УДК 539.537.535

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СВЕРХРЕШЕТОК В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А. Г. Жилич

Исследуются оптические свойства слоистой сверхрешеточной структуры типа GaAs—AlGaAs в сильном электрическом поле. В качестве теоретической модели одномерной сверхрешетки использована предельная форма периодического потенциала Кронига—Пенни. Найден энергетический спектр электронов и дырок, их волновые функции представлены в виде рядов по функциям Ваннье соответствующих минизон. Изучается поглощение света сверхрешеткой с образованием электрон-дырочной пары или двумерного экситона. Выражения, полученные для коэффициента поглощения, позволяют проследить эволюцию энергетического спектра и волновых функций носителей тока при увеличении электрического поля. Показано, что в сильных полях с напряженностью 50—100 кВ/см достигается практически полная локализация волновых функций электронов и дырок в пределах одной элементарной ячейки сверхрешетки, и спектр поглощения формируется переходами между уровнями дырок и электронов в изолированных потенциальных ямах.

1. Успехи субмикронной технологии последнего десятилетия позволили искусственно создавать на базе полупроводников мезо- и микроструктуры с электронными свойствами, очень существенно отличающимися от свойств электронной подсистемы в обычных полупроводниках. Предсказание и исследование этих свойств привлекают пристальное внимание большого числа теоретиков и экспериментаторов. Некоторые из открытых на новых структурах явлений уже находят применение в прикладной электронике и оптоэлектронике [1].

Простейшие из упомянутых структур — это слоистые структуры типа GaAs—AlGaAs, в которых периодически чередуются слои двух структурно сходных полупроводников, имеющих разную ширину запрещенной зоны, отделяющей зону проводимости от валентной зоны. Электроны в слоях полупроводника с более узкой запрещенной зоной (GaAs) оказываются заключенными в двумерных потенциальных ямах, разделенных плоскими более или менее проницаемыми барьерами из полупроводника с широкой запрещенной зоной. На внутрикристаллический трехмерный периодический потенциал, в котором движутся электроны или дырки, накладывается одномерный потенциал, периодический в направлении, перпендикулярном плоскостям слоев (направление сверхрешетки). Такая структура может содержать до нескольких сотен периодов, и это приводит к образованию в энергетическом спектре электронов и дырок одномерных минизон, лежащих на фоне обычных зоны проводимости и валентной зоны, что и вызывает появление у электронной подсистемы качественно новых свойств.

Изучению оптических и фотоэлектрических свойств сверхрешеток, обусловленных возникновением минизон, посвящены работы многих авторов. Очень интересны, в частности, исследования оптических свойств сверхрешеток во внешнем однородном электрическом поле $\mathscr{E}$, направленном параллельно направлению сверхрешетки [2–7]. Хорошо известно, что в этом случае квазиклассическое движение электрона в направлении периодичности решетки благодаря периодичности его кинетической энергии в пространстве квазиимпульсов финитно и происходит с частотой $\Omega \sim aF/\hbar$ (a — период, $F = e\mathscr{E}$). При этом область локализации (амплитуда квазиклассического движения) — величина порядка Δ/F (Δ — ширина разрешенной зоны). Квантование приводит к дискретному спектру, состоящему из эквидистантных уровней на расстоянии aF друг от друга (уровни Штарка). Однако в обычных кристаллических решетках ($\Delta \sim 1$ эВ, $a \sim 1$ Å) при всех достижимых полях область локализации (~ 1000 Å) значительно больше размеров элементарной ячейки и средней длины свободного пробега, и штарковского квантования экспериментально не наблюдалось. В сверхрешетке же с периодом $a \simeq 50$ Å и шириной минизоны $\Delta \sim 0.1$ эВ в сильных, но реально достижимых полях, электрон может быть локализован в пределах одной элементарной ячейки. Такая локализация и непосредственно связанное с ней штарковское квантование экспериментально наблюдались в оптическом поглощении [3]. Были проведены и численные расчеты состояний сверхрешетки в электрическом поле, причем сверхрешеточный потенциал моделировался последовательностью прямоугольных потенциальных ям, разделенных прямоугольными барьерами конечной высоты [2,3,7]. Было показано, что, меняя величину электрического поля, можно существенно изменять характер спектра фотопоглощения или фототока. Вид спектра в сильных полях позволяет, в частности, судить о степени идеальности сверхрешетки — когерентности отдельных потенциальных ям.

Штарковское квантование проявляется не только в спектрах поглощения, но и в некоторых других оптических явлениях в слоистых структурах (см., например [1]).

В настоящей работе строится теория оптического поглощения гетероструктурой типа GaAs—AlGaAs в сильном продольном электрическом поле. Рассмотрение ведется в приближении эффективной массы. В качестве модели сверхрешетки взята последовательность потенциальных ям, отделенных друг от друга δ-образными барьерами, т. е. предельная форма периодического потенциала Кронига—Пенни (см., например, [8]). Положительной стороной принятой модели является возможность выполнить все расчеты в аналитическом виде. Это позволяет проследить в явном виде зависимость вида спектра от электрического поля и параметров, описывающих сверхрешетку. Надлежащим выбором этих параметров (период, мощность δ-функций в потенциале) оказывается возможным получить и неплохое количественное согласие с результатами численных расчетов и экспериментальными данными.

2. Как обычно, в приближении эффективной массы будем считать периодический потенциал $V(z)$ слоистой гетероструктуры, содержащей N периодов (N — большое число), функцией, меняющейся медленно по сравнению с внутрикристаллическим потенциалом. Тогда блоховская функция минизоны, описывающая «медленное» движение в направлении периодичности Oz, может быть найдена решением уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2_m}\psi''(k,z) + V(z)\psi(k,z) = \varepsilon(k)\psi(k,z)\,,\quad V(z) = \sum_s \alpha\delta(z-as)\,,\quad \alpha > 0\,, \tag{1}$$

где m — эффективная масса электрона (дырки), a — период сверхрешетки. Решение уравнения (1) на периоде s ($as < z < a(s+1)$)

$$\psi(k,z) = \frac{1}{\sqrt{N}}e^{ikas}\left(Ae^{iq(z-as)} + Be^{-iq(z-as)}\right) \tag{2}$$

удовлетворяет в точке $z = as$ граничным условиям

$$\psi_>(k,as) = \psi_<(k,as)\,,$$

$$\psi'_{>}(k, as) - \psi'_{<}(k, as) = \frac{2m\alpha}{\hbar^2}\psi_{<}(k, as)\,, \tag{3}$$

где $\Psi_>$ и $\Psi_<$ — значения функции (2) при $z \to as$ справа и слева.

Условия разрешимости системы (3) с функциями (2) дает уравнение для отыскания $q(k)$ [8]:

$$2qa\lambda(\cos qa - \cos ka) + \sin qa = 0\,, \quad \lambda = \frac{\hbar^2}{2ma\alpha}\,. \tag{4}$$

Входящий в (4) безразмерный параметр λ характеризует проницаемость потенциальных барьеров моделированных δ-функциями. При $\lambda \to 0$ барьеры становятся непроницаемыми и сверхрешетка распадается на отдельные потенциальные ямы с бесконечно высокими стенками. Если считать α одним и тем же для носителей тока разного типа, то величина λ для них, а значит, и проницаемость барьеров будут существенно зависеть от эффективной массы. Далее мы будем считать $\lambda \ll 1$ и ограничиваться в решениях уравнения (1) членами, линейными по λ.

С точностью до членов $\sim\lambda$ решения уравнения (4) имеют вид

$$q_b(k) = \frac{\pi n}{a}(1 - 2\lambda) + \frac{2\pi}{a}\lambda(-1)^n \cos ka\,, \tag{5}$$

здесь $n = 1, 2, \ldots$ — индекс, нумерующий решения. Энергия в n-й минизоне

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_n(k) &= \frac{\hbar^2 q^2}{2m} = b_n + \frac{1}{2}\Delta_n(1 - \cos ka)\,, \\ b_n &= \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 [(1 - 2\lambda)^2 + 4(-1)^n\lambda]\,, \\ \Delta_n &= 8(-1)^{n+1}\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \lambda \equiv \frac{2\hbar^2}{m_n^* a^2}\,, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

m_n^* — эффективная масса в n-й минизоне, Δ_n — ширина минизоны. Дальше мы будем иметь дело только с минизонами электронов и дырок, ближайшими к запрещенной зоне, и индекс $n = 1$ будем опускать. Используя (3), (4) и (6), получаем явное выражение для нормированной по сверхрешетке блоховской функции в ячейке $as < z < a(s+1)$:

$$\psi(k, z) = \frac{i}{\sqrt{N}}\left[(1 - \lambda - \lambda\cos ka)\sin(1 - 2\lambda)\frac{\pi\tilde{z}}{a} + \pi\lambda e^{-ika}\cos\frac{\pi\tilde{z}}{a} + \right.$$
$$\left. + \pi\lambda e^{i\frac{\pi}{a}\tilde{z}} - 2\pi\lambda\frac{\tilde{z}}{a}\cos ka\cos\frac{\pi\tilde{z}}{a} - i\pi\lambda\cos ka\sin\frac{\pi\tilde{z}}{a}\right]e^{ikas}\,, \tag{7}$$

$$\tilde{z} = z - as\,.$$

3. После включения однородного электрического поля $\mathscr{E}$, направленного в отрицательном направлении оси Oz, состояние электрона описывается волновой функцией $\Psi_\nu(z)$, удовлетворяющей уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m_c}\Psi''_\nu(z) + (V(z) - Fz)\Psi_\nu(z) = E_\nu^{(c)}\Psi_\nu(z)\,, \tag{8}$$

где $F = e\mathcal{E}$, m_c — эффективная масса в зоне проводимости. Ищем $\Psi_\nu(z)$ в виде

$$\Psi_\nu(z) = \int_{-\pi/a}^{\pi/a} c_\nu(k)\,\psi(k,z)\,dk\,. \tag{9}$$

Подставляя (9) в (8) и учитывая (1), получаем уравнение для $c_\nu(k)$ [9,10]:

$$\left(\varepsilon(k) - E_\nu^{(c)} - iF\frac{\partial}{\partial k}\right) c_\nu(k) = 0\,. \tag{10}$$

Решив это уравнение, получим

$$\Psi_\nu(z) = C\int_{-\pi/a}^{\pi/a} \exp\left[-\frac{i}{F}\int_0^k \varepsilon(k)\,dk + \frac{i}{F}E_\nu^{(c)}k\right]\psi(k,z)\,dk\,, \tag{11}$$

где C — нормировочный множитель.

Требование периодичности экспоненциального множителя под интегралом в (11) приводит к условию квантования Штарка

$$-\frac{1}{F}\int_0^{2\pi/a} \varepsilon(k)\,dk + 2\pi\frac{E_\nu^{(c)}}{F} = 2\pi\nu\,, \quad \nu = 0,\ \pm1\,,\ \pm2\,,\ \ldots. \tag{12}$$

Отсюда с учетом вида $\varepsilon(k)$ получаем уровни Штарка для электрона

$$E_\nu^{(c)} = aF\nu + b_c + \frac{1}{2}\Delta_c\,, \tag{13}$$

где b_c, Δ_c определены формулами (4)—(6) при $n=1$ и $m=m_c$. С учетом (13) имеем

$$\Psi_\nu(z) = C\int_{-\pi/a}^{\pi/a} e^{i\frac{\Delta c}{2aF}\sin ka}\psi(k,z)\,e^{ia\nu k}dk\,. \tag{14}$$

Учитывая периодичность блоховской функции по квазиимпульсу $\psi(k,z) = \psi\left(k + \frac{2\pi}{a}, z\right)$, разложим ее в ряд Фурье:

$$\psi(k,z) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_\mu Q_\mu(z)\,e^{ia\mu k}\,, \tag{15}$$

$$Q_\mu(z) = \frac{a}{2\pi}\sqrt{N}\int_{-\pi/a}^{\pi/a}\psi(k,z)\,e^{-ika\mu}\,dk \to \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_k \psi(k,z)\,e^{ika\mu}\,, \tag{16}$$

$$\int Q_{\mu'}^*(z)\,Q_\mu(z)\,dz = \delta_{\mu'\mu}\,, \tag{17}$$

$Q_\mu(z)$ — функция Ваннье минизоны.
Воспользовавшись разложением

$$\exp\left[i\frac{\Delta_c}{2aF}\sin ka\right] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l(\beta_c)\,e^{ikal}\,, \quad \beta_c = \frac{1}{2}\,\frac{\Delta_c}{aF}\,, \tag{18}$$

где $I_l(x)$ — функция Бесселя целого порядка, и полагая в (11) $C=\alpha/2\pi$ и $z=z_c$, окончательно получаем нормированную волновую функцию электрона в виде

$$\Psi_\nu(z_c)=\sum_l(-1)^l\,I_l(\beta_c)\,Q_{l-\nu}(z_c)\,. \tag{19}$$

Аналогично для дырки имеем

$$\overline{\Psi}_{\nu'}(z_h)=\sum_{l'}I_l(\beta_h)\,\overline{Q}_{l'-\nu'}(z_h)\,,\quad \overline{Q}_\mu(z_h)=Q_{-\mu}(z_c\to z_h\,,\ \lambda_c\to\lambda_h)\,, \tag{20}$$

$$E_{\nu'}^{(h)}=-aF\nu'+b_h+\frac{1}{2}\Delta_h+E_g\,, \tag{21}$$

$$\beta_h=\frac{1}{2}\,\frac{\Delta_h}{aF}\,,\quad b_h=\frac{\hbar^2}{2m_h}\left(\frac{\pi}{a}\right)^2(1-8\lambda_h)\,,\quad \Delta_h=\frac{4\hbar^2}{m_h}\left(\frac{\pi}{a}\right)^2\lambda_h\,,$$

где E_g — ширина запрещенной зоны, m_h — эффективная масса дырки в валентной зоне. Далее при выводе коэффициента оптического поглощения мы учитываем переходы с участием дырок одного сорта. При учете дырок разных сортов спектр будет суперпозицией спектров, даваемых каждым сортом.

В достаточно сильных электрических полях, когда $\beta_{c,\ h}\lesssim 1$, суммы в (19) и (20) быстро сходятся, и эти формулы удобны для практических расчетов.

Полная энергия электрон-дырочной пары

$$E=aF(\nu-\nu')+E_\perp+\widetilde{E}_g\,;\quad \widetilde{E}_g=E_g+b_c+b_h+\frac{1}{2}\Delta_c+\frac{1}{2}\Delta_h\,. \tag{23}$$

$E_\perp$ — энергия поперечного относительно электрического поля движения.

Входящие в (19) и (20) функции Ванньe легко найти, используя формулы (16) и (7).

$$\left.\begin{aligned}
&\text{В ячейке}\quad s=\mu-1\quad(\tilde z=z-(\mu-1)\,a):\\
&\qquad Q_\mu=-\lambda\sqrt{\frac{2}{a}}\left[\frac{1}{2}\sin\frac{\pi\tilde z}{a}+\frac{\pi\tilde z}{a}\cos\frac{\pi\tilde z}{a}+i\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi\tilde z}{a}\right];\\
&\text{в ячейке}\quad s=\mu\quad(\tilde z=z-a\mu):\\
&\qquad Q_\mu=\sqrt{\frac{2}{a}}\left[(1-\lambda)\sin(1-2\lambda)\frac{\pi\tilde z}{a}+\pi\lambda\cos\frac{\pi\tilde z}{a}-i\pi\lambda\sin\frac{\pi\tilde z}{a}\right];\\
&\text{в ячейке}\quad s=\mu+1\quad(\tilde z=z-(\mu+1)\,a):\\
&\qquad Q_\mu=-\lambda\sqrt{\frac{2}{a}}\left[\frac{1}{2}\sin\frac{\pi\tilde z}{a}+\pi\left(\frac{\tilde z}{a}-1\right)\cos\frac{\pi\tilde z}{a}+i\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi\tilde z}{a}\right].
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

В остальных ячейках $Q_\mu(z)=0$, что является следствием сделанных нами приближений (линейность волновых функций по параметру λ).

4. Будем рассматривать функции (19) и (20) как огибающие в полных волновых функциях электрона и дырки и найдем коэффициент оптического поглощения сверхрешеткой.

Матричный элемент дипольного перехода под действием световой волны с частотой ω, амплитудой вектор-потенциала A_0 и поляризацией η

$$P_{\nu\nu'} = \frac{eA_0}{m_0 c}\left\langle \delta(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h) \mid (\boldsymbol{\eta}, \hat{\mathbf{p}}_c) \mid \frac{1}{\sqrt{L_x L_y}} e^{iKR}\Phi(\boldsymbol{\rho})\, \Psi_\nu(z_c)\, u_c(\mathbf{r}_c)\, \Psi_{\nu'}(z_h)\, u_v^*(\mathbf{r}_h)\right\rangle =$$

$$= \frac{eA_0}{m_0 c}(\boldsymbol{\eta}, \hat{\mathbf{p}}_{cv})\, \delta_{k_c, -k_h}\, \Phi(0)\sqrt{L_x L_y}\, \langle \nu', h \mid \nu, c\rangle . \qquad (25)$$

Здесь u_c и u_v — блоховские функции дна зоны проводимости и потолка валентной зоны и $\mathbf{k}_t = k_{tx}\mathbf{e}_x + k_{ty}\mathbf{e}_y$, $(t = c,\ h)$, $\mathbf{K} = \mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h$;

$$\langle \nu', h \mid \nu, c\rangle = \sum_{l, s=-\infty}^{\infty} (-1)^l I_l(\beta_c)\, I_{l+s-\sigma}(\beta_h)\, \langle \overline{Q}_s \mid Q_0\rangle , \qquad (26)$$

$$\langle \overline{Q}_s \mid Q_0\rangle = \int \overline{Q}_s^*(z)\, Q_0(z)\, dz , \quad \sigma = \nu - \nu' , \qquad (27)$$

$$\mathbf{R} = \frac{m_c\boldsymbol{\rho}_c + m_h\boldsymbol{\rho}_h}{m_c + m_h}, \quad \boldsymbol{\rho}_{c,h} = x_{c,h}\,\mathbf{e}_x + y_{c,h}\,\mathbf{e}_y ;$$

$\Phi(\boldsymbol{\rho})$ — волновая функция относительного поперечного движения электрона и дырки, $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_c - \boldsymbol{\rho}_h$.

Вероятность оптического перехода

$$W = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\perp}\sum_{\nu,\nu'} |P_{\nu\nu'}|^2\, \delta(\hbar\omega - aF(\nu - \nu') - E_\perp - \widetilde{E}_g) , \qquad (28)$$

где $\sum_{\perp}$ — сумма (интеграл) по квантовым числам поперечных состояний.

Спектр поглощения будет обладать разными особенностями в зависимости от характера поперечного движения электрон дырочной пары. Если считать это движение свободным, то

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2\pi}\, e^{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}, \quad E_\perp = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}, \quad \mu = \frac{m_c m_h}{m_c + m_h}, \qquad (29)$$

где $\mathbf{k} = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$ — двумерный волновой вектор, и коэффициент поглощения сверхрешеткой равен

$$\alpha(\omega) = \frac{n_0\hbar\omega}{ucV}\, W = \frac{4\pi\mu e^2 |(\boldsymbol{\eta}\, \hat{\mathbf{p}}_{cv})|^2}{n_0 m_0^2 \omega c\hbar^2 a}\sum_{\sigma} |\langle \nu', h \mid \nu, c\rangle|^2\, \theta(\hbar\omega - aF\sigma - \widetilde{E}_g) , \qquad (30)$$

где u — плотность энергии в световой волне, n_0 — показатель преломления, V — объем образца, $\sigma = \nu - \nu'$ и

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 , \\ 0, & x < 0 . \end{cases}$$

Как видно из формулы (30), спектр поглощения состоит из последовательности прямоугольных ступенек, высота которых определяется соответствующим матричным элементом $\langle \nu', h | \nu, c \rangle$ и, как можно увидеть из (26), в сильном поле максимальна при $\sigma = 0$ и быстро убывает с ростом σ.

Экспериментальные результаты некоторых авторов показывают, что заметное влияние на характер спектра поглощения оказывают экситонные эффекты. При этом, если в слабых полях из-за «размазанности» волновых функций в направлении z кулоновское взаимодействие следует считать трехмерным, то в сильных полях благодаря локализации электрона и дырки в близких ячейках это взаимодействие ближе к двумерному [6, 7]. Если учесть кулоновское взаимодействие и предполагать, что электрон и дырка связываются в двумерный экситон, то волновая функция и энергия поперечного движения будут

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) \equiv f_{nm}(\rho, \varphi) = \frac{4}{a_{\text{Б}}\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{p\,!}\ u^{|m|}}{(2p + 2|m| + 1)^{3/2} (p + 2|m|)\,!^{3/2}} e^{-\frac{u}{2} + im\varphi} L^{2|m|}_{p+2|m|}(u), \tag{31}$$

$$E_{\perp} = -\frac{\mu e^4}{2\varkappa_0^2 \hbar^2 n^2}, \quad n = \frac{1}{2}, \ \frac{3}{2}, \ \ldots, \tag{32}$$

где $L^{2|m|}_{p+2m}(u)$ — обобщенные полиномы Лагерра [11], $n = p + |m| + \frac{1}{2}$, $u = \dfrac{2\rho}{a_{\text{Б}} n}$, $a_{\text{Б}} = \dfrac{\varkappa_0 \hbar^2}{\mu e^2}$, $p = 0, 1, 2, \ldots$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, $\varkappa_0$ — диэлектрическая проницаемость.

При учете кулоновского взаимодействия для непрерывного спектра относительного движения имеем

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) \equiv f_{km}(\rho, \varphi) = \frac{B_k}{2\pi\sqrt{k}} (2k\rho)^{|m|} e^{-ik\rho + im\varphi} F\left(\frac{i}{k} + |m| + \frac{1}{2}, \ 2|m| + 1; \ 2i\rho\right),$$

$$B_k = \frac{2}{(2|m|)\,!^{1/2}} \sqrt{\frac{k}{\pi}}\ \Gamma\left(|m| + \frac{1}{2} - \frac{i}{k}\right) e^{\frac{\pi}{2k}}, \quad E_{\perp} = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}. \tag{33}$$

Функция f_{km} нормирована на двумерную δ-функцию $\dfrac{1}{2\pi k}\delta(k - k')\,\delta_{mm'}$, $F(\alpha, \beta; x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

Из (31) и (33) получаем

$$|f_{nm}(0)|^2 = \frac{1}{\pi a_{\text{Б}}^2} \frac{1}{n^3} \delta_{m0}, \tag{34}$$

$$|f_{km}(0)|^2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{e^{\pi/k}}{\operatorname{ch}\dfrac{\pi}{k}} \delta_{m0}. \tag{35}$$

Подставляя в (25), (28) вместо $\Phi(0)$ величины (34) и (35), для коэффициента поглощения получаем

$$\alpha(\omega) = \frac{16\pi\mu e^2}{n_0 m_0^2 c\omega\hbar^2 a} |(\eta, p_{cv})|^2 \sum_{\sigma} |\langle \nu', h | \nu, c \rangle|^2 \left[\frac{\pi\hbar^2}{2\mu} \sum_{n} |f_{n0}(0)|^2 \delta(\hbar\omega - \right.$$
$$\left. - aF\sigma + \frac{\varepsilon_{\text{Б}}}{n^2} - \widetilde{E}_g) + \frac{e^{\xi(\omega,\sigma)}}{\operatorname{ch}\xi(\omega,\sigma)} \theta(\hbar\omega - aF\sigma - \widetilde{E}_g), \tag{36}$$

где

$$\xi = \pi \sqrt{\frac{\varepsilon_Б}{\hbar\omega - aF\sigma - \tilde{E}_g}}, \quad \varepsilon_Б = \frac{\mu e^4}{2\varkappa_0^2 \hbar^2}. \tag{37}$$

Спектр поглощения теперь более сложен, чем без учета кулоновских эффектов. Он состоит из дискретных пиков, соответствующих образованию экситонов с фиксированным квантовым числом n и «западающих» в коротковолоновую сторону ступенек, соответствующих рождению несвязанных пар. Каждая их этих особенностей эквидистантно повторяется для различных значений σ. В сильном электрическом поле пики будут наиболее интенсивными, а ступеньки наиболее резкими для переходов с $\sigma = 0$, спадая с увеличением $|\sigma|$ тем быстрее, чем сильнее поле.

Наконец, если параллельно электрическому полю включено магнитное поле H, то поперечное движение описывается волновой функцией

$$\Phi(\rho) \equiv \chi_{Nm}(\rho, \varphi) = \frac{1}{a_H \sqrt{2\pi}} \left(\frac{\rho^2}{2a_H^2}\right)^{\frac{|m|}{2}} \frac{(N!)^{1/2}}{(N + |m|)!^{3/2}} e^{im\varphi} e^{-\frac{1}{4a_H^2}\rho^2} \times$$
$$\times e^{i\frac{e}{2\hbar c}([\mathbf{H}, \rho], R)} L_{N+|m|}^{|m|} \left(\frac{\rho^2}{2a_H^2}\right), \quad a_H^2 = \frac{\hbar c}{eH}, \tag{38}$$

$$E_\perp = \frac{e\hbar H}{\mu c}\left(n + \frac{1}{2}|m| + \frac{1}{2}\right) + \frac{e\hbar H}{2c} m \left(\frac{1}{m_c} - \frac{1}{m_h}\right), \tag{39}$$
$$N = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \qquad m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots.$$

Коэффициенты поглощения в магнитном поле состоят из пиков, соответствующих переходам между штарковскими уровнями и уровнями Ландау электрона и дырки:

$$\alpha(\omega, H) = \frac{4\pi e^2}{a a_H^2 n_0 m_0^2 \omega c} |(\boldsymbol{\eta}, \rho_{cv})|^2 \sum_N \sum_\sigma K\nu', h\,|\nu, c\rangle|^2 \delta \times$$
$$\times \left[\hbar\omega - aF\sigma - \frac{e\hbar H}{\mu c}\left(N + \frac{1}{2}\right) - \tilde{E}_g\right]. \tag{40}$$

Порядок величин матричных элементов, входящих в формулы (30), (36), (40), определяется интегралами перекрывания функций Ваннье электронной и дырочной минизон $\langle Q_s | Q_0\rangle$, которые выражаются через параметры теории λ_c и λ_h:

$$\left.\begin{aligned}
\langle\bar{Q}_0 | Q_0\rangle &= 1 - \lambda_c^2 - \lambda_h^2 + \frac{1}{4}(1 - 5\pi^2)\lambda_c\lambda_h - i(\lambda_c - \lambda_h), \\
\langle\bar{Q}_1 | Q_0\rangle &= \langle\bar{Q}_{-1} | Q_0\rangle^* = -i\frac{\pi}{2}\left[\lambda_c - \lambda_h - (\pi - 1)\lambda_c\lambda_h\right] - \lambda_c\lambda_h, \\
\langle\bar{Q}_{\pm 2} | Q_0\rangle &= \frac{1}{12}\lambda_c\lambda_h(\pi^2 + 3).
\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

5. Приведем некоторые оценки, используя для этого параметры GaAs в гетероструктуре GaAs—$Al_xGa_{1-x}As$ ($x = 0.35$): $m_c = 0.065 m_0$, $m_{hh} = 0.55 m_0$, $m_{lh} = 0.09 m_0$, $E_g = 1.53$ эВ, $\varkappa_0 = 13.1$. Для периода сверхрешетки возьмем типичное

значение $a = 50$ Å и положим $\lambda_c = 0.05$. Согласно (4), $\lambda_{hh} = \frac{m_c}{m_{hh}} \lambda_c = 0.006$. Заметим, что выбранная нами величина λ_c дает ширину минизоны электронов $\Delta_c = 0.0926$ эВ ($\Delta_{hh} = 0.0013$ эВ), что очень близко к величине $\Delta_c = 0.0950$ эВ, приведенной в [2] и полученной при численном расчете в модели прямоугольных ям шириной 40 Å, разделенных барьерами 15 Å.

При $F = 0$ красная граница спектра поглощения (или фототока) определяется расстоянием между потолком мини-зоны дырок и дном минизоны электронов. При $F \neq 0$ характер спектра определяется отношением ширины каждой из минизон Δ_c и Δ_h к расстоянию между уровнями Штарка aF, т. е. параметрами β_c и β_h, которые заданы формулами (18) и (21) и являются аргументами функций Бесселя в (19), (20) и (26). Как уже отмечалось, с ростом электрического поля интенсивность переходов $\sigma = \nu - \nu' \neq 0$ убывает и картина фотопоглощения упрощается. В конечном счете это обусловлено разрушением электрическим полем резонанса между ячейками сверхрешетки и локализацией волновых функций электронов и дырок внутри отдельных ячеек. Очевидно, что при этом быстрее локализуются более тяжелые частицы. Так, например, при $\lambda_c = 0.05$ в электрическом поле $\mathscr{E} = 50$ кВ/см для электронов $\beta_c = 1.856$, для тяжелых дырок $\lambda_h = 0.0258$, в поле 100 кВ/см — $\beta_c = 0.928$, $\beta_h = 0.0129$. В таких полях $I_0(\beta_h) \cong 1$, $I_l(\beta_h) << 1$ $(|l| > 0)$, и тяжелая дырка с энергией $E_\nu^{(h)}$, согласно (20), уже практически полностью локализована в ячейке с номером $s = \nu$, и, как можно видеть из (26), преобладающими становятся переходы с $\sigma = 0$. При выбранных параметрах уже в средних полях $\mathscr{E} \sim 10$ кВ/см для переходов с образованием тяжелых дырок в выражении (26) можно пренебречь членами $\sim I_l(\beta_h)$ с $|l| > 1$ и представить (26) в виде

$$\langle \nu', h | \nu, c \rangle \cong \sum_{|l|<2} (-1)^{\sigma - l} \langle \overline{Q}_l \mid Q_0 \rangle \Big[I_{\sigma-l}(\beta_c) I_0(\beta_h) - \\ - \big(I_{\sigma-l+1}(\beta_c) - I_{\sigma-l-1}(\beta_c)\big) I_1(\beta_h) \Big] .$$

Для переходов с образованием легких дырок эффект локализации достигается в более сильных полях.

В пределе $F \to \infty$ в спектре останутся только переходы $\sigma = 0$, и красная граница поглощения смещена (включая и экситонные пики) относительно края при $F = 0$ в коротковолновую сторону на величину

$$\frac{1}{2} \left(\Delta_c + \Delta_h \right) = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{a^2} \left(\frac{\lambda_c}{m_c} + \frac{\lambda_h}{m_h} \right) .$$

В этом пределе переходы идут практически между уровнями изолированных потенциальных ям.

Все наши выводы полностью согласуются с результатами, полученными при численном решении уравнения Шредингера с использованием модели сверхрешетки в виде последовательности прямоугольных потенциальных ям, разделенных барьерами конечной высоты.

Описанная эволюция спектра наблюдалась авторами работы [14] при измерениях фототока. В этих экспериментах зафиксировано до восьми штарковских пиков. В максимально достигнутом электрическом поле $\mathscr{E} = 167$ кВ/см в спектре оставалось только два максимума, отвечающих оптическим переходам $\sigma = 0$ с образованием легких и тяжелых дырок.

Полученные в нашей работе результаты могут быть использованы для качественного и количественного анализа экспериментальных данных по спектрам оптического поглощения или фототока в слоистых полупроводниковых гетероструктурах.

Список литературы

[1] Localization and Confinement of Electrons in Semiconductors. Springer Series in Solid-State Sc. 1990. V. 97. 353 p.
[2] Mendez E. E. // Localization and Confinement of Electrons in Semiconductors, Springer Series in Solid-State Sc. 1990. V. 97. P. 224—236.
[3] Mendez E. E., Agullo-Roeda F., Hong J. M. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 2426—2430.
[4] Agullo-Roeda F., Mendez E. E., Hong J. M. // Phys. Rev. 1989. V. B40. N 3. P. 1357—1365.
[5] Mendez E. E., Agullo-Roeda F., Hong J. M. // Appl. Phys. Lett. 1990. V. 56. P. 2545—2548.
[6] Agullo-Roeda F., Brum J. A., Mendez E. E., Hong J. M. // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. N 4. P. 1676—1681.
[7] Chomette A., Lambert B., Deveand F., Bestard G. // Europhys. Lett. 1987. V. 4. P. 461—463.
[8] Зейтц Ф. Современная теория твердого тела. М.; Л.: Гостехиздат, 1949. 736 с.
[9] Wannier G. H. // Rev. Mod. Phys. 1962. V. 34. N 4. P. 645—655.
[10] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика, ч. 2, § 56. М.: Наука, 1978. 447 с.
[11] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Физматгиз. 1963. 702 с.

Санкт-Петербургский
государственный университет

Поступило в Редакцию
26 июня 1992 г.