1992 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 34, № 11
1992 SOLID STATE PHYSICS Vol. 34, N 11

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ НА ДИНАМИЧЕСКУЮ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКОВ

А. А. Мухин, А. С. Прохоров

В рамках феноменологических подходов Онсагера и Лагранжа вычислена и проанализирована динамическая восприимчивость антиферромагнетиков $\varkappa(\omega)$ с учетом продольной релаксации. Показано, что при учете продольной релаксации оба подхода дают одинаковое описание линейной динамики антиферромагнетиков и приводят к эквивалентным выражениям для $\chi(\omega)$. Найдены соотношения между динамическими параметрами кинетических матриц онсагеровских и лагранжевых уравнений движения. Обнаружено, что при учете продольной релаксации указанные соотношения, в отличие от бездиссипативного случая, не зависят от основного состояния антиферромагнетика. Показано, что при описании динамики антиферромагнетиков с $\chi_{||} \neq 0$ выбор между бездиссипативными формализмами Онсагера и Лагранжа существенно зависит от соотношения между частотой АФМР и частотой продольной релаксации. Рассмотрены эффекты проявления продольной релаксации в конкретных антиферромагнетиках: NiF_2 и $YFeO_3$.

Феноменологической теории магнитного резонанса и спиновых волн в ферро- и антиферромагнетиках посвящено достаточно большое количество работ [1–10]. Широко используемые уравнения движения Ландау—Лифшица [1] позволяют последовательно описать линейную динамику антиферромагнетиков только в том случае, если векторы намагниченностей подрешеток $\mathbf{M}_i$ при колебаниях не меняют своей длины. Для антиферромагнетиков, у которых в статике и в динамике намагниченности подрешеток изменяют свою длину, нужно использовать либо уравнения Ландау—Лифшица с учетом продольной релаксации [11], либо более общие феноменологические методы, например теорию Онсагера термодинамических флуктуаций [7] или обобщенный метод Лагранжа теории малых колебаний [10].

Вычисление частот антиферромагнитного резонанса (АФМР) методами Лагранжа и Онсагера без учета диссипации проводилось в работах [10, 12, 13]. Однако возникли определенные трудности, связанные с тем, что вычисленные этими методами резонансные частоты отличались друг от друга для некоторых мод колебаний, а именно для тех мод, которые возбуждаются продольным (вдоль вектора антиферромагнетизма L) высокочастотным магнитным полем и не сохраняют длины намагниченностей подрешеток.

В настоящей работе на примере двухподрешеточных антиферромагнетиков показано, что отмеченные выше трудности, возникающие при использовании методов Лагранжа и Онсагера, связаны с пренебрежением продольной релаксацией. В работе изучено влияние продольной релаксации на формирование динамических свойств антиферромагнетиков и проведено сравнение их описания методами Лагранжа и Онсагера с учетом диссипации.

1. Сравнение онсагеровского и лагранжевого подходов с учетом продольной релаксации

Уравнения движения Онсагера для антиферромагнетиков имеют вид [7]

$$\dot{x} = \hat{\gamma}\,(\partial f/\partial x), \tag{1}$$

где $x = X - X_0 = (m, l)$, $X = (M, L)$, $X_0 = (M_0, L_0)$, $m = M - M_0$, $l = L - L_0$, $M = M_1 - M_2$, $L = M_1 - M_2$, M_1 и M_2 — намагниченности подрешеток; f — свободная энергия малого отклонения от равновесия; $f = \Sigma\alpha_{ij}x_i x_j$, где α_{ij} — положительно определенная матрица устойчивости. Антисимметричная часть γ^a кинетической матрицы γ описывает незатухающее движение, а симметричная часть γ^s — затухание. Соответствующая функция производства энтропии имеет вид

$$r = \frac{1}{2}\sum \gamma_{ij}^s (\partial f/\partial x_i)(\partial f/\partial x_j).$$

При лагранжевом подходе уравнения движения строятся на основе функции Лагранжа $\mathscr{L}$ и диссипативной функции R, которые в наинизшем приближении по скоростям $\dot{x}$ (что соответствует точности уравнения (1)) равны

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\sum \rho_{ij}^a x_i \dot{x}_j - f, \quad R = \frac{1}{2}\sum \rho_{ij}^s \dot{x}_i \dot{x}_j. \tag{2}$$

При этом уравнение движения имеет вид

$$\hat{\rho}\dot{x} = \partial f/\partial x, \tag{3}$$

где $\hat{\rho} = \hat{\rho}^a + \hat{\rho}^s$, а $\hat{\rho}^a$, $\hat{\rho}^s$ — антисимметричная и симметричная матрицы, определяющие соответственно кинетическую энергию и диссипативную функцию.

Из (1) и (3) видно, что уравнения движения Онсагера и Лагранжа эквивалентны, если для кинетических матриц $\hat{\rho}$ и $\hat{\gamma}$ существуют обратные матрицы, т. е. соответствующие определители отличны от нуля.

В общем случае это условие выполняется при наличии симметричной части матриц $\hat{\rho}^s$ и γ^s, т. е. при учете диссипации. В этом легко убедиться на примере симметричных магнитных конфигураций в антиферромагнетиках, для которых колебания распадаются на две невзаимодействующие моды АФМР (квазиферромагнитную и квазиантиферромагнитную). При этом соответствующие матрицы $\hat{\rho}$ и $\hat{\gamma}$ распадаются на два блока 3×3, определители которых всегда равны нулю при отсутствии диссипации, и, следовательно, переход от уравнений (1) к (3) и наоборот становится невозможным. Именно это обстоятельство является причиной возникновения определенных трудностей при сопоставлении результатов анализа динамики антиферромагнетиков методами Лагранжа и Онсагера [10, 12, 13].

Как правило, они возникают при описании антиферромагнетиков в том случае, если в статике и в динамике нарушаются условия равенства подрешеток

$$M_{10}^2 \neq M_{20}^2, \quad dM_1^2/dt \neq dM_2^2/dt$$

или $(L_0 M_0) \neq 0$, $d(LM)/dt \neq 0$. Для антиферромагнетиков, у которых намагниченности подрешеток при низких температурах не меняют своей длины как в статике, так и в динамике, оба метода дают одинаковые формулы для частот АФМР и магнитной восприимчивости $\chi(\omega)$.

Ниже будут рассмотрены антиферромагнетики, для которых проводилось изучение влияния нарушения равенства подрешеток на АФМР: NiF_2 [13, 14], $YFeO_3$ [15–17]. Сравнение формул для частот АФМР, полученных методами Лагранжа и Онсагера, проводилось для подобных антиферромагнетиков в работах [10, 12–14] без учета релаксации.

Отметим, что нарушение условия равенства магнитных моментов подрешеток в этих антиферромагнетиках оказывает влияние прежде всего на поведение квазиферромагнитной моды (Ф-моды) АФМР, при описании которой методами Лагранжа и Онсагера указанные выше трудности проявляются наиболее сильно.

Покажем на примере колебаний Ф-моды АФМР, что эти трудности могут быть устранены при учете в обоих подходах продольной релаксации.

Рассмотрим сначала упрощенный случай уравнений Онсагера, когда они фактически сводятся к линеаризованным уравнениям движения Ландау—Лифшица с учетом продольной $r_\parallel$ и поперечной $r_\perp$ релаксации. Записанные для каждой из подрешеток $\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_{i0} + \mathbf{m}_i$ $(i = 1,\ 2)$, они имеют вид

$$\dot{\mathbf{m}}_i = \gamma\ [\mathbf{M}_{i0} \times \mathbf{F}_i] + 2r_\perp\gamma^2\ [\mathbf{M}_{i0} \times (\mathbf{F}_i \times \mathbf{M}_{i0})] + 2r_\parallel\gamma^2\mathbf{M}_{i0}\ (\mathbf{M}_{i0}\mathbf{F}_i). \tag{4}$$

В формуле (4) опущен релаксационный член $r_0\gamma^2F_i$, учет которого сводится в нашем случае к перенормировке констант $r_\perp$ и $r_\parallel$.

Записанные с этой же точностью уравнения движения Лагранжа с функцией Лагранжа

$$\mathscr{L} = \sum\ \frac{1}{2}\rho\mathbf{M}_{i0}\ [(\mathbf{m}_i \times \dot{\mathbf{m}}_i)] - f$$

и диссипативной функцией

$$R = R_\perp\rho^2 \sum\ \ [\mathbf{M}_{i0} \times \dot{\mathbf{m}}_i]^2 + R_\parallel\rho^2 \sum\ \ (\mathbf{M}_{i0}\dot{\mathbf{m}}_i)^2$$

имеют вид

$$\mathbf{F}_i = \rho\ [\mathbf{M}_{i0} \times \dot{\mathbf{m}}_i] + 2R_\perp\rho^2\ [\mathbf{M}_{i0} \times (\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{M}_{i0})] + 2R_\parallel\rho^2\mathbf{M}_{i0}\ (\mathbf{M}_{i0}\dot{\mathbf{m}}_i). \tag{5}$$

В колебаниях интересующей нас Ф-моды принимает участие три компоненты векторов малых отклонений $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ $(\mathbf{m} = \mathbf{M} - \mathbf{M}_0,\ \mathbf{l} = \mathbf{L} - \mathbf{L}_0)$

$$m_L \equiv (\mathbf{m}\mathbf{L}_0)/|L_0|,\ l_M \equiv (\mathbf{l}\mathbf{M}_0)/|\mathbf{M}_0|,\ m_n \equiv (\mathbf{m}\mathbf{n}_0),$$

где

$$\mathbf{n}_0 \equiv \mathbf{M}_0 \times \mathbf{L}_0/\|\mathbf{M}_0|.$$

Введем для этих компонент обозначения

$$x = (x_1,\ x_2,\ x_3) = (m_L,\ l_M,\ m_n).$$

Перейдем в уравнениях движения (4) и (5) к переменным x, тогда динамические матрицы $\hat{\rho}$ и $\hat{\gamma}$ в соответствующих уравнениях (1) и (3) помимо антисимметричной части

$$\begin{gathered}\rho^a_{13} = -\rho^a_{31} = \rho M_0,\ \rho^a_{23} = -\rho^a_{32} = -\rho L_0,\ \rho^a_{12} = -\rho_{21} = 0,\\ \gamma^a_{13} = -\gamma_{31} = \gamma M_0,\ \gamma^a_{23} = -\gamma^a_{32} = -\gamma L_0,\ \gamma^a_{12} = -\gamma^a_{21} = 0\end{gathered} \tag{6}$$

будут содержать и симметричную часть, пропорциональную константам релаксации

$$\begin{gathered}\rho^s_{13} = \rho^s_{31} = \rho^s_{23} = \rho^s_{32} = 0,\ \gamma^s_{13} = \gamma^s_{31} = \gamma^s_{23} = \gamma^s_{32} = 0,\\ \rho^s_{11} = R_\perp\,(\rho M_0)^2 + R_\parallel\,(\rho L_0)^2,\ \rho^s_{22} = R_\perp\,(\rho L_0)^2 + R_\parallel\,(\rho M_0)^2,\\ \rho^s_{33} = R_\perp\ [(\rho L_0)^2 + (\rho M_0)^2],\ \rho^s_{12} = (R_\parallel - R_\perp)\,(\rho L_0)\,(\rho M_0) = \rho^s_{21},\\ \gamma^s_{11} = r_\perp\,(\gamma M_0)^2 + r_\parallel\,(\gamma L_0)^2,\ \gamma^s_{22} = r_\perp\,(\gamma L_0)^2 + r_\parallel\,(\gamma M_0)^2,\\ \gamma^s_{33} = r_\perp\ [(\gamma L_0)^2 + (\gamma M_0)^2],\ \gamma^s_{12} = \gamma^s_{21} = (r_\parallel - r_\perp)\,(\gamma L_0)\,(\gamma M_0).\end{gathered} \tag{7}$$

Вычислим соотношения между динамическими параметрами в обоих подходах, которые возникают из условий эквивалентности уравнений (1) и (3). Для рассматриваемых антиферромагнетиков, у которых $M/L << 1$, а добротность линий АФМР много больше единицы (константы поперечной релаксации малы — $R_{\perp}\rho L_0 << 1$, или $r_{\perp}L_0 << 1$), указанные соотношения имеют достаточно простой вид

$$R_{\parallel} = 1/r_{\parallel}, \ \ \rho = \gamma/(\gamma L_0)^2, \ \ R_{\perp} = r_{\perp}(\gamma L_0)^2. \tag{8}$$

При использовании более общих уравнений движения, когда в антисимметричной части матриц $\hat{\rho}$ и $\hat{\gamma}$ вместо одного (ρ и γ) учитывают по два допускаемых симметрией обменных динамических параметра ρ_1, ρ_2 и γ_1, γ_2, а также анизотропные параметры t и τ в наинизшем по M/L приближении (см. [12, 13]), в формулах (6) и (7) для ρ и γ надо произвести формальную замену

$$(\gamma L_0) \to (\gamma_2 L_0), \ \ (\rho L_0) \to (\rho_2 L_0), \ \ (\gamma M_0) \to \gamma_1 (M_0 + \tau L_0), \ \ (\rho M_0) \to \rho_1 (M_0 + tL_0).$$

Релаксация здесь, как и в предыдущем случае, описывается в простейшем виде с помощью двух констант $r_{\parallel}$, $r_{\perp}$ ($R_{\parallel}$, $R_{\perp}$).

В этом случае соотношения (8) между динамическими параметрами лагранжевого и онсагеровского подходов примут следующий вид:

$$R_{\parallel} = 1/r_{\parallel}, \ R_{\perp} = r_{\perp}(\gamma_2 L_0)^2, \ t = \tau, \ \rho_1 = \gamma_1/(\gamma_2 L_0)^2, \ \rho_2 = \gamma_2/(\gamma L_0)^2. \tag{9}$$

Видно, что соотношения (9) переходят в (8) при $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $t = \tau = 0$. Отметим два важных следствия, вытекающие из (9). Первое из них состоит в том, что большое значение параметра продольной релаксации $R_{\parallel}$ в лагранжевом подходе соответствует малому значению аналогичного параметра $r_{\parallel}$ в онсагеровском подходе и наоборот. Вторым следствием является то, что соотношения между обменными динамическими параметрами в обоих подходах равны друг другу $(\rho_1/\rho_2) = (\gamma_1/\gamma_2)$ и в отличие от бездиссипативного случая [12] не зависят от основного состояния антиферромагнетика.

2. Динамическая магнитная восприимчивость антиферромагнетиков с учетом продольной релаксации

Вычислим диагональные компоненты тензора динамической магнитной проницаемости $\hat{\chi}(\omega)$ при $h \parallel L_0$ ($\chi_L(\omega)$) и при $h \parallel n_0$ ($\chi_n(\omega)$), которые возбуждают наиболее интересную для нас Ф-моду АФМР.

Изотермическая восприимчивость $\hat{\chi}(\omega)$ магнетиков в статическом пределе ($\omega \to 0$) и в пределе бесконечно вязкой среды ($r_{\parallel} = r_{\perp} \to \infty$) должна стремиться к величине $\hat{\chi}^0$, представляющей дифференциальную статическую восприимчивость по отношению к бесконечно малому статическому магнитному полю h: $\chi^0_{ij} = dM_i/dh_j$ [18]. Поэтому обратимся сначала к соответствующим компонентам дифференциальной статической восприимчивости χ^0_L при $h \parallel L_0$ и χ^0_n при $h \parallel n_0$.

В рассматриваемых нами антиферромагнетиках магнитное поле, направленное вдоль L_0 (обозначим его h_L), приводит к вращению векторов M и L вокруг оси n_0. При таком вращении возникает проекция m_L вектора M на L_0 и проекция l_M вектора L на M_0. Не конкретизируя пока термодинамический потенциал антиферромагнетиков, представим его изменение в поле $h = (0, h_L, h_n)$ в виде

$$f = \alpha_{11}m_L^2/2 + \alpha_{12}m_L l_M + \alpha_{22}l_M^2/2 + \alpha_{33}m_n^2/2 - m_L h_L - m_n h_n, \tag{10}$$

где

$$\alpha_{11} \equiv (\partial^2 f/\partial m_L^2)_0, \ \ \alpha_{22} \equiv (\partial^2 f/\partial l_M^2)_0,$$
$$\alpha_{12} \equiv (\partial^2 f/\partial l_M \partial m_L)_0, \ \ \alpha_{33} \equiv (\partial^2 f/\partial m_n^2)_0$$

значения вторых производных при $h=0$. Ниже будут приведены конкретные выражения для термодинамического потенциала антиферромагнетиков различной симметрии, которые определяют вид соответствующих коэффициентов α_{ij}. Минимизируя f по l_M, m_L и m_n, получаем выражение для дифференциальной статической восприимчивости вдоль L_0 и n_0:

$$\chi_L^0 = \alpha_{22}/(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2), \ \ \chi_n^0 = 1/\alpha_{33}. \tag{11}$$

Дифференциальная статическая восприимчивость вдоль n_0 совпадает с «поперечной» восприимчивостью антиферромагнетиков $\chi_\perp$.

Выражение для χ_L^0 удобно разбить на два слагаемых

$$\chi_L^0 = \chi_\parallel + \chi_{\text{вр}}, \tag{12}$$

где $\chi_\parallel = 1/\alpha_{11}$ — «чистая» продольная восприимчивость вдоль L без учета вращения L, а

$$\chi_{\text{вр}} \equiv \alpha_{12}^2/[\alpha_{11}/(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)] \tag{13}$$

— восприимчивость «вращения», связанная с разворотом L и M под действием поля h. Отметим, что обращение в нуль выражения $\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2$ означает потерю устойчивости основного состояния системы относительно вращения в плоскости, проходящей через векторы M_0, L_0, и приводит к расходимости $\chi_{\text{вр}}$. Поэтому при соответствующем спин-переориентационном фазовом переходе II рода восприимчивость вращения $\chi_{\text{вр}}$ должна аномально расти.

Соответствующие компоненты динамической восприимчивости, полученные из уравнений Лагранжа и Онсагера, имеют вид

$$\chi_L(\omega) = \{[\chi_\parallel(\omega_\perp^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega) + \chi_{\text{вр}}\omega_\perp^2]\, i\omega_\parallel - \\ - (\chi_\parallel/\chi_\perp)\,\omega\,(\omega_\perp\sqrt{\chi_{\text{вр}}} + \omega_{\text{св}}\sqrt{\chi_\parallel})^2\}/\Delta(\omega), \tag{14}$$

$$\chi_n(\omega) = \chi_\perp\,[\omega_\perp^2 i\omega_\parallel - \omega\,(\chi_\parallel/\chi_\perp)\,(\omega_\perp^2 + \omega_{\text{св}}^2)]/\Delta(\omega), \tag{15}$$

где

$$\Delta(\omega) = (\omega_\perp^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega)\, i\omega_\parallel - (\chi_\parallel/\chi_\perp)\,\omega\,(\omega_\perp^2 + \omega_{\text{св}}^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega),$$
$$\omega_\perp^2 = (\gamma_{23})^2\,(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)\,(\alpha_{33}/\alpha_{11}),$$
$$\omega_{\text{св}}^2 = (\alpha_{11}\gamma_{13} - \alpha_{12}\gamma_{23})^2\,(\alpha_{33}/\alpha_{11}),$$
$$\omega_\parallel\,(\gamma_2 L_0)^2\,(r_\parallel/\chi_\parallel), \ \ \Delta\omega = r_\perp\,(\gamma_2 L_0)^2\,\alpha_{33}.$$

При вычислении высокочастотной восприимчивости учтено, что статические и динамические параметры уравнений движения Онсагера и Лагранжа имеют различный порядок малости относительно малого параметра (M/L). Для рассматриваемых антиферромагнетиков [13, 14] обменные параметры α_{11}, α_{33}, ρ_1, ρ_2, γ_1, γ_2 имеют нулевой порядок малости, анизотропные параметры t, τ и α_{12} — первый, а α_{22} — второй порядки малости.

Собственные частоты для колебаний рассматриваемой симметрии определяются из условия обращения в нуль знаменателя в формулах (14) и (15), которое дает кубическое уравнение относительно ω. Два корня этого уравнения $\omega_{1,\ 2}$ $(\omega_1 = \omega_2^*)$ являются комплексными и соответствуют квазиферромагнитной моде АФМР, а третий корень (ω_3) — чисто мнимый и соответствует продольной релаксационной моде. Взаимодействие указанных мод определяется параметром связи $\omega_{\text{св}}$. При $\omega_{\text{св}} = 0$ эти моды становятся независимыми и

$$\chi_L(\omega) = \chi_\parallel \frac{i\omega_\parallel (\chi_\perp/\chi_\parallel)}{\omega + i\omega_\parallel (\chi_\perp/\chi_\parallel)} + \chi_{\text{вр}} \frac{\omega_\perp^2}{\omega_\perp^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega},$$

$$\chi_n(\omega) = \chi_\perp \frac{\omega_\perp^2}{\omega_\perp^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega}. \qquad (16)$$

По аналогии с продольной и поперечной релаксацией в ферромагнетиках будем называть релаксационную моду продольной, а моду АФМР поперечной.

Проанализируем далее формулы (14), (15) в различных предельных случаях. Нетрудно убедиться в том, что формулы (14) и (15) имеют правильные пределы как при $\omega \to 0$ (статический предел):

$$\chi_L(\omega \to 0) = \chi_L^0, \quad \chi_n(\omega \to 0) = \chi_n^0,$$

так и при $\omega \to \infty$:

$$\chi_L(\omega \to \infty) = 0, \quad \chi_n(\omega \to \infty) = 0.$$

Рассмотрим, как преобразуются выражения для динамической восприимчивости (14) и (15) в двух предельных случаях для частоты продольной релаксации. В первом случае $(\omega_\parallel \to \infty)$, который соответствует бездиссипативному лагранжеву формализму $(R_\parallel = 0)$, выражения (14) и (15) переходят соответственно в (17) и (18).

$$\chi_L(\omega) = \chi_\parallel + \chi_{\text{вр}} \frac{\omega_\perp^2}{\omega_\perp^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega}, \qquad (17)$$

$$\chi_n(\omega) = \chi_\perp \frac{\omega_\perp^2}{\omega_\perp^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega}. \qquad (18)$$

Из (17) и (18) видно, что $\chi_L(\omega)$ и $\chi_n(\omega)$ имеют правильный статический предел при $\omega \to 0$. Однако в формуле (17) имеется независимое от частоты слагаемое $\chi_\parallel$, которое приводит к $\chi_L(\omega \to \infty) \neq 0$. Наличие этого слагаемого можно рассматривать как вклад продольной моды, характерная частота которой лежит много выше $\omega_\perp$. В этом случае поперечная мода (мода АФМР) является «мягкой» по отношению к указанному выше спин-переориентационному фазовому переходу II рода, при котором $\omega_\perp$ обращается в нуль.

Во втором предельном случае $(\omega_\parallel \to 0)$, который соответствует бездиссипативному онсагеровскому формализму $(r_\parallel = 0)$,

$$\chi_L(\omega) = \frac{(\sqrt{\chi_{\text{вр}}}\,\omega_\perp + \sqrt{\chi_\parallel}\,\omega_{\text{св}})^2}{\omega_\perp^2 + \omega_{\text{св}}^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega}, \qquad (19)$$

$$\chi_n(\omega) = \chi_\perp \frac{\omega_\perp^2 + \omega_{\text{св}}^2}{\omega_\perp^2 + \omega_{\text{св}}^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega}. \qquad (20)$$

Из (19) видно, что продольная динамическая восприимчивость при бездиссипативном онсагеровском подходе не имеет правильного статического предела $(\chi_L(0) \neq \chi_L^o)$. Это связано с тем, что при данном подходе низколежащая продольная релаксационная мода является фактически замороженной на частотах АФМР. Поэтому бездиссипативный онсагеровский подход справедлив только при $\omega > \omega_{\parallel}$, и в этом случае некорректно требовать правильный статический предел для $\chi_L(\omega)$.

Поперечная динамическая восприимчивость $\chi_n(\omega)$ (20), в отличие от продольной $\chi_L(\omega)$, имеет правильный статический предел, так как при $\omega \to 0$ и $h_{\perp} L_0$ продольное движение отсутствует.

Кроме этого, как уже было отмечено в работах [13, 14], при бездиссипативном онсагеровском подходе выражение для квадрата частоты АФМР в формулах (19) и (20) состоит из двух слагаемых $\omega_{\perp}^2$ и $\omega_{\text{св}}^2$, а при бездиссипативном лагранжевом подходе второе слагаемое $\omega_{\text{св}}^2$ отсутствует. Казалось бы, имеется противоречие, состоящее в том, что, с одной стороны, в обоих бездиссипативных подходах — лагранжевом и онсагеровском — динамические матрицы уравнений движения $\hat{\rho}^a$ и $\hat{\gamma}^a$ имеют одинаковую симметрию и равное число феноменологических параметров [12, 13], а с другой — выражения для резонансных частот и высокочастотной магнитной проницаемости $\chi(\omega)$, полученные в рамках указанных подходов, принципиально отличаются друг от друга.

Только после учета продольной релаксации становится ясным, что причиной указанных выше противоречий между лагранжевым и онсагеровским бездиссипативными подходами является то, что оба этих подхода соответствуют разным предельным переходам по частоте продольной релаксации, а именно бездиссипативный лагранжев формализм соответствует бесконечно большой частоте продольной релаксации, а онсагеровский — бесконечно малой. Игнорирование этого обстоятельства явилось, на наш взгляд, причиной того, что в работах [10, 12–14] получались различные выражения для частот АФМР в онсагеровском и лагранжевом подходах.

Таким образом, при бездиссипативном описании динамики антиферромагнетиков выбор между онсагеровским и лагранжевым подходами принципиально зависит от параметров продольной релаксационной моды: продольной восприимчивости $\chi_{\parallel}$ и частоты релаксации $\omega_{\parallel}$. Если $\chi_{\parallel} = 0$, то независимо от величины $\omega_{\parallel}$ оба подхода дают одинаковые результаты, совпадающие с результатами, следующими из уравнений Ландау—Лифшица

$$\chi_L(\omega) = \chi_{\text{вр}} \frac{\omega_{\perp}^2}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega},$$

$$\chi_n(\omega) = \chi_{\perp} \frac{\omega_{\perp}^2}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2 + i\Delta\omega\omega}. \tag{21}$$

Для описания антиферромагнетиков, у которых $\chi_{\parallel} \neq 0$, выбор между онсагеровским и лагранжевым подходами зависит от соотношения между $\omega_{\parallel}$ и $\omega_{\perp}$. При $\omega_{\parallel} \gg \omega_{\perp}$ следует использовать лагранжев подход, а при $\omega_{\parallel} \ll \omega_{\perp}$ — онсагеровский.

Рассмотрим с этой точки зрения конкретные антиферромагнетики с $\chi_{\parallel} \neq 0$: тетрагональный NiF_2 и орторомбический $YFeO_3$.

3. Проявление продольной релаксации в антиферромагнетиках NiF_2, $YFeO_3$

Двухподрешеточный тетрагональный антиферромагнетик NiF_2 имеет пространственную кристаллографическую группу симметрии D_{4h}^{14}. Термодинамический потенциал его имеет вид [13, 14]

$$\Phi = \frac{1}{2} BM^2 + \frac{1}{2} D (LM)^2 + \frac{1}{2} D_1 L^2 M^2 + \Phi_A -$$
$$- d_\perp^+ (M_x L_y + M_y L_x) - d_\parallel (LM) L_x L_y - MH,$$

где

$$\Phi_A = \frac{1}{2} a_1 (L_x^2 + L_y^2) + \frac{1}{2} a_{12} L_x^2 L_y^2 + \frac{1}{4} a_{11} (L_x^4 + L_y^4) + \frac{1}{4} a_{33} L_z^4,$$

ось z направлена вдоль оси C_4. Рассмотрим случай, когда внешнее поле H направлено вдоль оси y, $M_0 \parallel H$ и $L_0 \parallel x$, тогда компоненты матрицы устойчивости $\hat{\alpha}$ (см. (10)) равны

$$\alpha_{11} = (\chi_\perp/\chi_\parallel)(2H_E/L_0), \quad \alpha_{22} = 2H_A H_E +$$
$$+ (\chi_\perp/\chi_\parallel)(H + H_{d_\perp}^+)[(H + H_{d_\perp}^+) - (\chi_\parallel/\chi_\perp)(H + 4H_{d_\parallel} - 4H_{d_\perp}^+)],$$
$$\alpha_{12} = (\chi_\perp/\chi_\parallel)[(H + H_{d_\perp}^+) - (\chi_\parallel/\chi_\perp)(H + 2H_{d_\parallel})]/L_0,$$

где

$$\chi_\perp^{-1} = B, \quad \chi_\parallel^{-1} = B + (D + D_1) L_0^2, \quad 2H_E = BL_0,$$
$$2H_E = L_0/\chi_\perp, \quad H_{d_\perp}^+ = d_\perp^+ L_0, \quad H_{d_\parallel} = (d_\perp^+ + d_\parallel L_0^2) L_0.$$

Приведем выражения для частот $\omega_\perp^2$ и $\omega_{св}^2$, восприимчивости вращения $\chi_{вр}$, которые определяют величины компонент тензора динамической магнитной восприимчивости (см. (10) и (15))

$$\left(\frac{\omega_\perp}{\gamma}\right)^2 = (H + 4H_{d_\perp}^+)(H + H_{d_\perp}^+) - (\chi_\parallel/\chi_\perp)(H + 2H_{d_\parallel})^2 + 2H_A H_E,$$
$$\left(\frac{\omega_{св}}{\gamma}\right)^2 = \left(\frac{\chi_\perp}{\chi_\parallel}\right)\left[\left(\frac{\chi_\parallel}{\chi_\perp}\right)(H + 2H_{d_\parallel}) + \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)(H + H_{d_\perp}^+) + 2H_\tau\left(1 + \frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)\right]^2,$$
$$\chi_{вр} = \chi_\perp [(H + H_{d_\perp}^+) - (\chi_\parallel/\chi_\perp)(H + H_{d_\perp})]^2/(\omega_\perp/\gamma)^2, \tag{22}$$

где

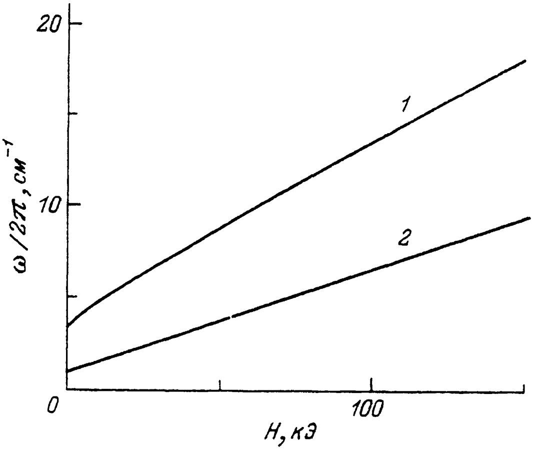
$$\gamma \equiv \gamma_2, \quad \Delta\gamma \equiv \gamma_1 - \gamma_2, \quad 2H_\tau \equiv \tau H_E, \quad H_A = a_{12} L_0^4.$$

Из (22) видно, что величина $\omega_{св}$ определяется параметрами, которые описывают возникновение «продольного» (т. е. вдоль L_0) магнитного момента в статике ($\chi_\parallel$, $H_{d_\parallel}$) и в динамике ($\Delta\gamma$, τ). Действительно, в работах [13, 18] было показано, что наличие $\chi_\parallel$ и $H_{d_\parallel}$ приводит в статике к нарушению условия равенства магнитных подрешеток $|M_{10}| \neq |M_{20}|$ ($M_0 L_0 \neq 0$) [18], а отличие от нуля $\Delta\gamma$ и H_τ приводит к такому же условию в динамике: $d(M1)^2/dt \neq d(M2)^2/dt$ ($d(LM)/dt \neq 0$) [14].

Как было показано в работах [13, 14], результаты статических и динамических измерений в NiF_2 количественно описываются в рамках бездиссипативного подхода не лагранжевым, а онсагеровским формализмом. Так как бездиссипативный онсагеровский подход является предельным случаем, когда частота продольной релаксации $\omega_\parallel$ стремится к нулю (см. (19)), то отсюда можно сделать вывод, что частота продольной релаксационной моды $\omega_\parallel$ лежит много ниже частоты АФМР ω_0^2, которая в этом случае равна $\omega_0^2 = \omega_\perp^2 + \omega_{св}^2$ (см. (19), (20)).

На рисунке для NiF_2 приведены вычисленные в работе [13] зависимости $\omega_\perp$ и $\omega_{св}$ от магнитного поля $H \parallel [100]$ при $T = 4.2$ K. Видно, что $\omega_{св}$ дает существенный вклад

Рассчитанные по формулам (22) зависимости частот $\omega_\perp$ (*1*) и $\omega_{св}$ (*2*) от магнитного поля $H \parallel [100]$ в NiF_2 при $T = 4.2$ K (значения параметров NiF_2 взяты из работы [14]).



в частоту АФМР ω_0, например, при $H = 65$ кЭ $\omega_{св}/\omega_\perp \approx 0.5$. Это связано с тем, что параметры $H_{d_\parallel}$, $\chi_\parallel$, $\Delta\gamma$ и H_τ, определяющие значение $\omega_{св}$ (см. (22)), имеют в NiF_2 достаточно большую величину ($\chi_\parallel/\chi_\perp = 0.2$, $H_{d_\parallel} = 58.2$ кЭ, $\Delta\gamma/\gamma = -0.45$, $H_\tau = 14$ кЭ при $T = 4.2$ K [14, 13]). Причиной этого является наличие незамороженного орбитального момента у иона Ni^{2+}.

Обратимся теперь к антиферромагнетикам, у которых магнитные ионы находятся в S-состоянии. В качестве примера рассмотрим орторомбический антиферромагнетик — ортоферрит иттрия $YFeO_3$ (пространственная группа симметрии парамагнитной фазы — D_{2h}^{16}). В двухподрешеточном приближении термодинамический потенциал для $YFeO_3$ можно записать в виде [16, 19, 20]

$$\Phi = \frac{1}{2} BM^2 + \frac{1}{2} D (LM)^2 + \frac{1}{2} D_1 L^2 M^2 + \Phi_A - d_\perp^- (M_x L_z - M_z L_x) - \\ - d_\perp^+ (M_z L_x + M_x L_z) - d_\parallel (LM) L_x L_z - MH,$$

где

$$\Phi_A = \frac{1}{2} a_1 L_x^2 + \frac{1}{2} a_2 L_y^2 + \frac{1}{2} a_3 L_z^2 + \frac{1}{4} a_{11} L_x^4 + \frac{1}{4} a_{22} L_y^4 + \\ + \frac{1}{4} a_{33} L_z^4 + \frac{1}{2} a_{12} L_x^2 L_y^2 + \frac{1}{2} a_{13} L_x^2 L_z^2 + \frac{1}{2} a_{23} L_y^2 L_z^2.$$

В случае, когда внешнее поле H лежит вдоль оси x и его величина превышает пороговое значение $H_c \approx 75$ кЭ, то стабилизируется состояние с $M \parallel x$, $L \parallel z$ и выражения для $\omega_\perp$ и $\omega_{св}$ имеют вид

$$\left(\frac{\omega_\perp}{\gamma}\right)^2 = (H + 4H_{d_\perp}^+)(H + H_{d_\perp}^- + H_{d_\perp}^+) - (\chi_\parallel/\chi_\perp)(H + 2H_{d_\parallel})^2 + 2H_A H_E,$$

$$\left(\frac{\omega_{св}}{\gamma}\right)^2 = \left(\frac{\chi_\perp}{\chi_\parallel}\right) \left[(H + 2H_{d_\parallel})(\chi_\parallel/\chi_\perp) + (\Delta\gamma/\gamma)(H + H_{d_\perp}^+ + H_{d_\perp}^-) + 2H_\tau \left(1 + \frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)\right]^2, \tag{23}$$

где

$$H_{d_\perp}^- = -d_\perp^- L_0, \quad H_A = [(a_1 - a_3) + (a_{13} - a_{33}) L_0^2] L_0, \quad (H_A < 0).$$

Вследствие того что в ионах Fe^{3+} орбитальный момент $L \approx 0$, взаимодействие Дзялошинского в $YFeO_3$ определяется в основном антисимметричным обменом ($H_{d_\perp}^+$, $H_{d_\parallel} \ll H_{d_\perp}^-$), а при описании АФМР [16] можно положить $\Delta\gamma \approx 0$, $H_\tau \approx 0$. В этом случае формулы (23) упрощаются:

$$\left(\frac{\omega_\perp}{\gamma}\right)^2 = H (H + H_{d_\perp}^-) - (\chi_\parallel/\chi_\perp) H^2 + 2H_A H_E,$$

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = (\chi_\parallel/\chi_\perp) H^2. \tag{24}$$

В работе [15] было обнаружено, что в точке фазового перехода, индуцированного магнитным полем $H = H_c$, при котором $\omega_\perp = 0$, частота АФМР остается конечной $\omega_0 = \omega_{\text{св}} = 107$ ГГц при $T \approx 300$ К. Это объяснялось наличием в $YFeO_3$ низколежащей продольной релаксационной моды, которая является мягкой для данного фазового перехода [16, 17].

Таким образом, рассмотренные примеры свидетельствуют о том, что частота продольной релаксационной моды в антиферромагнетиках, по-видимому, лежит ниже частот АФМР, исключая, возможно, некоторую область вблизи точки Нееля. Это приводит к тому, что на частотах АФМР продольная релаксационная мода является замороженной. В результате возникает дополнительный вклад $\omega_{\text{св}}^2$ в частоту АФМР ω_0^2. Этим, в частности, объясняется наличие щелей в спектрах спиновых волн антиферромагнетиков в точках фазовых переходов второго рода.

При низких температурах ($T \ll T_N$) этот эффект должен проявляться только в антиферромагнетиках с незамороженным орбитальным моментом, а при более высоких температурах — в антиферромагнетиках как с замороженным, так и с незамороженным орбитальным моментом.

Таким образом, для антиферромагнетиков с низколежащей продольной релаксационной модой бездиссипативный ($\omega_\parallel = 0$) онсагеровский подход позволяет в принципе адекватно описывать динамику системы на частотах АФМР. При этом, однако, нужно иметь в виду, что вклад моды АФМР в статическую магнитную восприимчивость будет отличаться от статического значения при $h \parallel L_0$, так как вклад продольной релаксационной моды при бездиссипативном подходе не учитывается.

4. Заключение

В работе показано, что в антиферромагнетиках с $\chi_\parallel \neq 0$ принципиальным является учет продольной релаксации. Лагранжев и онсагеровский формализмы, в которых учтена продольная релаксация, являются эквивалентными в том смысле, что они дают одинаковые выражения для динамической восприимчивости, а между параметрами динамических матриц $\hat{\rho}$ и $\hat{\gamma}$ существует взаимно однозначное соответствие, не зависящее от основного состояния антиферромагнетика. Показано, что бездиссипативный онсагеровский и лагранжев формализмы соответствуют различным предельным случаям по частоте продольной релаксации $\omega_\parallel$: $\omega_\parallel \to \infty$ в бездиссипативном лагранжевом подходе и $\omega_\parallel \to 0$ в бездиссипативном онсагеровском подходе.

Как показывают экспериментальные данные по NiF_2 и $YFeO_3$, в этих антиферромагнетиках частота продольной релаксации лежит много ниже частоты АФМР. Поэтому динамика NiF_2, $YFeO_3$ и, по-видимому, других подобных антиферромагнетиков может быть адекватно описана в рамках бездиссипативного онсагеровского подхода. Важно лишь помнить, что такое описание будет справедливым лишь в области частот АФМР и не может быть использовано на более низких частотах.

Список литературы

[1] Ландау Л. Д. Собрание трудов. М.: Наука, 1969. С. 127.
[2] Kittel C. // Phys. Rev. 1952. V. 82. R. 565, Ketter F., Kittel C. // Phys. Rev., 1952. V. 85. P. 329.
[3] Foner S. Magnetizm / Ed. by H. Shul and G. Rado. New York; London, 1963. V. 1. P. 390.
[4] Боровик-Романов А. С. Антиферромагнетизм. Физматгиз, 1962.
[5] Туров Е. А. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. Физматгиз, 1963.
[6] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967.
[7] Гуфан Ю. М. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. С. 1537.

[8] Halperin B. J., Hohenberg P. C. // Phys. Rev. 1969. V. 188. P. 898; Harris A. B., Kumar D., Halperin B. J., Hohenberg P. C. // Phys. Rev. (3). 1971. V. 3. P. 961.
[9] Андреев А. Ф., Марченко В. И. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. N 4.
[10] Дзялошинский И. Е., Кухаренко Б. Г. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. № 6. С. 2360.
[11] Барьяхтар В. Г. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 4. С. 196; ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 4 (10). С. 1501.
[12] Гуфан Ю. М., Прохоров А. С., Рудашевский Е. Г. // Докл. АН СССР. 1978. Т. 238. С. 57.
[13] Гуфан Ю. М., Прохоров А. С., Рудашевский Е. Г. Препр. ФИАН. 1979. № 61.
[14] Гуфан Ю. М., Прохоров А. С., Рудашевский Е. Г. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 6(12). С. 2369.
[15] Балбашов А. М., Березин А. Г., Гуфан Ю. М., Колядко Г. С., Марчуков П. Ю., Николаев И. В., Рудашевский Е. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. В. 9. С. 391.
[16] Балбашов А. М., Березин А. Г., Гуфан Ю. М., Колядко Г. С., Марчуков П. Ю., Рудашевский Е. Г. // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 1(7). С. 302.
[17] Балбашов А. М., Гуфан Ю. М., Марчуков П. Ю., Рудашевский Е. Г. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. В. 4. С. 305.
[18] Калашников В. П., Ауслендер М. И. // ФММ. 1977. Т. 44. № 1. С. 711.
[19] Бажан А. Н. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 6(12). С. 2479.
[20] Белов К. П., Звездин А. К., Кадомцева А. М., Левитин Р. З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979.

Институт общей физики РАН
Москва

Поступило в Редакцию
18 марта 1992 г.