КОГЕРЕНТНЫЕ И СЖАТЫЕ СОСТОЯНИЯ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ЛАНДАУ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ. ИЗЛУЧЕНИЕ НЕКЛАССИЧЕСКОГО СВЕТА

В. А. Коварский

Рассмотрено возникновение волнового пакета из состояний осциллятора Ландау (в том числе в скрещенных магнитном и электрическом полях) при возбуждении коротким световым импульсом. В двухзонном приближении в симметричных точках k_0 зоны Бриллюэна разрешен прямой оптический переход из основного состояния «нижнего» осциллятора на уровни «верхнего» осциллятора. При $T = 0$ K вкладом поперечного импульса электрона можно пренебречь. Выяснены условия возникновения когерентных и сжатых состояний осцилляторов Ландау и излучение ими неклассического света с существенно квантовой дисперсией.

Когерентные и сжатые состояния возникают как определенные суперпозиции квантовых состояний осциллятора. Они описывают волновые пакеты со свойствами, близкими к классическим, но с существенно квантовой дисперсией [1, 2]. Ниже будет показано, что волновые пакеты, приготовленные из состояний осцилляторов Ландау, в твердом теле излучают неклассический (когерентный либо сжатый) свет.

Рассмотрим магнетооптику полупроводника в приближении пары зон: нижней i и верхней f, описываемых тензорами обратных эффективных масс $(1/m_1^{(i)},\ 1/m_2^{(i)},\ 1/m_3^{(i)})$ и $(1/m_1^{(f)},\ 1/m_2^{(f)},\ 1/m_3^{(f)})$. Ограничимся прямыми оптическими переходами в симметричной точке k_0 зоны Бриллюэна. Волновая функция в приближении метода эффективной массы имеет вид

$$\psi_{k_0}(\mathbf{r},\ t) = \psi_i(\mathbf{r},\ t)\, u_{k_0}^{(i)}(\mathbf{r}) + \psi_f(\mathbf{r},\ t)\, u_{k_0}^{(f)}(\mathbf{r}). \tag{1}$$

Здесь $\psi_{i,\ f}(\mathbf{r},\ t)$ — сглаженные волновые функции; $u_{k_0}^{(i)}$, $u_{k_0}^{(f)}$ — периодические части блоховских волновых функций вблизи k_0 [3]. Подставим (1) во временное уравнение Шредингера, умножим его на $u_{k_0}^{(i)}$, $u_{k_0}^{(f)}$ соответственно и проинтегрируем по элементарной ячейке. Получим систему зацепляющихся уравнений (2).

$$i\hbar\frac{\partial\psi_i}{\partial t} = H_i\psi_i + D_{if}(t)\,\psi_f$$
$$i\hbar\frac{\partial\psi_f}{\partial t} = H_f\psi_f + D_{fi}(t)\,\psi_i \tag{2}$$

Здесь $D_{if}(t) = d_{if}F(t)$; $F(t) = F_0 f(t)\, e^{i\Omega t}$; F_0 и Ω — амплитуда и несущая частота светового импульса с огибающей $f(t)$; d_{if} — матричный элемент дипольного перехода для элементарной ячейки; $H_{i,\ f}$ — гамильтонианы метода эффективной массы для «нижней» и «верхней» зон (i может относиться к дырочной зоне; тогда $m_f^{(i)} \equiv m^{(h)}$, и отсчет энергии, как обычно, ведется от потолка валентной зоны вниз). Магнитное поле H направлено вдоль оси тензора обратных эффективных масс, отвечающей массе $m_3^{(f)}$ — ось z, x и y направлены вдоль осей 1 и 2. Вектор электрического поля световой волны направлен вдоль оси 1.

Начальное состояние может относиться к нижней зоне проводимости (например, вырожденный n-германий, точка L [4]). В этом случае для $T = OK$ ψ_i^0 относится к уровню Ландау с $n = 0$ и «поперечными» импульсами $k_y - k_{oy} = k_z - k_{oz} = 0$, так что $E_i^0 = \hbar\omega_c^{(i)}/2$; $\omega_c^{(i)}$ —циклотронная частота электрона в зоне i

$$\omega_c^{(i)} = \frac{e_0 H}{c\sqrt{m_1^{(i)} m_2^{(i)}}}\ ;\ \ \psi_i^0(x) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_i}}\, e^{-\frac{x^2}{2\sigma_i^2}}\ ;\ \ \sigma_i^2 = \sqrt{\frac{m_2^{(i)}}{m_1^{(i)}}}\ \frac{\hbar c}{e_0 H} \tag{3}$$

Здесь e_0 — заряд электрона, c — скорость света, $\sigma_i \equiv \lambda_H^{(i)}$ — магнитная длина носителя тока в анизотропном кристалле. Поскольку магнитные длины $\lambda_H^{(f)}$ и $\lambda_H^{(i)}$ различны из-за тензорного характера эффективных масс, оптические переходы с основного уровня $\psi_i^{(0)}$ начального состояния разрешены на все уровни осциллятора верхней зоны f $(\omega_c^{(i)} \neq \omega_c^{(f)})$. Будем считать электромагнитное поле $F(t)$ достаточно слабым, так что

$$i\hbar\frac{\partial\psi_f}{\partial t} = H_f\psi_f + F_0 d_{if} f(t)\, e^{-i\nu t}\psi_i^0,$$

$$\nu = \frac{\omega_c^i}{2} + \frac{\Delta_{if}}{\hbar} - \Omega \tag{4}$$

(Δ_{if} — межзонная энергетическая щель). В уравнении (4) по-прежнему пренебрегаем поперечными импульсами, которые при переходе сохраняются равными нулю. Решение (4) имеет вид

$$\psi_f(x,\ t) = \frac{d_{if}F_0}{\hbar}\int G_f(x,\ t;\ x_1,\ t_1)\, f(t_1)\, e^{-i\nu t_1}\psi_i(x)\, dx_1 dt_1. \tag{5}$$

Здесь $G_f(x,\ t;\ x_1,\ t_1)$ — функция Грина для осциллятора Ландау с частотой $\omega_c^{(f)}$ [5].

Рассмотрим гауссов импульс возбуждающего света $f(t) = \dfrac{T_0}{\tau}\, e^{-t^2/\tau^2}$ (T_0 — нормировочная константа, τ — длительность импульса). Расчет интегралов в формуле (5) может быть реализован на компьютере. Для достаточно короткого импульса должно выполняться условие

$$\hbar\tau^{-1} \gg s\hbar\omega_c^{(f)}$$

(s — число уровней Ландау, формирующих пакет вблизи резонанса, отвечающего переходу Франка—Кондона).

Для качественной оценки в этом случае в интеграле (5) можно положить $f(t) = T_0\delta(t)$. Расчет интегралов (5) проводится непосредственно. Находим

$$\psi_f(x,\ t) = \frac{d_{if}F_0T_0}{\hbar}\,\nu(t)\, e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2(t)}}\, e^{-iR_1(t)x^2}. \tag{6}$$

Здесь

$$\sigma^2(t) = \lambda_H^2\,(a\sin^2\omega_c^{(f)}t + b\cos^2\omega_c^{(f)}t);\ \ \sigma(0) = \sigma_i, \tag{7}$$

$$\lambda_H^2 = \frac{hc}{e_0 H}; \; a = \frac{m_2^{(f)}}{m_1^{(f)}} \sqrt{\frac{m_1^{(i)}}{m_2^{(i)}}}; \; b = \sqrt{\frac{m_2^{(i)}}{m_1^{(i)}}}; \; \lambda_H^2 b = \sigma_i^2, \tag{8}$$

$$\nu(t) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma_i}} \left\{ \frac{h}{m_1^{(f)} \omega_c^{(f)}} \frac{1}{\sigma_0^2} \sin \omega_c^{(f)} t - \cos \omega_c^{(f)} t \right\}^{-1/2} |\nu(t)|^2 = \frac{1}{2\sigma(t)}, \tag{9}$$

$$R_1(t) = \frac{m_1^{(f)} \omega_c^{(f)}}{2h} \operatorname{ctg} \omega_c^{(f)} t \left[\frac{\sigma_i^2}{\sigma^2(t)} - 1 \right]; \; R_1(0) = 0. \tag{10}$$

Как следует из формулы (6), $\psi_f(x, t)$ представляет собой гауссов пакет с дисперсией $\sigma^2(t)$, периодически изменяющийся со временем. Такое состояние принято называть «сжатым вакуумом» для осциллятора [1]. Степень сжатия определяется соотношением

$$\eta = \frac{a}{b} = \frac{m_2^{(f)}}{m_1^{(f)}} \frac{m_1^{(i)}}{m_2^{(i)}}. \tag{11}$$

В изотропном кристалле $\eta = 1$ и формула (6) описывает покоящийся когерентный пакет с постоянной дисперсией.

Рассмотрим теперь случай полупроводника в скрещенных постоянном электрическом **E** и магнитном **H** полях (E оси OX). (Например, прямой оптический переход из зоны «легких» дырок в кристаллах германия в верхние электронные зоны). В этом случае [6] относительные положения равновесия осцилляторов Ландау для электронов x_c^0 и дырок x_v^0 имеют противоположные знаки, так что

$$\xi_0 = x_v^0 - x_c^0 = \frac{e_0 E}{h\omega_c^{(h)}} \lambda_H^{(h)^2} + \frac{e_0 E}{h\omega_c^{(e)}} \lambda_H^{(c)^2} \tag{12}$$

При этом можно ограничиться нижайшим уровнем Ландау для зоны легких дырок ($\omega_c^{(h)} \gg \omega_c^{(e)}$). Расчет волновой функции $\psi_f^{(\mathbf{E} \perp \mathbf{H})}$ в случае прямого перехода $i \to f$ аналогичен (6) (см. также [6]). Находим:

$$\psi_f^{(\mathbf{E} \perp \mathbf{H})}(x, t) = \frac{d_{cv} F_0 T_0}{h} \nu(t) \, e^{-\frac{(x - x_i^0 - \xi_0 \cos \omega_c^f(t))^2}{2\sigma^2(t)}} e^{-i\Phi(x, t)}, \; \xi = x_i^0 - x_f^0, \tag{13}$$

$$\Phi(x, t) = R_1(t)(x - x_i^0)^2 - 2R_2(x - x_i^{(0)})\xi - R_3(t)\xi^2, \tag{14}$$

$$R_2(t) = \frac{g(t)}{1 + g^2(t)\sigma_0^4 \cos^2 \omega_c^{(f)} t}; \; g(t) = \frac{m_1^{(f)} \omega_c^{(f)}}{2h \sin \omega_c^{(f)} t}, \tag{15}$$

$$R_3(t) = \cos \omega_c^{(f)} t R_2(t); \; R_2(0) = R_3(0) = 0.$$

Как следует из полученной формулы (13) $|\psi_f^{\mathbf{E} \perp \mathbf{H}}(x, t)|^2$ представляет собою гауссов пакет, совершающий периодические колебания с частотой $\omega_c^{(f)}$ и переменной во времени дисперсией с частотой 2 $\omega_c^{(f)}$. В момент времени $t = 0$ центр пакета (13) находится в точке $x = x_f^0 + \xi = x_i^0$, что согласуется с принципом Франка—Кондона (вертикальный переход из начального положения x_i^0). Это оправдывает некоторым образом замену гауссова светового импульса с несущей частотой Ω вблизи франк-кондоновского максимума на δ-функцию. Естественно, условия для экспериментального наблюдения динамики пакетов, образованных из решений (6) или (13), состоят в том, что пакет должен совершить по крайней мере 10—100 осцилляций до того, как он релаксирует. Таким образом, время «расплывания» когерентности $\tau_{\text{ког}}$ должно быть 10—100 $[\omega_c^{(f)}]^{-1}$. В сильном квантующем магнитном поле желательно реализовать условие $\omega_c^{(f)} > \hbar\omega_{\text{phon}}$ (ω_{phon} — частота предельного кристаллического фонона), так что $\tau_{\text{ког}}$ должно быть $\sim 10^{-11}$—10^{-12} с.

Во время осцилляций заряженный пакет излучает электромагнитные волны. Интенсивность I_0 излучения осциллятора может быть определена по формуле [7]:

$$I_0 = \frac{e_0^2 (\omega_c^{(f)})^4}{3c^3} \left[\overline{x^2 (0)} + \frac{\overline{p^2 (0)}}{m_1^2 (\omega_c^{(f)})^2} \right], \tag{16}$$

где x, p — операторы координаты и импульса излучающего осциллятора. Горизонтальная черта означает усреднение рядом с квадратом модуля волновой функции, а также усреднение по периоду колебаний.

Если не создавать специальных условий для возбуждения циклотронного излучения, то усредненное по периоду волны среднее число излученных фотонов N_0 за время $\tau_{\text{ког}}$ есть [8]

$$N_0 = n \frac{I_0 \tau_{\text{ког}}}{\hbar\omega} = n\varphi (\eta), \tag{17}$$

где

$$\varphi (\eta) = \frac{e_0^2 \omega_c^3 \lambda_H^2 \tau_{\text{ког}}}{3\hbar c^3} \left[\frac{1}{2} b (1 + \eta) - \frac{1}{b \sqrt{\eta}} \right].$$

В случае (6) для изотропного кристалла $\eta = 1$ и φ (1) = 0. Для анизотропного кристалла $\varphi (\eta) \neq 0$. Например, для $\omega_c \sim 10^{13}$ с$^{-1}$, $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-12}$, $n \sim 10^{14}$, $\lambda_H \sim \sim 10^{-7}$, находим $N_0 \sim 10^4$. Ситуация резко изменится, если предпринять специальные меры для возникновения сверхизлучения (длина излучающего образца в направлении оси X должна быть меньше длины $2\pi c/\omega_c$). Поскольку для короткого возбуждающего импульса $\tau \ll \omega_c^{-1}$ все излучающие осцилляторы приготовлены в начальный момент в одной фазе и сохраняют фазовую память (τ короче времени поперечной релаксации), то возникает общий переменный дипольный момент $D = ne_0 x$. Генерируемое число фотонов в этом случае $N = n^2 \varphi (\eta)$, что значительно облегчает условия наблюдения. В обоих случаях излучение имеет характерную зависимость от величины и направления магнитного поля. (В случае Ge поле **H** должно быть направлено перпендикулярно направлению ⟨111⟩). Статистические свойства излучения повторяют статистические свойства излучающего осциллятора. Действительно [7], временные зависимости канонических переменных координаты $q_\varkappa (t)$ и импульса $p_\varkappa (t)$ $\varkappa$-моды электромагнитного поля в первом приближении по степени заряда e_0 пропорциональны законам изменения со временем координаты $x (t)$ и импульса $p (t)$ излучающего осциллятора ([7], стр. 210), т. е.

$$q_\varkappa (t) = c_1 x (t); \;\; p_\varkappa (t) = \frac{c_2}{\omega} p (t). \tag{18}$$

Корреляционные функции K от переменных поля содержат усреднение по состояниям излучающего осциллятора, т. е. после подстановки в K переменных (18) эти функции полностью совпадают с корреляционными функциями сжатых состояний. Таким образом, в приближении (18) осциллятор в состоянии сжатого вакуума излучает сжатый свет.

«Затравочная» степень сжатия осциллятора Ландау может быть экспоненциально увеличена за счет параметрического воздействия на систему слабым переменных магнитным полем H ‖ H с частотой $2\,\omega_c^{(f)}$ (как и при параметрическом способе сжатия света [1, 9]). В исследуемом случае, однако, рост коэффициента сжатия $\exp\left(\frac{\mathscr{H}}{2H}\,\omega_c \tau_{\text{ког}}\right)$ ограничен временем $\tau_{\text{ког}}$.

Рассмотренный круг вопросов требует совместных усилий теоретиков и экспериментаторов, так как входящие в теорию компоненты тензора обратных эффективных масс не всегда известны, но могут быть определены по циклотронному излучению (16) путем сканирования по частоте Ω возбуждающего лазера [10].

В заключение заметим, что сжатые и когерентные состояния осцилляторов Ландау могут быть «считаны» и другими экспр_иментальными методами. Например: по горячей люминесценции из возбужденных электронных состояний «вниз» на дырочные состояния или примесные центры; по оптическому возбуждению «узким» светом из состояний отдельных уровней Ландау «сжатого» осциллятора в электронные состояния верхних зон.

Автор признателен Н. Ф. Перельману за обсуждения.

Список литературы

[1] Быков В. П. // УФН. 1991. Т. 161. № 10. С. 145—175.
[2] Авербух И. Ш., Перельман Н. Ф. // УФН. 1991. Т. 161. № 7. С. 41—81.
[3] Bassani F., Pastori Paravicini. Electronic States and Optical Transition in Solids. Pergamon Press, 1975. 391 c.
[4] Cardona M. // Semicondactors and Semi-metals. Optical Properties of III—V Compounds. Acad. Press, 1967. P. 131—165.
[5] Гольдман Н. Н., Кривченков В. Д. Сборник задач по квантовой механике. М.: ГИТГЛ, 1957. С. 111.
[6] Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978. 615 с.
[7] Виноградов Ан. В., Янский Я. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. Вып. 2 (8). С. 386.
[8] Файн А. М. Квантовая радиофизика. Т. 1. Фотоны и нелинейные среды. М., 1972. 412 с.
[9] Dicke R. H. // Phys. Rev. 1954. V. 93. P. 439.
[10] Додонов В. В., Манько В. И. // Тр. ФИАН СССР. 1987. Т. 183. С. 71.

Институт прикладной физики
АН Молдовы
Кишинев

Поступило в Редакцию
6 июля 1992 г.