \to 2Q''/\left(k_0 \sqrt{\varepsilon_B} \right). \end{gathered} \tag{10}$$

Задачей дальнейшего будет вычисление матрицы Λ и величин (8), (9) для моделей I и II сверхрешетки, которые соответствуют условиям $a \gg a_B$ и $a \lessapprox a_B$ (a_B — боровский радиус экситона) при отсутствии «механического» (без участия длинноволнового поля) переноса экситона через барьерные слои B. Модель I учитывает размерное квантование движения экситона как целого, а в модели II экситон считается квазидвумерным.

2. Размерно-квантованные экситоны в квантовых ямах

В условиях $a \gg a_B$ экситон полупроводника может быть описан изотропной диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon_A(\omega, K) = \varepsilon_0 \left[1 + \frac{\omega_{LT}}{\omega_0 + hK^2/(2M) - \omega - i\Gamma} \right], \tag{11}$$

учитывающей эффекты пространственной дисперсии при конечном значении трансляционной массы экситона M. В (11) ω_0 — резонансная частота экситона,

ω_{LT} — продольно-поперечное расщепление, ε_0 — фоновая диэлектрическая постоянная (в общем случае $\varepsilon_0 \neq \varepsilon_B$).

При учете зависимости диэлектрической функции (11) от волнового вектора К электрическое поле в КЯ, т. е. при $z_n^- < z < z_n^+$ с $z_n^- = d\,(n-1)$ и $z_n^+ = d\,(n-1) + a$, включает в себя добавочную волну TE-типа, что выражается формулой

$$E(z) = \sum_{l=1}^{2} \{a_n^{(l)} \exp[ik_l(z - z_n^-)] + b_n^{(l)} \exp[-ik_l(z - z_n^+)]\}. \tag{12}$$

Волновые числа k_l поперечных волн с $l = 1$, 2 в (12) при заданной частоте ω определяются дисперсионным уравнением ЭП

$$(\varkappa^2 + k_l^2)/k_0^2 = \varepsilon_A\left(\omega, \sqrt{\varkappa^2 + k_l^2}\right). \tag{13}$$

Чтобы получить матрицу Λ, необходимо использовать максвелловские условия непрерывности на границах $z = z_n^-$ и $z = z_n^+$ касательных компонент электрического поля (1) и (12), магнитного поля $H = (-i/k_0)dE/dz$, а также дополнительные граничные условия. Последние берутся далее в форме Пекара $P_{ex} = 0$ для экситонной поляризации

$$4\pi P_{ex}(z) = \sum_{l=1}^{2} (n_l^2 - \varepsilon_0)\{a_n^{(l)} \exp[ik_l(z - z_n^-)] + b_n^{(l)} \exp[-ik_l(z - z_n^+)]\} \tag{14}$$

в поле (12), где $n_l^2 = \varepsilon_A\left(\omega, \sqrt{\varkappa^2 + k_l^2}\right)$. При этом матрица Λ выражается в форме (3) или (П.1), причем коэффициенты r и t определяются выражениями (П.2) и (П.6) из Приложения. Подстановка последних в (6) дает для блоховских ЭП бесконечной СР дисперсионное уравнение

$$\cos Qd = \frac{1}{X - Y}\{(X + Y)\cos(k_B b) - i(1 + XY)\sin(k_B b)\}, \tag{15}$$

которое при использовании (П.2) может быть преобразовано в уравнение (7) из работы [4]. Для собственных векторов матрицы (П.1) из уравнения (5) с учетом (15) находим

$$w_+ \exp(ik_B b) = \frac{1}{XY - 1}\{(XY + 1)\cos(k_B b) + \\ + i[(X - Y)\sin Qd - (X + Y)\sin(k_B b)]\} = \frac{1}{w_-}\exp(-ik_B b). \tag{16}$$

Использованные выше граничные условия Пекара $P_{ex} = 0$ исключают туннелирование экситонов между КЯ при любом $b > 0$, поэтому в случае $b/a \ll 1$ уравнения (15), (16) можно упростить, считая, как и в [4], что $b \to 0$. При этом (15) принимает вид $\cos Qd = (X + Y)/(X - Y)$, а в (16) $w_\pm = (XY + 1)/(XY - 1)$, причем $\lambda_\pm = \left(\sqrt{X} + \sqrt{Y}\right)/\left(\sqrt{X} - \sqrt{Y}\right)$. Подстановка результатов (15), (16) или соответствующих предельных значений в (8)—(10) формально решает поставленную выше задачу об оптическом пропускании СР. Качественные выводы удобно проиллюстрировать в длинноволновом пределе [4], когда из (15) следует уравнение ($\varepsilon_B = \varepsilon_0$)

$$(\varkappa^2 + Q^2)/k_0^2 = \tilde{\varepsilon}_{\mathrm{I}}(\omega, \varkappa) = \varepsilon_0 \left[1 + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\omega_{LT}^{(2j+1)}}{\omega_{2j+1} + \hbar\varkappa^2/(2M) - \omega - i\Gamma} \right]. \tag{17}$$

Из (17) следует, что в спектре ЭП сверхрешетки при $\varkappa = 0$ (нормальное падение) в отличие от ЭП трехмерного полупроводника с диэлектрической функцией (11) появляются запрещенные зоны при частотах, соответствующих отрицательности правой части (17) в случае $\Gamma = 0$ [4]. Положение запрещенных зон определяется уровнями размерного квантования движения экситона как целого в КЯ

$$\omega_{2j+1} = \omega_0 + \frac{\hbar\pi^2 (2j+1)^2}{2Ma^2}, \tag{18}$$

а ширина — эффективным продольно-поперечным расщеплением этих уровней

$$\omega_{LT}^{(2j+1)} = \frac{8}{\pi^2} \frac{a}{a+b} \frac{1}{(2j+1)^2} \omega_{LT}. \tag{19}$$

Возникновение запрещенных зон, связанное с невозможностью «механического» переноса экситонов между КЯ, должно сохраниться и в случае $a \sim a_B$, когда экситон двумеризуется в КЯ [4, 8], причем в пространстве между КЯ экситонной поляризацией можно пренебречь, как и в модели I. Эта ситуация рассматривается в следующих двух разделах на основе результатов работ [5, 9], относящихся к изолированному экситонному резонансу, в который переходит нижнее экситонное состояние из уравнения (17).

3. Квазидвумерные экситоны в сверхрешетке

В квантовых ямах с $a \lesssim a_B$ представление о диэлектрической проницаемости (11) становится неприменимым. Поэтому рассмотрим микроскопическую модель экситонной поляризации [5, 8], считая, что движение электрона и дырки в КЯ размерно квантовано, а туннелирование экситонов сквозь барьерные слои попрежнему отсутствует. Последнее означает, что в барьерных слоях существуют области, в которых огибающая волновой функции основного экситонного состояния одиночной (n-й) КЯ

$$\Psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) \sim \exp[i\boldsymbol{\varkappa}(m_e\boldsymbol{\rho}_e + m_h\boldsymbol{\rho}_h)/M]\,\varphi(\boldsymbol{\rho}_e - \boldsymbol{\rho}_h;\ z_e - \bar{z}_n,\ z_h - \bar{z}_n), \tag{20}$$

пренебрежимо мала, т. е. $|\varphi| \to 0$ при $z < d(n-1)$ и $z > dn - b$. В (20) m_e и m_h — эффективные массы электрона (e) и дырки (h), $\mathbf{r}_e = (\boldsymbol{\rho}_e, z_e)$ и $\mathbf{r}_h = (\boldsymbol{\rho}_h, z_h)$ — трехмерные радиусы-векторы их положений, причем координаты z_e и z_h в n-й КЯ отсчитываются по нормали к стенкам КЯ относительно центра КЯ $\bar{z}_n = d(n-1) + a/2$. В такой структуре макроскопическое электрическое поле может быть рассчитано из интегрального соотношения (ср. с [5]).

$$E(z) = E^0(z) + \frac{\bar{r}}{I_c^2} \int dz' e^{ik_B|z-z'|} \sum_n \Phi(z' - \bar{z}_n) \int dz'' \Phi(z'' - \bar{z}_n) E^0(z''), \tag{21}$$

причем в барьерных слоях поле (21) принимает вид (1). В (21) $E^0(z)$ — решение уравнений Максвелла в отсутствие экситонной поляризации, когда коэффициент отражения света одиночной КЯ

$$\bar{r}(\omega,\ \varkappa) = \frac{i\Gamma_0}{\bar{\omega}_0(\varkappa) - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)} \tag{22}$$

обращается в нуль; в (21) и далее считается, что $\varepsilon_0 = \varepsilon_B$.

С учетом симметрии $\Phi(-z) = \Phi(z)$ волновых функций $\Phi(z - \bar{z}_n) = \varphi(0;\ z - \bar{z}_n,\ z - \bar{z}_n)$ из (20) для I_c имеем

$$I_c = \int dz \Phi(z) \cos(k_B z) = \int dz \Phi(z) \exp(\pm i k_B z).$$

В выражении (22) в соответствии с результатами работы [5]

$$\Gamma_0 = \omega_{LT}(\pi a_B^3) \frac{\varepsilon_B k_0^2}{2k_B} I_c^2, \tag{23}$$

$$\bar{\omega}_0(\varkappa) = \bar{\omega}_0 + \frac{\hbar\varkappa^2}{2M} + \omega_{LT}(\pi a_B^3) \frac{\varepsilon_B k_0^2}{2k_B} \int\int dz dz' \sin(k_B |z - z'|) \Phi(z) \Phi(z') \tag{24}$$

суть радиационное затухание экситона и его частота с учетом размерного квантования носителей заряда (входит в частоту резонанса $\bar{\omega}_0$), пространственной дисперсии (конечной массы $M = m_e + m_h$) и радиационного сдвига, а Γ — феноменологический параметр затухания экситона в одиночной КЯ. Как для модели I, в (23), (24) ω_{LT}, a_B — продольно-поперечное расщепление и боровский радиус трехмерного экситона в объемном материале КЯ.

При условии, что $E^0(z) = A \exp(ik_B z) + B \exp(-ik_B z)$, рассматривая уравнение (21) слева и справа от одиночной КЯ, получаем выражение (2) с матрицей (3), в которой

$$r = \bar{r} \exp(ik_B a),\quad t = (1 + \bar{r}) \exp(ik_B a). \tag{25}$$

Подстановка этих выражений в (6) с учетом (22) дает дисперсионное уравнение ЭП

$$\cos Qd = \cos(k_B d) - \frac{\Gamma_0}{\bar{\omega}_0(\varkappa) - \omega - i\Gamma} \sin(k_B d), \tag{26}$$

полученное в [5], а для компонент $w_\pm = v_\pm / u_\pm$ собственных векторов $W_\pm$ из уравнения (5) находим

$$w_+ \exp(ik_B b) = \frac{1 - \cos(Q - k_B) d}{\cos Qd - \cos(k_B d)} = \frac{1}{w_-} \exp(-ik_B d). \tag{27}$$

В длинноволновом пределе ($|Q| d \ll 1$, $k_B d \ll 1$, но при любом $k_0 \sqrt{\varepsilon_B}\, dN$) уравнение (26) приводится к виду

$$(\varkappa^2 + Q^2)/k_0^2 = \tilde{\varepsilon}_{\rm II}(\omega, \varkappa) = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\bar{\omega}_{LT}}{\bar{\omega}_0(\varkappa) - \omega - i\Gamma}\right), \tag{28}$$

аналогичному (17). Здесь

$$\bar{\omega}_{LT} = \omega_{LT}(\pi a_B^3) \frac{1}{d} I_0^2 \tag{29}$$

— эффективное продольно-поперечное расщепление экситона в СР, а I_0 — это интеграл I_c в пределе $k_B b \to 0$. Используя длинноволновый предел $w_+ = (k_B - Q)/(k_B + Q) = 1/w$ выражения (27) и рассматривая нормальное распространение ЭП ($\varkappa = 0$), для коэффициентов (8) получаем

$$T_N = \left| \frac{4k_B Q}{\lambda_-^N (Q + k_B)^2 - \lambda_+^N (Q - k_B)^2} \right|^2,$$

$$R_N = \left| \frac{(k_B^2 - Q^2)(\lambda_+^N - \lambda_-^N)}{\lambda_-^N (Q + k_B)^2 - \lambda_+^N (Q - k_B)^2} \right|^2. \tag{30}$$

Эти выражения дают точные коэффициенты пропускания и отражения TE-поляризованного света пластиной толщины $L = dN$ с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon}_{\rm II}(\omega, \varkappa)$ из (28).

4. Численный анализ спектров

Для композиционных полупроводниковых сверхрешеток $d \sim 10 \div 10^3$ Å [1], причем $a \sim b$. Это означает, что модель I применима к материалам с малым боровским радиусом экситона a_B, а модель II соответствует материалам с большим a_B. К последним относятся СР GaAs/AlGaAs ($a_B = 140$Å), для которых мы и обсудим результаты расчета оптических спектров, относящиеся к нормальному ($\varkappa = 0$) распространению ЭП.

На рис. 1 для разных значений параметра $\gamma = \Gamma/\bar{\omega}_{LT}$ показана дисперсия ЭП (зависимость величин $q' = {\rm Re}\, Q/\left(k_0\sqrt{\varepsilon_B}\right)$ и $q'' = {\rm Im}\, Q/\left(k_0\sqrt{\varepsilon_B}\right)$ от $\xi = (\omega - \bar{\omega}_0(0))/\bar{\omega}_{LT}$) в бесконечной СР с эффективной диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon}_{\rm II}(\omega, 0)$ из (28) (длинноволновое приближение). Видно, что закон дисперсии ЭП даже при умеренных значениях γ существенно отличается от законов дисперсии, рассчитанных при $\gamma = 0$ по приближенной формуле (28) (с асимптотикой $\xi \to -0$ при $q' \to \infty$) и по точной формуле (26); заметим, что в последнем случае дисперсионная ветвь ЭП несколько сдвинута в область отрицательных значений ξ.

На рис. 2 представлены спектральные зависимости величин (8)—(10), а также коэффициента $1 - T_N - R_N$, характеризующего диссипацию энергии ЭП внутри СР. Из сравнения с результатами, представленными на рис. 3, 4, следует, что при $\mathscr{L} \sim 1$, где $\mathscr{L} = \sqrt{\varepsilon_B}\, k_0 dN$ — эффективная оптическая толщина СР, спектры принципиально отличаются по форме и по интенсивности от предельных спектральных зависимостей, соответствующих $\mathscr{L} \to \infty$ ($N \to \infty$).

Спектры отражения СР R_N при разных γ (рис. 3) и разных $\mathscr{L}$ (рис. 4) имеют максимумы в области продольно-поперечного расщепления ($0 < \xi < 1$), но

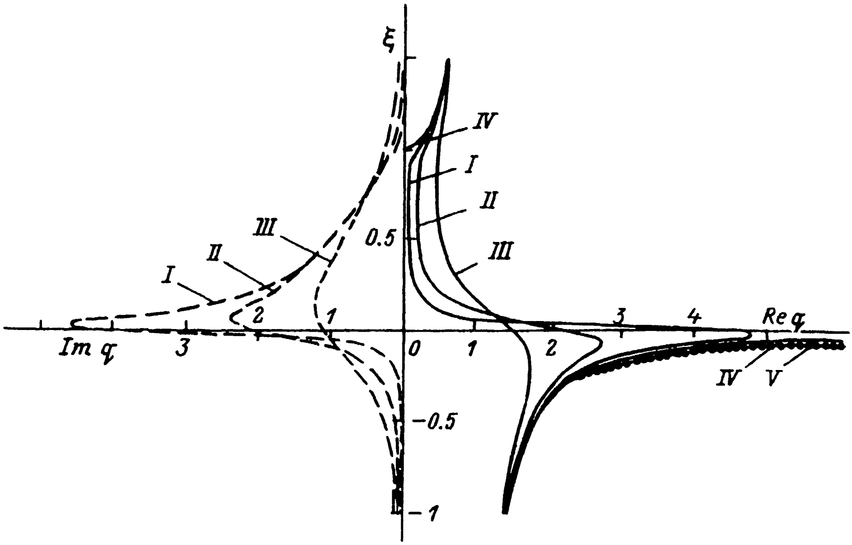

Рис. 1. Безразмерные дисперсионные зависимости $\mathrm{Re}q = \mathrm{Re}Q/(k_0\sqrt{\varepsilon_B})$ (сплошные кривые) и $\mathrm{Im}q = \mathrm{Im}Q/(k_0\sqrt{\varepsilon_B})$ (штриховые кривые) от $\xi = (\omega - \bar{\omega}_0(0))/\bar{\omega}_{LT}$ для экситонных поляритонов, распространяющихся вдоль оси бесконечной сверхрешетки (модель II с $\varkappa = 0$).

Кривые соответствуют следующим значениям параметра затухания $\gamma = \Gamma/\bar{\omega}_{LT}$: 0.03 (*I*), 0.1 (*II*), 0.3 (*III*) и 0 (*IV* и *V*). Дисперсионные ветви *I*—*IV* вычислены из уравнения (28) в длинноволновом приближении, *V* — из точного уравнения (26).

их форма сильно зависит от $\mathscr{L}$. Эта зависимость отчетливо проявляется при $\xi < 0$, где возникают осцилляции, обусловленные интерференцией света внутри СР. Действительно, в этой области, согласно рис. 1, величина волнового вектора ЭП q', а с ней и фаза интерференции $q'\mathscr{L}$, входящая в величины $\lambda_{\pm}^{N}$, сильно возрастают: при этом величина фазы (число осцилляций) и размах осцилляций функции $R_N(\xi)$ при $\xi < 0$ тем больше, чем меньше γ. Наибольшая близость функций $R_N(\xi)$ и $R_\infty(\xi)$ достигается в той части области $0 < \xi \ll 1$, где q'' максимально. При $\xi \sim 1$ обе величины q' и q'' сравнительно малы, поэтому функция $R_N(\xi)$ приближается к $R_\infty(\xi)$ только при $\mathscr{L} \gtrsim 1/(2q'')$ где $1/(2q'')$ — глубина затухания ЭП.

Отметим, что условие $\sqrt{\varepsilon_B}\, q' k_0 d < \pi$ того, что в спектре ЭП нет запрещенных зон, связанных с брэгговским рассеянием ЭП (q' не достигает границы зоны Бриллюэна СР), выполнено с запасом в длинноволновом приближении, когда $\sqrt{\varepsilon_B}\, |q| k_0 d \ll 1$. Последнее условие может нарушаться прежде всего для экситонов с малым затуханием ($\gamma \ll 1$) вблизи резонанса ($\xi = 0$), где величины q' и q'' резко возрастают, причем $\max q' \sim \max q'' \sim 1/\sqrt{2\gamma} \gg 1$. Однако длинноволновое приближение остается справедливым для СР с $d \ll \left(\sqrt{\varepsilon_b}\, k_0 \max|q|\right)^{-1}$. Снизу применимость модели II ограничена величиной периода СР d^*, при которой размерность экситона в СР меняется от трех к двум из-за образования минизон носителей заряда [8]. Таким образом, результаты, полученные в длинноволновом приближении для модели II, применимы, если $d^* < d < \sqrt{2\gamma}/\left(k_0\sqrt{\varepsilon_B}\right)$. Эти условия могут быть выполнены для реальных СР GaAs/AlGaAs с параметрами $\varepsilon_B = 12.5 = \varepsilon_0$, $d^* \cong 100$ Å (при $a \cong b$) [8], $1/(k_0\sqrt{\varepsilon_B}) \cong 400$ Å и $\gamma \gg 0.1$. В случае $\gamma \ll 0.1$, имеющем скорее всего теоретическое значение для современных СР,

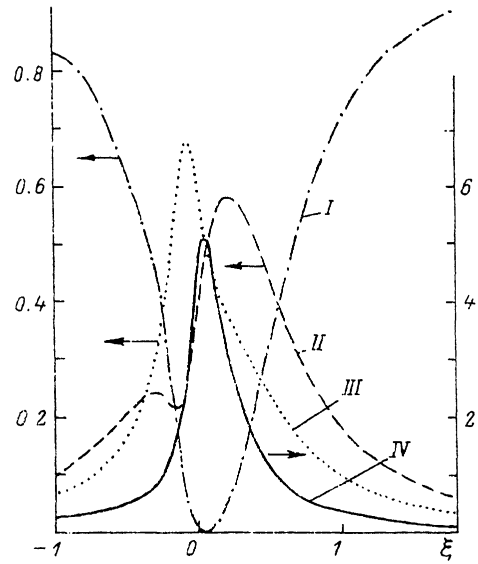

Рис. 2. Спектры пропускания T_N (*I*), отражения R_N (*II*), поглощения $1-T_N-R_N$ (*III*) и показатель поглощения α_N (*IV*) при нормальном падении в зависимости от $\xi = (\omega - \bar{\omega}_0(0))/\bar{\omega}_{LT}$ для сверхрешетки с оптической толщиной $\mathscr{L} = \sqrt{\varepsilon_B}\,k_0 dN = 1$ при $\gamma = \Gamma/\bar{\omega}_{LT} = 0.1$.

Стрелки указывают на масштабную шкалу для соответствующей величины.

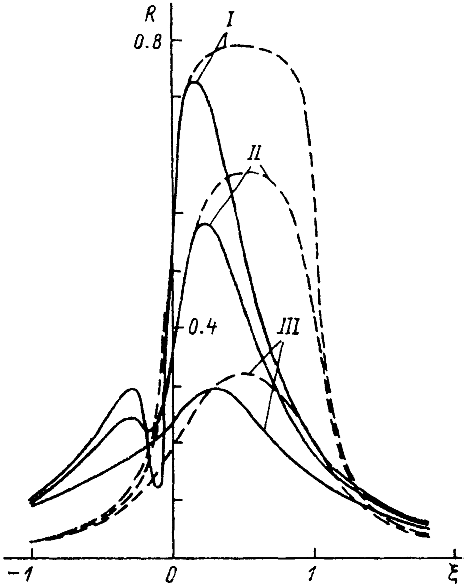

Рис. 3. Коэффициент отражения света R_N при нормальном падении от сверхрешетки с оптической толщиной $\mathscr{L} = \sqrt{\varepsilon_B}\,k_0 dN = 1$ (сплошные кривые) и $\mathscr{L} \to \infty$ ($N \to \infty$) (штриховые кривые) при следующих значениях параметра $\gamma = \Gamma/\bar{\omega}_{LT}$: 0.03 (*I*), 0.1 (*II*), 0.3 (*III*).

следует использовать точные уравнения (26), (27), анализ которых при $\varkappa = 0$ показывает, что основные черты закона дисперсии ЭП и коэффициентов (8) сохраняются.

5. Учет дефектов сверхрешетки

Метод матриц переноса удобен для изучения свойств СР с дефектами. Под дефектом полупроводниковой СР понимается ее участок, на котором или материал (A', B'), или ширина слоя (a', b'), или положение слоев отличается от соответствующих характеристик регулярной СР. Для примера обсудим случай дефекта, в котором слои A и B имеют измененные толщины a' и b'; дефект включен между участками регулярной СР из N_1 сверхъячеек слева ($z < N_1 d$) и N_2 справа ($z > N_1 d + a' + b'$). Исходя из определения поля (1) в слоях B, КЯ дефектной области характеризуем матрицей переноса Λ', имеющей собственные числа $\lambda'_\pm$ и векторы $W'_\pm$. Используя разложение $W_\pm = \alpha_\pm W'_+ + \beta_\pm W'_-$, находим уравнение

$$\begin{pmatrix}A_N\\ B_N\end{pmatrix} = \frac{c_+}{\alpha_+\beta_- - \alpha_-\beta_+}\left\{\left[\lambda_+^{N}(\alpha_+\beta_-\lambda'_+ - \alpha_-\beta_+\lambda'_-) + \frac{c_-}{c_+}\lambda_+^{N_2-N_1}\alpha_-\beta_-(\lambda'_+ - \lambda'_-)\right]W_+ + \right.$$
$$\left. + \left[\lambda_+^{N_1-N_2}\alpha_+\beta_+(\lambda'_- - \lambda'_+) + \frac{c_-}{c_+}\lambda_+^{-N}(\alpha_+\beta_-\lambda'_- - \alpha_-\beta_+\lambda'_+)\right]W_-\right\}, \qquad (31)$$

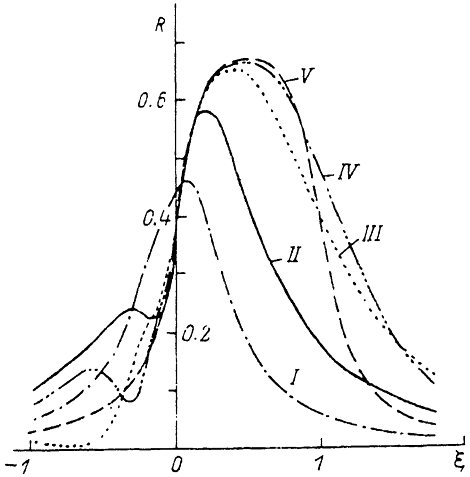

Рис. 4. То же, что и на рис. 3, при $\gamma = 0.1$ и следующих значениях оптической толщины сверхрешетки $\mathscr{L} = \sqrt{\varepsilon_B} k_0 dN$: 0.5 (*I*), 1 (*II*), 2 (*III*), 3 (*IV*) и ∞ (*V*).

аналогичное (7) с $n = N$. Здесь $\lambda'_+ \lambda'_- = 1$ и $N = N_1 + N_2$. Из второго уравнения (31), полагая $B_N = 0$, найдем отношение c_-/c_+, после чего, как и в п. 1, могут быть определены величины B_0 из (7) и A_N из (31), определяющие коэффициенты R_N и T_N в СР с дефектом.

В простейшем случае, когда дефектом является расширенная на величину Δb барьерная область N_1-й элементарной сверхъячейки, причем $a' = 0$, $b' = \Delta b$ и $r' = 0$ в диагональной матрице Λ' вида (3), находим, что $W'_+ = \begin{pmatrix} u'_+ \\ 0 \end{pmatrix}$, $W'_- = \begin{pmatrix} 0 \\ v'_- \end{pmatrix}$ и

$$T_N = \frac{|w_- - w_+|^4 \, |\lambda_+|^{2N}}{|w_- (w_- \lambda'_- - w_+ \lambda'_+) + 4 i w_- w_+ \lambda_+^N \times \cos [Qd (N_1 - N_2)] \sin (k_B \Delta b) - w_+ (w_- \lambda'_+ - w_+ \lambda'_-) \lambda_+^{2N}|^2}. \tag{32}$$

В случае $|\lambda_+|^N = \exp(-Q'dN) \ll 1$ из (32) получаем выражение

$$T_N = \frac{|w_- - w_+|^4}{|w_-|^2 \, |w_- \lambda'_- - w_+ \lambda'_+|^2} \exp(-2Q''dN),$$

которое при $\lambda'_+ = \lambda'_- = 1$ $(\Delta b = 0)$ переходит в T_N из (10). На частоте, удовлетворяющей условию

$$w_- \lambda'_- - w_+ \lambda'_+ = 0, \tag{33}$$

коэффициент пропускания света СР (32) принимает вид

$$T_N = \frac{\sin^2 (k_B \Delta B)}{|\operatorname{ch} \beta d (N_1 - N_2)|^2},$$

а при $N_1 = N_2$ переходит в $T_N = \sin^2 (k_B \Delta b)$.

Условию (33) эквивалентно уравнение

$$\operatorname{tg} (k_B \Delta b) = 2i \operatorname{sh} \beta d / (\Lambda_{11} - \Lambda_{22}),$$

которое определяет спектр (двумерную подзону) ЭП, локализованных вблизи дефекта в направлении оси СР. Длина экспоненциальной локализации электромагнитного поля вдоль оси СР равна $1/(2 \operatorname{Re} \beta)$, где β определяется уравнением

$\operatorname{ch}(\beta d) = \operatorname{Sp}\Lambda/2$, в которое переходят (6), (15) или (26), если частота ЭП попадает в зону запрещенных значений для блоховских состояний ЭП. Нахождение условий существования ЭП, одномерно локализованных на дефектах СР, и их спектра представляет собой важную самостоятельную задачу, на которой мы не останавливаемся (для некоторых типов дефектов СР такая задача рассматривалась в модели I [10]).

6. Заключительные замечания

Рассмотренная выше теория с формальной точки зрения во многом аналогична теории электронного переноса для одномерных моделей типа Кронига—Пенни [6, 7]. Этой аналогией определяются многообразные возможности дальнейшего обобщения теории экситонных поляритонов, в частности, на неупорядоченные полупроводниковые СР. Однако с физической точки зрения более существенны возникающие при этом принципиальные отличия от электронных задач. Так, если результаты электронной теории одномерных цепочек имеют в основном эвристическое значение из-за отсутствия соответствующих им одномерных реальных объектов [6, 7], то модель ЭП оказывается в значительной степени приближенной к реальности [8], а заложенные в ней физические эффекты — существенно богаче. Так, учету оптических резонансов в одноэлектронных моделях типа Кронига—Пенни нет аналога. Тем более это относится к эффектам пространственной дисперсии ЭП и поляризационным эффектам, которые должны проявляться при наклонном распространении ЭП по отношению к оси СР. Изучение именно этих эффектов представляется наиболее важным для дальнейшего развития теории, представленной в этой статье.

Автор признателен Е. Л. Ивченко за полезные замечания, сделанные при обсуждении результатов работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Матрица переносов для широких квантовых ям

Матрица Λ для описанной в п. 2 модели I, т. е. при $a \gg a_B$, получается из условий непрерывности на границах одиночной КЯ $z = dn$ и $z = a + dn$ касательных компонент электрического поля из (1), (12), магнитного поля $H = -(i/k_0)dE/dz$ и из дополнительных граничных условий для экситонной поляризации (14), которые берутся здесь в форме Пекара: $P_{ex} = 0$. Исключая из получающейся системы алгебраических выражений коэффициенты $a_{n+1}^{(l)}$ и $b_{n+1}^{(l)}$ для матрицы Λ в формуле (2), получаем

$$\Lambda = \frac{1}{Y - X}\begin{pmatrix} (1 - X)(1 - Y)\exp(ik_B b) & (1 - XY)\exp(ik_B b) \\ -(1 - XY)\exp(-ik_B b) & -(1 + X)(1 + Y)\exp(-ik_B b) \end{pmatrix}, \quad (\text{П}.1)$$

где

$$X = \frac{i(\eta - 1)}{\eta\nu_2 \operatorname{tg}(k_2 a/2) - \nu_1 \operatorname{tg}(k_1 a/2)},$$

$$Y = \frac{i(\eta - 1)}{\nu_1 \operatorname{ctg}(k_1 a/2) - \eta\nu_2 \operatorname{ctg}(k_2 a/2)}, \quad (\text{П}.2)$$

$$\eta = (n_1^2 - \varepsilon_0)/(n_2^2 - \varepsilon_0), \quad (\text{П}.3)$$

а величины $n_l = \varepsilon_A(\omega, \sqrt{\varkappa^2 + k_l^2})$ и k_l с $l = 1, 2$ определяются из дисперсионного уравнения (13) с функцией (11), $\nu_l = k_l/k_B$.

Коэффициенты отражения r и пропускания t света одиночной квантовой ямой, определяемые выражениями (здесь $n = 1$)

$$E(z) = \exp(ik_B z) + r\exp(-ik_B z), \quad z < 0, \tag{П.4}$$

$$E(z) = t\exp[ik_B(z - a)], \quad z > a, \tag{П.5}$$

связаны с величинами (П.2) соотношениями

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{X-1}{X+1} + \frac{Y-1}{Y+1}\right),$$

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{X-1}{X+1} - \frac{Y-1}{Y+1}\right). \tag{П.6}$$

При учете этих выражений в (П.1) получаем формулу (3), содержащую коэффициенты r и t.

Список литературы

[1] Силин А. П. // УФН. 1985. Т. 147. № 3. С. 485—521.
[2] Hunderi O. // Physica. 1989. V. A157. N 2. P. 309—322.
[3] Agranovich V. M., Kravtsov V. E. // Solid State Commun. 1985. V. 55. N 1. P. 85—90.
[4] Ивченко Е. Л., Кособукин В. А. // ФТП. 1988. Т. 22. № 1. С. 24—30.
[5] Ивченко Е. Л. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 8. С. 2388—2393.
[6] Hori J. Spectral Properties of Disordered Chains and Lattices. Pergamon, Oxford, 1968. 229 p.
[7] Займан Дж. Модели беспорядка. М., 1982. 591 с.
[8] Ivchenko E. L., Kochereshko V. P., Kop'ev P. S., Kosobukin V. A., Uraltsev I. N., Yakovlev D. R. // Solid State Commun. 1989. V. 70. N 5. P 529—534.
[9] Andreani L. C., Bassani F. // Physical Review. 1990. V. B41. N 1. P. 7536—7544.
[10] Gashimzade N. F. // Physica Status Solidi. 1990. V. (b) 160. N 2. P. K113—K116.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
8 мая 1992 г.