

НЕОМИЧЕСКАЯ ПРЫЖКОВАЯ ПРОВОДИМОСТЬ СЛАБО КОМПЕНСИРОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Аладашвили Д. И., Адамия З. А., Лавдовский К. Г.,
Левин Е. И., Шкловский Б. И.

Показано, что в слабо компенсированных слабо легированных образцах n - и p -кремния в области температурного насыщения прыжковой проводимости электропроводность уменьшается с ростом электрического поля (отрицательная неомичность). В предельно слабо компенсированных образцах этот эффект настолько силен, что приводит к возникновению отрицательной дифференциальной проводимости. В таких образцах наблюдаются осцилляции тока, связанные с развитием доменной неустойчивости. При понижении температуры, когда возникает энергия активации ϵ_3 , отрицательная неомичность исчезает и электропроводность становится возрастающей функцией поля (положительная неомичность).

Построена теория отрицательной неомичности как следствия захвата электронов в мертвые концы бесконечного кластера. Теория позволяет также описать ослабление отрицательной неомичности и переход к положительной с ростом степени компенсации и понижением температуры.

Введение. Неомическая прыжковая проводимость исследовалась ранее в основном в аморфных полупроводниках, где, как правило, наблюдается рост проводимости σ с увеличением электрического поля E по закону

$$\sigma(E) \equiv j(E)/E = \sigma(0) \exp\left(\frac{CeEr_h}{kT}\right) \quad (1)$$

(см., например, библиографию в [1]). В (1) $j(E)$ — плотность тока, e — абсолютная величина заряда электрона, r_h — средняя длина прыжка, C — численный коэффициент, меньший единицы. Аналогичные результаты были получены в немногочисленных исследованиях слабо легированных кристаллических полупроводников с не малой степенью компенсации. Теория и моделирование на ЭВМ [1] качественно объясняют закон (1), однако количественное сравнение теории и эксперимента в случае аморфных полупроводников сдерживается неточным знанием плотности локализованных состояний, а в случае кристаллических компенсированных полупроводников — трудностями теоретического учета кулоновского взаимодействия носителей.

В такой ситуации представляется естественным исследовать неомическую прыжковую проводимость на самом простом объекте, который может играть роль модельного по отношению к более сложным неупорядоченным системам. В качестве такого объекта мы выбрали слабо легированный и очень слабо компенсированный кристаллический полупроводник, в котором структура примесной зоны, положение уровня Ферми и омическая проводимость хорошо описываются существующей теорией [2], что позволяет надеяться на построение для него количественной теории неомических вольтамперных характеристик (ВАХ) и ее количественное сравнение с экспериментом.

Исходя из этих соображений, мы исследовали ВАХ большого числа образцов слабо легированного слабо компенсированного n - и p -Si. Оказалось, что характер ВАХ существенно различен в двух областях температур, которые выделяются при исследовании омического транспорта, а именно в низкотемпе-

ратурной ϵ_3 -области, где омическое удельное сопротивление $\rho \equiv 1/\sigma(0)$ зависит от T по закону

$$\rho(T) = \rho_0 \exp(\epsilon_3/kT), \quad (2)$$

и в сравнительно высокотемпературной области насыщения прыжковой проводимости (s -области), где экспоненциальная зависимость ρ от T исчезает.

Прежде чем описывать ВАХ в ϵ_3 - и s -областях, напомним, с чем связано их существование [2]. Рассмотрим для определенности слабо компенсированный полупроводник p -типа. В таком полупроводнике при достаточно низких температурах подавляющая часть акцепторов нейтральна, а потерянные донорами электроны находятся на тех редких акцепторах, энергия которых существенно понижена потенциалом близлежащего положительного донора. При этом

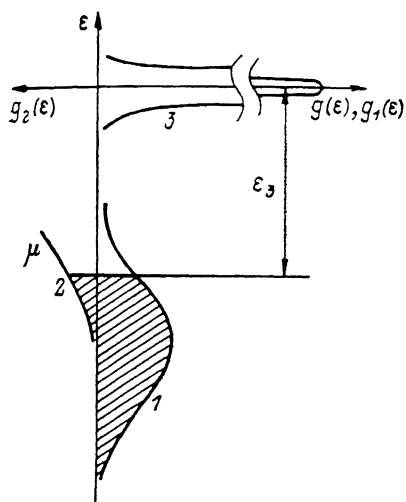


Рис. 1. Плотности состояний в примесной зоне при $T=0$.

1 — $g(\epsilon)$, 2 — $g_1(\epsilon)$, 3 — $g_2(\epsilon)$.

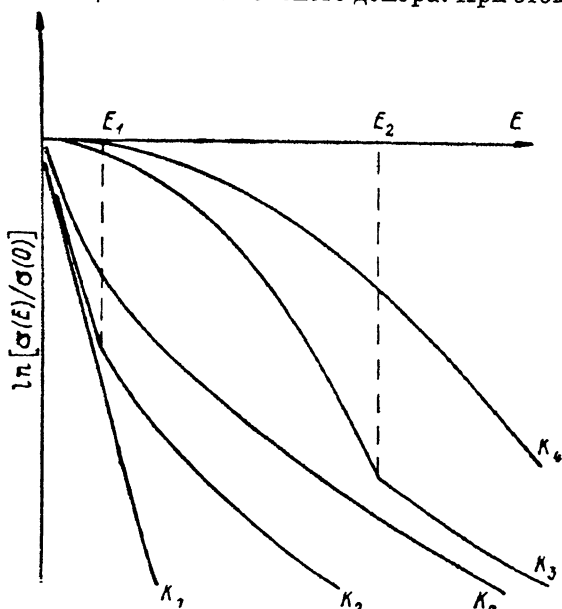


Рис. 2. Эволюция зависимости $\sigma(E)$ в s -области при увеличении степени компенсации K ($K_1 \ll K_2 \ll K_c \ll K_3 \ll K_4 \ll 1$).

вблизи одного донора может находиться 1, 2 или ни одного отрицательно заряженного акцептора, т. е. может формироваться 1-, 2- или 0-комплекс [2]. На рис. 1 наряду с гигантским δ -образным пиком плотности состояний $g(\epsilon)$ при $\epsilon=0$, образованным нейтральными акцепторами, показаны плотности состояний для ближайшего к донору акцептора $g_1(\epsilon)$ и для второго заряженного акцептора вблизи 1-комплекса $g_2(\epsilon)$. 0- и 1-комплексы образуются тогда, когда электрон, покидая окрестность «своего» донора, переходит в более низкое состояние второго электрона в окрестности другого донора. Положение уровня Ферми μ при $T \rightarrow 0$ определяется условием электронейтральности, т. е. условием равенства концентраций 0- и 2-комплексов

$$N_2(\mu) = N_0(\mu), \quad (3)$$

которому, как показано в [2], удовлетворяет

$$\mu = \mu_0 = -0.98 \frac{e^2}{\kappa R}, \quad (4)$$

где κ — диэлектрическая проницаемость полупроводника, а $R = N_A^{-1/3}$ — среднее расстояние между акцепторами.¹

¹ В [2] была получена только оценка для коэффициента в (4): 0.99 ± 0.01 . Более точное значение 0.98 вычислено в разделе 4 настоящей работы.

В слабо компенсированном полупроводнике концентрация комплексов мала по сравнению с концентрацией акцепторов, поэтому при не слишком низких температурах прямым туннелированием электронов с комплекса на комплекс можно пренебречь, и вклад в прыжковую проводимость вносят только электроны, активированные в δ -пик плотности состояний («подвижные электроны»). Их концентрация n равна $N_A \exp(-\epsilon_3/kT)$, где $\epsilon_3 = |\mu_0|$ — энергетическое расстояние от уровня Ферми до δ -пики. Соответственно для проводимости имеет место закон (2).

Насыщение проводимости при повышении температуры связано с тем, что уже при $T \simeq T_s \equiv \epsilon_3/[k \ln(1/K)]$, где $K = N_D/N_A \ll 1$ — степень компенсации полупроводника, концентрация подвижных электронов приближается к своему предельному значению N_D и при $T > T_s$ фиксируется на этом уровне. Со стороны высоких температур s -область обычно ограничена переходом к зонной проводимости. Для описания зависимости $n(T)$ во всей области температур к условию нейтральности (3) добавляют

$$n(\mu) = N_A \exp(-\mu/kT), \quad (5)$$

что приводит к уравнению

$$N_0(\mu) = N_2(\mu) + N_A \exp(-\mu/kT), \quad (6)$$

и находят $\mu(T)$, а затем и $n(T)$ с помощью численного решения (6) на ЭВМ [2]. При $T \gg T_s$, $N_0(\mu) \rightarrow N_D$, $N_2(\mu) \rightarrow 0$ и $\mu = -kT \ln(1/K)$.

ВАХ слабо компенсированных образцов n - и p -Si в ϵ_3 -области были исследованы в нашей работе [3]. Оказалось, что в ϵ_3 -области проводимость экспоненциально возрастает при увеличении электрического поля. В [3] предлагается интерпретировать это явление как следствие того, что электрическое поле уменьшает энергию отрыва электрона от 1-комплекса в δ -пик плотности состояний. Этот эффект аналогичен эффекту Френкеля—Пула. Его теория, построенная в [3], приводит к зависимости вида

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp\left(\alpha \sqrt{\frac{4e^3 E}{\kappa (kT)^2}}\right), \quad (7)$$

где $\alpha = 0.69$ (экспериментальные значения α , измеренные в [3], оказались почти в 2 раза меньше, и удовлетворительного объяснения этого факта у нас пока нет). Далее мы будем говорить о том, что имеют место «положительная» неомичность, когда $\sigma(E)$ растет с ростом E , и «отрицательная» неомичность, когда $\sigma(E)$ падает с ростом поля. Формулы (1) и (7) — примеры положительной неомичности.

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию неомичности проводимости слабо легированных и очень слабо компенсированных полупроводников в s -области. В разделе 1 приведены экспериментальные результаты. Оказалось, что в s -области неомичность таких полупроводников отрицательна. В некоторых случаях проводимость убывает столь резко, что дифференциальная проводимость материала становится отрицательной. При этом в образце развивается доменная неустойчивость и наблюдается генерация колебаний на частотах 0.1–10 Гц (эти результаты уже кратко сообщались нами в [4], о наблюдении уменьшения $\sigma(E)$ на 30 % в слабо компенсированном германии сообщалось ранее в работе [5]).

В s -области концентрация «проводящих» электронов фиксирована и равна N_D . При этом комплексы, сформированные донорами, никакой роли не играют и все события разыгрываются на акцепторах, находящихся в δ -пике ПС. Впервые теория зависимости подвижности электронов от E в таких условиях была построена в работе [6], где было предсказано экспоненциальное уменьшение $\sigma(E)$ с ростом E и возникновение N -образных ВАХ. При этом, однако, теория строилась для очень сильных полей $E \gg E_A \equiv kT/eR$. В исследованных нами образцах кремния при таких полях уже наступает примесный пробой, поэтому сублинейные ВАХ удастся наблюдать лишь при $E < E_A$. Следующие два раздела настоящей работы посвящены развитию идей [6] для случая умеренных полей.

В разделе 2 нами строится теория зависимости $\sigma(E)$ в s -области в случае предельно малой компенсации, когда задача сводится к вычислению дрейфовой скорости одного электрона, движущегося независимо от всех остальных. Показано, что при $K \rightarrow 0$

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp(-eEL_0/2kT), \quad (8)$$

где

$$L_0 = R(\xi_c/3) \quad (9)$$

— радиус корреляции бесконечного кластера, ответственного за омическую электропроводность,

$$\xi_c = 2r_c/a, \quad (10)$$

$r_c = 0.865R$ — радиус протекания, a — радиус локализации волновой функции основной примеси. Простым дифференцированием несложно проверить, что зависимость (8) приводит к возникновению отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС) при $E > E_i$,

$$E_i = 2kT/eL_0. \quad (11)$$

В разделе 3 изучается влияние конечности степени компенсации на зависимость $\sigma(E)$ и показано, что проводимость следует формуле (8) в полях $E < E_1$, а при $E > E_1$

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp\left(-\frac{e\sqrt{E E_c} L_0}{2kT}\right), \quad (12)$$

где

$$E_c \simeq \frac{2kT}{eL_0} \ln\left[\frac{K_c}{K} \left(\frac{eEL_0}{kT}\right)^{1/2}\right], \quad (13)$$

$$K_c = \frac{kT}{(\xi_c/3)^2 \epsilon_3}. \quad (14)$$

Здесь E_c — величина размерности электрического поля, логарифмически зависящая от E , а E_1 — решение уравнения $E_c(E_1) = E_1$. При возрастании K поле E_1 уменьшается и зависимость $\sigma(E)$ ослабевает (рис. 2). При $K = K_c$, $E_1 = kT/eL_0$ область применимости (8) исчезает и вся экспоненциальная зависимость $\sigma(E)$ описывается формулой (12). В области $1 \gg K \gg K_c$ происходит дальнейшее ослабление зависимости $\sigma(E)$ (рис. 2).

В разделе 4 строится простая квазиравновесная модель неомической прыжковой проводимости, позволяющая на едином языке описать как изучавшуюся в [3] положительную неомичность, так и отрицательную неомичность, исследованную в данной работе, и описать наблюдаемый при изменении температуры переход между ними.

1. Экспериментальные результаты

Нами исследовались образцы слабо легированного и слабо компенсированного кремния p - и n -типа, легированные В, Ga, P, As и Sb. Для измерения удельного сопротивления кристаллов применялась методика, подробно описанная в [7]. Параметры ряда типичных образцов собраны в таблице, а на рис. 3, а, б представлены зависимости их омического удельного сопротивления ρ от температуры. На всех кривых $\rho(1/T)$ четко видна точка перехода от зонной проводимости к прыжковой, для образцов p -типа хорошо видна s -область. В области зонной проводимости видно изменение энергии активации с ϵ_1 на $\epsilon_1/2$, происходящее при увеличении T , при $T = \epsilon_1 \ln(1/K)/2k$. По температуре этого перехода можно примерно оценить степень компенсации наиболее слабо компенсированных образцов, у которых он выражен наиболее резко.

Эволюцию ВАХ полупроводника при понижении температуры можно проследить по рис. 4 и 5. При самых высоких температурах (рис. 4, кривые 1, 2) проводимость носит еще зонный характер и возрастает с увеличением

электрического поля (по-видимому, вследствие «обычного» эффекта Френкеля-Пула). При переходе к прыжковой проводимости (рис. 4, кривые 3—10) зависимость $\sigma(E)$ приобретает монотонно убывающий характер вплоть до полей порядка 500 В/см, где наступает примесный пробой. При этом величина «отрицательного» эффекта (уменьшения проводимости) сначала растет при понижении температуры, но по мере приближения к концу s -области уменьшается.

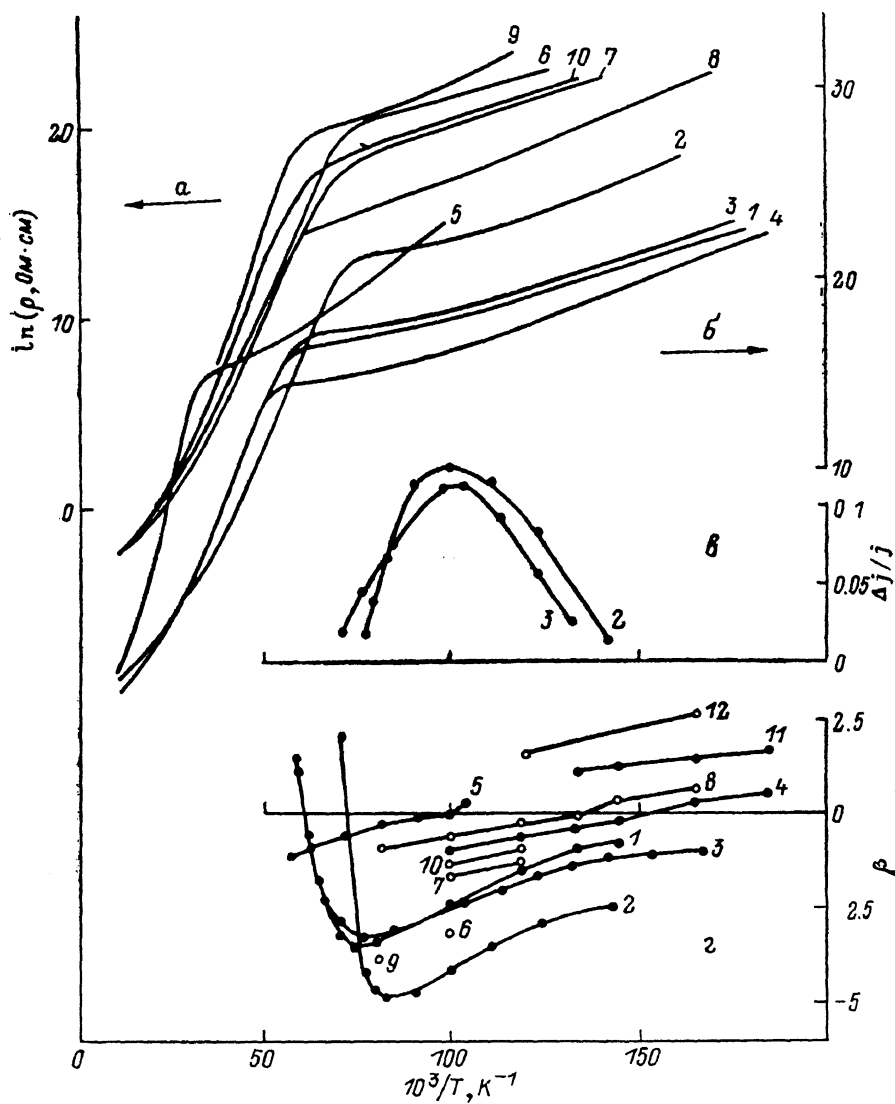


Рис. 3. Зависимости от обратной температуры $\ln \rho$ для образцов p - (а) и n -типа (б), относительной амплитуды осциллирующего тока $\Delta j/j$ для образцов 2 и 3 (в), коэффициента β (г). Номера кривых соответствуют номерам образцов в таблице.

При $T < 5$ К образец 1, $\sigma(E)$ которого показана на рис. 4, становился слишком высокоомным для измерений, и мы проследим дальнейшую эволюцию зависимости $\sigma(E)$ по более легированному образцу 4 (рис. 5). Диапазон представленных на рис. 5 температур захватывает конец s -области и начало e_2^+ области. Видно, что при выходе из s -области отрицательная неомичность снова сменяется положительной.

Удобной количественной характеристикой зависимости $\sigma(E)$ является величина

$$\beta = \frac{kT}{eR} \left. \frac{d \ln \sigma(E)}{dE} \right|_{\max}, \quad (15)$$

Параметры исследованных образцов

№ образца	Основная примесь	Тип	Концентрация основной примеси, 10^{16} см	Примерная степень компенсации	ξ_c	$-\beta_s$
1	B	p	5.5	$5 \cdot 10^{-3}$	20.7	2.7
2	B	p	5.9	$4 \cdot 10^{-5}$	20.2	2.7
3	B	p	7.3	$2 \cdot 10^{-4}$	18.8	2.5
4	B	p	9.2	$5 \cdot 10^{-3}$	17.4	2.4
5	Ga	p	40	$5 \cdot 10^{-3}$	13.0	1.8
6	P	n	6.0	10^{-2}	23.3	3.0
7	P	n	8.0	10^{-2}	21.1	2.8
8	P	n	14.5	$5 \cdot 10^{-3}$	17.3	2.3
9	As	n	10	10^{-3}	20.7	2.7
10	Sd	n	5.5	10^{-3}	20.0	2.7
11	B	p	35	10^{-2}	12.2	—
12	P	n	55	10^{-2}	11.6	—

где \max означает, что производная вычисляется в точке, где она максимальна по модулю (т. е. β положительна для «положительной» неомичности и отрицательна для отрицательной). Для самых слабо легированных образцов с $K \ll$

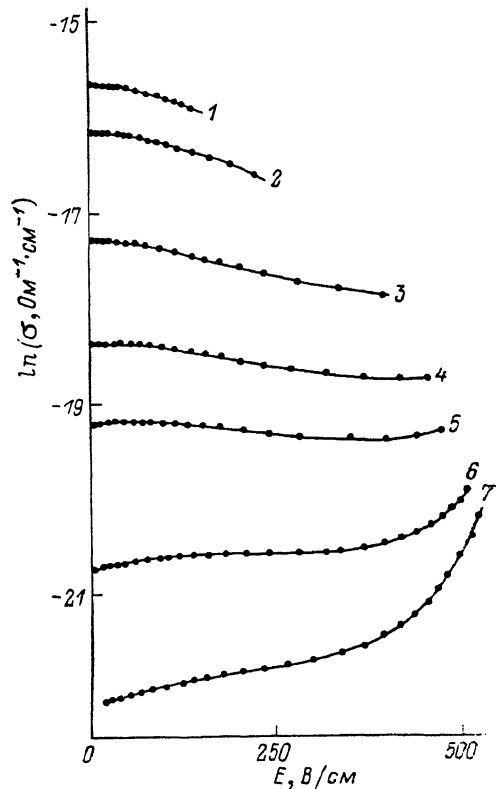
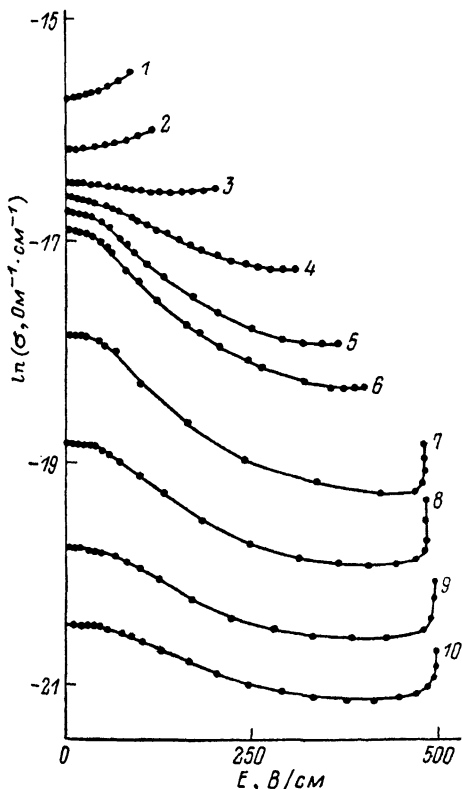


Рис. 4. Зависимость $\ln \sigma$ от E для образца 1 при различных температурах.

T, K : 1 — 18.3, 2 — 17.4, 3 — 16.5, 4 — 15.6, 5 — 14.2, 6 — 13.1, 7 — 10.0, 8 — 8.4, 9 — 7.5, 10 — 6.9.

Рис. 5. Зависимость $\ln \sigma$ от E для образца 4 при различных температурах.

T, K : 1 — 11.0, 2 — 10.0, 3 — 8.4, 4 — 7.5, 5 — 6.9, 6 — 6.1, 7 — 5.4.

$\ll K_c$ [для образцов 1—10 формула (14) дает $K_c \approx 4 \cdot 10^{-3}$, поэтому таковыми являются образцы 2 и 3], зависимость $\sigma(E)$ которых должна описываться формулой (7), в области насыщения β должна не зависеть от T и равняться

$$\beta_s = -1/2 (\xi_c/3)^2 \quad (16)$$

($\nu=0.88$ — критический индекс теории протекания). Для более сильно компенсированных образцов теория предсказывает отрицательное, но меньшее по модулю значение β [см. формулу (46) в разделе 3].

При выходе из s -области в область ϵ_1 -проводимости β должна очень резко изменяться от значения (16) до положительных значений, связанных с зонным эффектом Френкеля—Пула. При переходе из s - в ϵ_3 -область β также должна становиться положительной.

Зависимости $\beta(T)$ для исследованных нами образцов приведены на рис. 3, г. Нам не удалось промерить весь описанный выше ход $\beta(T)$ на одном образце, так как наиболее слабо легированные образцы, в которых хорошо измерялась $\sigma(E)$ в s -области, становились слишком высокоомными в области ϵ_3 -проводимости, а к более легированным образцам с меньшим сопротивлением не удавалось в s -области приложить достаточного напряжения из-за сильного джоулева разогрева.²

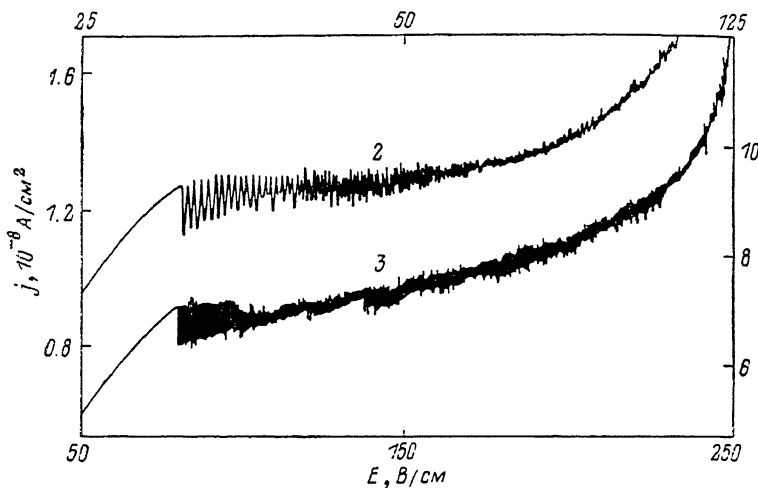


Рис. 6. Зависимость плотности тока j от поля E при медленном увеличении E во времени для образцов 2 (левая и верхняя шкалы, $T=10.2$ K) и 3 (правая и нижняя шкалы, $T=10.2$ K).

Приведенные на рис. 3, г зависимости в целом подтверждают качественную картину, обрисованную выше. Из них также видно, что отрицательная неомичность образца действительно тем сильнее, чем меньше его степень компенсации. При этом остается непонятным заметное превышение для самых слабо легированных образцов значений $|\beta|$ над их теоретическими значениями (16) (см. таблицу).

Наиболее ярким проявлением отрицательной неомичности явились наблюдаемые в двух самых слабо компенсированных образцах (2 и 3) осцилляции тока при постоянном напряжении, вызванные развитием доменной неустойчивости в условиях существования ОДС. На рис. 6 приведены зависимости $j(E)$ при медленном увеличении E во времени для образцов 2 и 3 при температурах, когда амплитуда осцилляций тока близка к максимальной. При постоянном напряжении, немного превышающем пороговое напряжение начала осцилляций, колебания тока во времени имели периодический характер (с периодом 3.5 и 0.5 с соответственно). При увеличении напряжения период колебаний сначала уменьшался, затем зависимость $j(t)$ принимала хаотический характер, а амплитуда колебаний начинала немонотонно зависеть от приложенного напряжения. Интересно отметить, что зависимость амплитуды колебаний от напряжения (со всеми резкими скачками, хорошо видимыми на рис. 6) точно

² Отсутствие влияния разогрева на результаты измерений контролировалось путем сравнения зависимостей $\sigma(E)$ для двух образцов существенно разной толщины, вырезанных из одного кристалла.

воспроизводилась при повторных измерениях. Очень слабые (меньше 2 %) хаотические колебания тока наблюдались и для образца 1, в масштабе рис. 4 эти колебания незаметны.

Величина порогового поля возникновения осцилляций находится в качественном согласии с формулой (11). На рис. 3, в приведена зависимость амплитуды осцилляций от температуры, из которой видно, что осцилляции, как и следует из теории, существуют только в s -области. Детальное исследование структуры и динамики движения доменов потребовало бы проведения дополнительных экспериментов. Мы установили только, что в полях меньше порогового распределение поля в образце однородно, а в больших — нет. Этот факт представляется нам однозначным доказательством того, что наблюдаемые осцилляции связаны именно с возникновением доменной неустойчивости.

2. Теория сублинейных ВАХ в s -области в пределе малой компенсации

В этом разделе мы будем считать, что неравенство $K \ll 1$ настолько сильно, что движение каждого электрона можно рассматривать независимо от движения других. В таком случае омическая проводимость $\sigma(0)$ определяется бесконечным кластером, составленным из сопротивлений эквивалентной сетки Миллера и Абрахамса, соединяющих такие пары акцепторов, у которых показатели экспоненты $\xi_{ij} = 2r_{ij}/a < \xi_c + 1$, где r_{ij} — расстояние между акцепторами i и j , а ξ_c определяется (10) [2]. Такой кластер называется критической подсеткой сетки Миллера и Абрахамса. Для дальнейшего важную роль играет характерный «период» критической подсетки L_0 . Вообще говоря, корреляцион-

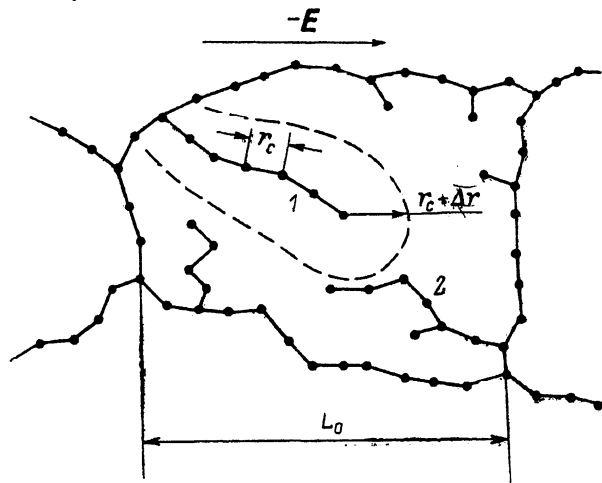


Рис. 7. Фрагмент бесконечного кластера, ответственного за омическую прыжковую проводимость.

Мертвый конец 1 является ловушкой для электрона. Штриховой линией показана граница области, создающей «явление» вокруг ловушки.

ная длина (характерный период) бесконечного кластера, включающего все сопротивления с $r_{ij} < r$, где $r = r_c + \Delta r$, $\Delta r \ll r_c$, равна

$$L(\Delta r) = R \left(\frac{p_c}{p(r) - p_c} \right)^2 = R \left(\frac{r_c}{3\Delta r} \right)^2, \quad (17)$$

где $p(r) = (4\pi/3)N_A r^3$ — среднее число сопротивлений с $r_{ij} < r$, соединенных с одним акцептором, $p_c = p(r_c) \simeq 2.7$. Для критической подсетки $\Delta r = a/2$ [2], и мы получаем для ее радиуса корреляции выражение (9). Такую же длину L_0 имеют самые большие из неэкспоненциально редко встречающихся мертвых концов на критической подсетке (рис. 7, кривые 1, 2). При $eEL_0 \ll kT$ электрон свободно заходит в мертвые концы и свободно покидает их. Другими словами, его движение, как и при $E=0$, имеет в основном характер диффузии. Ситуация существенно меняется при $eEL_0 \gg kT$. В этом случае электрон, двигаясь вправо против поля, т. е. в сторону действующей на него силы, может свободно зайти в направленный направо мертвый конец (рис. 7, конец 1), однако вероятность выхода обратно из такого конца теперь оказывается в $\exp(eEL_0/kT)$ раз меньше вероятности входа. Предположим, что и вероятность выхода из этого конца прыжком направо также мала благодаря тому, что минимальный прыжок, который нужно для этого совершить, длиннее r_c на $\Delta r \gg a$

(рис. 7). Такой мертвый конец является для электрона ловушкой, где он застревает на время, экспоненциально большее времени прыжка на длину r_c . Покинув эту ловушку, он через некоторое время оказывается в новой ловушке и т. д. Таким образом, при $eEL_0 \gg kT$ дрейфовая скорость электрона сильно падает под влиянием поля и определяется средним временем задержки на ловушках. Для того чтобы выяснить, какие ловушки будут определять среднее время задержки при заданных E и T , будем характеризовать каждую ловушку длиной мертвого конца в направлении поля x и толщиной «изоляции» Δr . Далее мы покажем, что вероятность найти такую ловушку

$$p(x, \Delta r) \simeq \exp \left[-\frac{x}{(1+\nu)L(\Delta r)} \right] = \exp \left[-\frac{x}{(1+\nu)L_0} \left(\frac{2\Delta r}{a} \right)^\nu \right], \quad (18)$$

т. е. экспоненциально падает с ростом x и Δr . Время задержки в ловушке

$$t = t_0 \min [\exp(eEx/kT), \exp(2\Delta r/a)], \quad (19)$$

где $t_0 = \gamma_0^{-1} \exp(\xi_c)$ — время прыжка на расстояние r_c , а γ_0 — характерная частота [2]. Основной вклад в среднее время задержки электрона будут давать те ловушки, у которых время выхода в обе стороны одного порядка, т. е. x и Δr связаны условием

$$eEx/kT = 2\Delta r/a = \xi, \quad (20)$$

поскольку из всех ловушек с $t = t_0 \exp(\xi)$ они обладают наибольшей вероятностью $p(x, \Delta r)$. При помощи (20) длину ловушки x и толщину ее изоляции Δr можно выразить через показатель экспоненты времени задержки ξ и, подставив это значение в (18), получить вероятность образования ловушки с временем задержки не меньше $t_0 \exp(\xi)$

$$p(\xi) = \exp \left[-\frac{kT\xi^{1+\nu}}{(1+\nu)eEL} \right] = \exp \left[-\frac{\xi^{1+\nu}}{(1+\nu)F} \right], \quad (21)$$

где

$$F \equiv eEL_0/kT \quad (22)$$

— безразмерное электрическое поле. Очевидно, что с точностью до предэкспоненциального множителя среднее время задержки электрона в одной ловушке

$$\langle t \rangle = \int t(\xi) dp(\xi) \simeq t_0 \int \exp \left[\xi - \frac{\xi^{1+\nu}}{(1+\nu)F} \right] d\xi. \quad (23)$$

Подынтегральное выражение в (23) имеет острый максимум при $\xi = \xi_{\text{opt}}$, где

$$\xi_{\text{opt}} = F^{1/\nu}, \quad (24)$$

а само $\langle t \rangle$ порядка

$$\langle t \rangle \simeq t(\xi_{\text{opt}}) p(\xi_{\text{opt}}) = t_0 \exp \left(\frac{\nu}{1+\nu} F^{1/\nu} \right). \quad (25)$$

Проводимость обратно пропорциональна $\langle t \rangle$, поэтому с точностью до предэкспоненциального множителя для проводимости получаем

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp \left(-\frac{\nu}{1+\nu} F^{1/\nu} \right). \quad (26)$$

Если пренебречь отличием ν от единицы и подставить (22) в (26), то мы получим окончательную формулу (8). Как будет видно из дальнейшего, показатели экспоненты в (18) и, следовательно, в (26) и (8) найдены нами лишь с точностью до численного множителя.

Формула (26) применима в диапазоне полей

$$kT/eL_0 \ll E \ll kT/eR. \quad (27)$$

Нетрудно убедиться, что при $E = kT/eR$ она по порядку величины переходит в выражение, полученное в [6] для области $E > kT/eR$. Начиная с этого поля, оптимальные ловушки приобретают правильную форму «парашютов», описан-

ную в [6]. Интересно, что во всей области (27) длина оптимальных ловушек $x \simeq L_0$, а при изменении электрического поля меняется только толщина изоляции оптимальных ловушек Δr .

Докажем теперь формулу (21) для вероятности $p(\xi)$. Покажем сначала, что в бесконечном кластере, составленном из всех пар акцепторов с $r_{ij} < r_c + \Delta r$, концентрация мертвых концов длиной $x \gg L(\Delta r)$

$$n(x) = L^{-3}(\Delta r) \exp[-x/L(\Delta r)]. \quad (28)$$

В самом деле, известно, что если такой бесконечный кластер мысленно разбить на конечные кластеры с линейным размером $L(\Delta r)$ (рис. 8, а) и выбрать

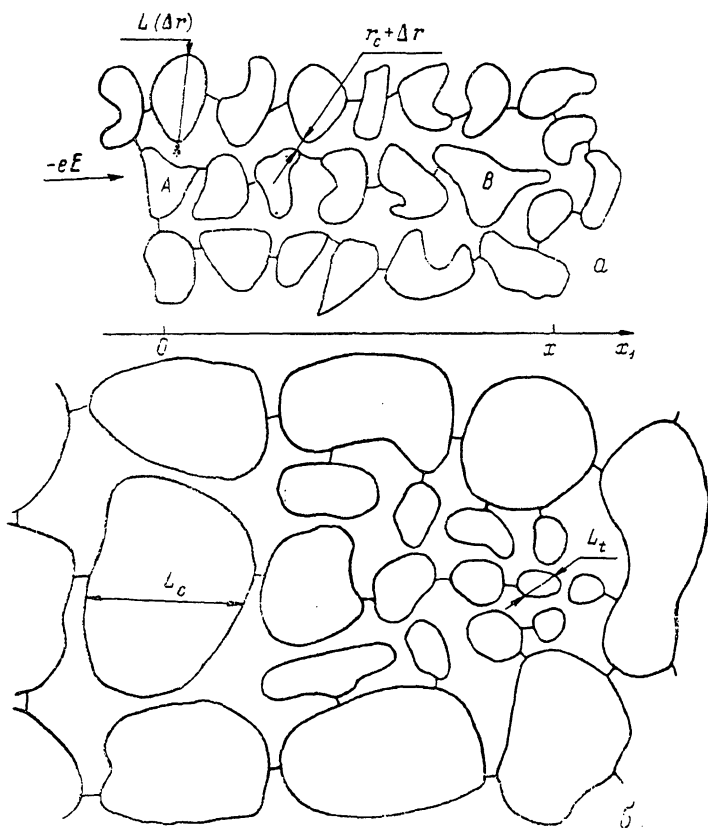


Рис. 8. Схематическое изображение мертвого конца, изолированного по всей длине на $r_c + \Delta r$ (а); оптимальный мертвый конец, изолированный в соответствии с формулой (29) (б).

направленную вдоль поля цепочку соединенных кластеров (рис. 8, а, цепочка AB), то произвольный кластер цепочки окажется не соединен с соседями сбоку от цепочки с вероятностью $q \simeq 1/2$. Для того чтобы получился мертвый конец длиной $x \gg L(\Delta r)$, такое событие должно произойти для всех $N = x/L(\Delta r)$ кластеров цепочки, вероятность этого порядка $2^{-N} \simeq e^{-N} = \exp[-x/L(\Delta r)]$, что и дает формулу (28). Выражение (18) отличается от (28), так как на самом деле нет необходимости обеспечивать изоляцию шириной Δr вдоль всего мертвого конца. Если координату x_1 отсчитывать от начала мертвого конца в направлении действующей на электрон силы слева направо (рис. 8), то для того, чтобы электрон не мог выбраться из него за время, меньшее $t_0 \exp(eEx/kT)$ (x — полная длина мертвого конца), необходима лишь изоляция $\Delta r(x_1)$, удовлетворяющая условию

$$\frac{2\Delta r(x_1)}{a} + \frac{eE(x-x_1)}{kT} = \frac{eEx}{kT} = \xi,$$

$$\Delta r(x_1) = (a/2) eEx_1/kT \quad (29)$$

(ср. с построением парашютов в [6]). Полное число кластеров, «нанизанных» на такой конец (рис. 8, б),

$$N = \int_0^x dN = \int_0^x \frac{dx_1}{L(\Delta r(x_1))} = \int_0^x \left(\frac{eEx_1}{kT} \right)^{\nu} \frac{dx_1}{L_0} = \frac{\xi^{1+\nu}}{(1+\nu)F},$$

а вероятность образования такого конца есть $\exp(-N)$, что и дает формулу (24). Разумеется, численный множитель в показателях (21), (25), (26) и (8) ненадежен.

3. Конечная степень компенсации

Выше мы полагали, что степень компенсации полупроводника столь мала, что каждый электрон движется независимо от остальных. Это возможно, когда число электронов в системе много меньше числа мест в оптимальных ловушках. Согласно (21), концентрация мест для электронов в ловушках с временем задержки не меньше $t_0 \exp(\xi)$ равна

$$N_f(\xi) = \frac{M}{V} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2F}\right), \quad (30)$$

где M — среднее число электронов, входящих в одну ловушку, а V — средний объем ловушки (в этом и следующем разделах мы всюду будем полагать $\nu=1$, чтобы не загромождать формулы).

Формула (8) справедлива, пока концентрация электронов в системе $n \ll \ll N_f(\xi_{\text{opt}})$ [см. (24)], т. е. при $F < F_c$, где

$$F_c = 2 \ln(M/nV). \quad (31)$$

Как было показано в [6], при $n \gg N_f(\xi_{\text{opt}})$ проводимость определяется ловушками с $\xi = \xi_1 < \xi_{\text{opt}}$, где ξ_1 — корень уравнения

$$N_f(\xi_1) = n. \quad (32)$$

Действительно, в этом случае в стационарных условиях все ловушки с $\xi \gg \xi_1$, включая ловушки с $\xi \approx \xi_{\text{opt}}$, заполнены электронами, поэтому в них не могут застревать другие движущиеся электроны, и их роль сводится к изъятию малой части электронов из транспорта. Ловушки же с $\xi \ll \xi_1$, как правило, пусты, но не дают вклада в $\langle t \rangle$ из-за своего малого времени задержки. Таким образом, главную роль играют заполненные наполовину ловушки с $\xi \approx \xi_1$. Подставляя (30) в (32) и находя ξ_1 , получаем

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp(-\xi_1) = \sigma(0) \exp[-\sqrt{FF_c}]. \quad (33)$$

С точностью до нерасшифрованных пока значений M и V формулы (32) и (33) совпадают с (13) и (12).

Остаток этого раздела посвящен вычислению подлогарифмических величин M и V . Рассмотрим для этого более аккуратно, чем в предыдущем разделе, геометрическую структуру оптимальной ловушки с данным значением ξ . Как указывалось выше, такая ловушка состоит из последовательности кластеров, связанных друг с другом, но изолированных на $\Delta r(x_1)$ от остальных узлов. Подставляя (29) в (17), находим, что поперечный размер ловушки

$$L[\Delta r(x_1)] = L_0(kT/eEx_1)^{\nu}. \quad (34)$$

Формула (34) теряет смысл при $x_1 < L[\Delta r(x_1)]$, так как нельзя говорить об изменении радиуса корреляции в пределах одного кластера. Поэтому поперечный размер первого самого большого кластера в цепочке L_c (рис. 8, б) определяется уравнением $L_c = L[\Delta r(L_c)]$ и равен

$$L_c = L_0 F^{-\frac{\nu}{1+\nu}} \approx L_0 / \sqrt{F}. \quad (35)$$

Хотя длина ловушки x может быть много больше L_0 , объем ловушки V всегда порядка L_c^3 , так как $V \simeq \int_0^x L [\Delta r(x_1)]^2 dx_1$, а этот интеграл сходится при $x_1 \simeq L_c$.

Таким образом, именно объем L_c^3 играет роль независимой ячейки пространства, в которой с вероятностью (21) может реализовываться или не реализовываться ловушка:

$$V = L_c^3 = L_0^3 F^{-3/2}. \quad (36)$$

Интересно отметить и тот факт, что именно L_c (а не L_0 , как можно было бы подумать) играет роль радиуса корреляции бесконечного кластера, оптимального для движения электрона в данном поле, т. е. кластера, по которому должен был бы двигаться электрон, чтобы обеспечить себе максимальную подвижность. Движение по омическому бесконечному кластеру в сильном поле невыгодно, так как при этом приходится совершать возвраты против поля на расстояния порядка L_0 , что приводит к уменьшению подвижности в $\exp(-eEL_0/kT)$ раз. При движении по более густому кластеру из пар акцепторов с $r_{ij} < r_c + \delta r$, где $\delta r > a/2$, подвижность пропорциональна

$$\exp \left[-\frac{2(r_c + \delta r)}{a} - \frac{eEL(\delta r)}{kT} \right]. \quad (37)$$

Оптимизируя (37) по δr , получаем $L(\delta r) = L_c$.

Количество электронов, входящих в одну ловушку в данном поле, определяется кулоновским отталкиванием между ними. Если число электронов в ловушке $Z \gg 1$, то формулу (19), написанную в предположении, что в одной ловушке никогда не бывает более одного электрона, следует заменить на

$$t = t_0 \min \{ \exp[(eEx - Ze^2/xL_t)/kT], \exp(2\Delta r/a) \}, \quad (38)$$

где L_t — линейный размер области, в которой сосредоточены электроны. Далее мы увидим, что L_t равно просто размеру последнего самого маленького кластера в цепочке, образующей ловушку (рис. 8, б), $L_t = L[\Delta r(x)]$. Выражая $\Delta r(x)$ через ξ с помощью (20), получаем

$$L_t = L_0 \xi^{-\nu} \simeq L_0/\xi. \quad (39)$$

При $Ze^2/xL_t \ll eEx$ форму оптимальной ловушки можно считать не зависящей от Z . Тогда влияние заполнения на ловушку сводится к небольшому изменению за счет кулоновского отталкивания величины ξ :

$$\xi = \xi_0 - Ze^2/(xL_t kT), \quad (40)$$

где ξ_0 — показатель экспоненты времени задержки при $Z=0$. Выразив при помощи (40) Z через ξ и ξ_0

$$Z = (\xi_0 - \xi) kT x L_t / e^2, \quad (41)$$

легко вычислить $N_t(\xi)$:

$$N_t(\xi) = V^{-1} \int_{\xi}^{\infty} Z(\xi_0) dp(\xi_0) = \frac{kTFxL_t}{Ve^2\xi^2} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2F}\right). \quad (42)$$

Сравнивая (42) и (31), находим величину M — среднее Z при данных ξ и F :

$$M = \frac{kTFxL_0}{e^2\xi^2} = \frac{ExL_t^2}{e}. \quad (43)$$

Решая (32) с использованием (42), получаем (33) с

$$F_c = \ln \frac{xkTF^{3/2}}{e^2L_0^2n} \simeq \ln \frac{kTF^{3/2}}{\epsilon_3(\xi_0/3)^2 K} \quad (44)$$

(мы заменили комбинацию e^2/xR на ϵ_3 , так как подлогарифмическое выражение все равно определено с точностью до численного множителя).

Поскольку все наши построения основаны на формуле (21), которая справедлива, только когда $\xi^2/2F \gg 1$, формула (33) верна лишь при условии $F_c \gg 1$. Анализируя это условие, несложно показать, что при $K \ll K_c$ эволюция $\sigma(E)$ такова, как это описано во Введении и схематически показано на рис. 2. При $1 > K > K_c$ лишь достаточно сильное поле $E \gg E_2$, где

$$E_2 \simeq \frac{kT}{eL} \left[\frac{\varepsilon_3}{kT} \left(\frac{\xi_e}{3} \right)^2 K \right]^{1/3}, \quad (45)$$

как и при $K < K_c$, способно «утрамбовать» электроны в экспоненциально редкие ловушки. Тогда справедлива формула (12). При $E < E_2$ электроны экранируют поле на большей части длины протяженных ловушек и транспорт определяется типичными, а не экспоненциально редкими ловушками с длиной, равной нелинейному радиусу экранирования поля $r_0(E) = E/KN_A e$. Время задержки в таких ловушках пропорционально $\exp [eEr_0(E)/kT]$, следовательно, проводимость зависит от E по закону

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp \left(- \frac{E^2}{KN_A kT} \right). \quad (46)$$

С дальнейшим ростом K поле E_2 растет, вследствие чего расширяется область применимости (46) и сужается область применимости (12) (рис. 2).

Обоснуем теперь сделанное при выводе формулы (43) утверждение, что все захваченные ловушкой электроны локализованы в ее конце в области с характерным размером L_i , т. е. в пределах последнего кластера в цепочке (рис. 7). В самом деле, с одной стороны, эта область не может быть меньше L_i , так как вследствие кулоновского отталкивания электроны должны распределяться равномерно по ширине ловушки. С другой стороны, они не могут разойтись вдоль ловушки на длину, большую L_i , так как электрическое поле, которое они создадут в конце ловушки $E' = Me/\kappa L_i$, в точности равно внешнему полю E [см. (43)] и не может помешать заходу электронов в последний кластер.

4. Переход от положительной неомичности к отрицательной при повышении температуры

Напомним, как строилась теория положительной неомичности в ε_3 -области [3]. Из теории зонного эффекта Френкеля—Пула известно, что приложение электрического поля понижает энергию ионизации кулоновского центра на величину

$$\Delta(E) = 2\sqrt{e^3 E/\kappa}. \quad (47)$$

В примесной зоне роль таких центров играют 1-комплексы (так как после отрыва электрона 1-комплекс заряжен положительно, а 2-комплекс нейтрален). Электрическое поле как бы сдвигает энергию каждого 1-комплекса на величину $\Delta(E)$ в сторону δ -пика плотности состояний (рис. 9, б),³ поэтому в неравновесной ситуации вместо соответствовавшего $E=0$ условия (6) условие электронейтральности принимает вид

$$N_0(\mu - \Delta) = N_2(\mu' + n(\mu)), \quad (48)$$

где $\mu = \mu(E)$ — квазиуровень Ферми, определяемый соотношением (5). Изменение проводимости с ростом электрического поля считалось в [3] пропорциональным изменению концентрации подвижных (т. е. находящихся в δ -пике) электронов $n(\mu)$. Отсюда

$$\sigma(E) = \sigma(0) \exp \left[\frac{\mu(E) - \mu(0)}{kT} \right], \quad (49)$$

где $\mu(E)$ находилось решением (48). Формула (7) получается аналитически, если в (48) пренебречь слагаемым $n(\mu)$ (что справедливо при $T \ll T_s$) и разложить N_0 по малому параметру Δ/ε_3 .

³ Способ иллюстрации этого явления, принятый на рис. 2 работы [3], отличается от использованного здесь. В [3] плотности состояний g_1 и g_2 считались не зависящими от E , но разным комплексам приписывались различные значения квазиуровня Ферми.

Уже один отказ от упрощений при решении уравнения (48), сделанных в [3], позволяет существенно расширить границы применения теории. Однако наш подход допускает дальнейшее обобщение, позволяющее учесть влияние на проводимость ловушек, описанных в предыдущих разделах. По своему влиянию на электрон ловушка с показателем экспоненты времени задержки ξ , созданная в δ -пике плотности состояний электрическим полем, полностью аналогична потенциальной яме (или глубокому центру) глубиной $kT\xi$. Поэтому появление этих ловушек можно трактовать как возникновение ниже δ -пика «хвоста» плотности состояний. Концентрация состояний с «энергией», большей ε_0 (мы отсчитываем энергию ε вниз от уровня изолированного акцептора), равна, согласно (21),

$$n_t(\varepsilon) = \frac{1}{L^3} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\varepsilon_0^2}\right), \quad (50)$$

$$\varepsilon_0 = \sqrt{eELkT} = kT\sqrt{F} \quad (51)$$

(здесь, как и в предыдущем разделе, считаем, что $\nu=1$). Таким образом, приложение поля E эквивалентно возникновению в системе гауссовского хвоста

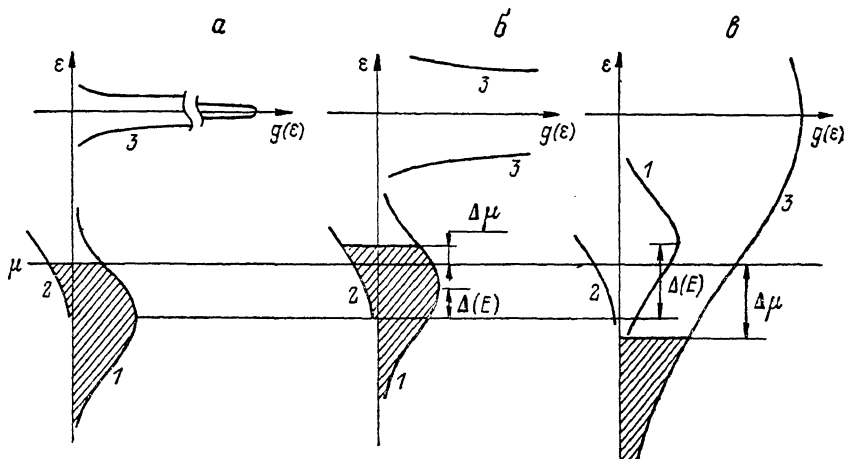


Рис. 9. Влияние электрического поля на плотность состояний примесной зоны слабо компенсированного полупроводника.

$a - E=0$, $б -$ умеренное поле [$n_t(\varepsilon_0) \ll N_D$], $в -$ сильное поле [$n_t(\varepsilon_0) \gg N_D$].

плотности состояний (рис. 9), в который могут уходить электроны, располагавшиеся ранее на комплексах или в δ -пике.

Полная концентрация электронов в образовавшемся хвосте плотности состояний определяется выражением

$$n(\mu) = \int \mathcal{F}[(\varepsilon - \mu)/kT] dn_t(\varepsilon), \quad (52)$$

где \mathcal{F} — функция Ферми. Положение квазиуровня Ферми μ при этом по-прежнему определяется условием электронейтральности (48).

Проводимость системы $\sigma(E)$ пропорциональна концентрации электронов на описанном в разделе 3 оптимальном для движения электронов кластере с радиусом корреляции L_c [см. (35)], которому на языке эквивалентной плотности состояний соответствует полоска энергий $\pm \varepsilon_0$ вокруг уровня акцепторного состояния. Поэтому для вычисления $\sigma(E)$ мы можем продолжать пользоваться выражением (49).⁴

Проследим теперь, как меняется в различных условиях положение квазиуровня Ферми $\mu(E)$ при увеличении поля E . Ситуация, изображенная на рис. 9, б, соответствует $T \ll T_c$ и не очень сильному полю. На рисунке показано

⁴ Попытка учесть в показателе экспоненты члены порядка $\varepsilon_0/kT = \sqrt{F}$ была бы повышением точности.

смещение уровней 1-комплексов на величину $\Delta(E)$ в сторону δ -пика и уширение δ -пика в соответствии с формулой (50). В результате часть электронов переливается с 1- на 2-комплексы, квазиуровень Ферми поднимается, и проводимость растет, т. е. неомичность системы носит положительный характер. При этом уширение δ -пика не оказывает никакого влияния на проводимость, так как, несмотря на экспоненциальное увеличение числа электронов в ловушках, концентрация электронов $n(\mu)$ остается пренебрежимо малой по сравнению с остальными членами в (48).

На рис. 9, в изображена кардинально другая ситуация, когда выполняется неравенство

$$n_i(\epsilon_3) \gg N_D. \quad (53)$$

Так как, согласно (51), ϵ_0 пропорционально T и E , выполнения (55) можно добиться, увеличивая поле или повышая температуру относительно значений, соответствующих рис. 9, б. В таких условиях все комплексы оголены, $N_0 \rightarrow N_D$, $N_2 \rightarrow 0$, а ушедшие с комплексов электроны находятся глубоко в хвосте гауссовой плотности состояний. Поскольку ϵ_0 растет с ростом E , при увеличении поля электроны будут проваливаться все глубже, а проводимость — убывать. Таким образом, при выполнении (53) неомичность носит отрицательный характер. Переход к отрицательной неомичности может быть вызван либо повышением температуры (что полностью подтверждается экспериментом), либо увеличением поля (намек на такую возможность в экспериментальных данных имеются, однако наблюдать четкий переход от положительной неомичности к отрицательной при увеличении поля нам мешал экспериментально ограниченный диапазон электрических полей).

На качественном уровне предложенная картина хорошо описывает экспериментальные результаты. Для проведения количественных расчетов $\sigma(E)$ необходимы точные выражения для слагаемых $N_0(\mu)$ и $N_2(\mu)$, входящих в (48). Функция $N_0(\mu)$ была вычислена в [2]:

$$N_0(\mu) = N_D \exp[-(4\pi/3)Z^3], \quad Z \equiv e^2/\chi R\mu. \quad (54)$$

Для функции $N_2(\mu)$ в [2] получена только оценка:

$$N_2^>(\mu) = 0.012535Z^6 N_D. \quad (55)$$

Более точный расчет на ЭВМ, проведенный специально для этой работы, показал, что при $\mu > 0.5 \epsilon_3$ с четырьмя верными знаками справедлива аппроксимационная формула

$$N_2(\mu) = N_2^>(\mu) (1 - 0.23126Z^3 + 0.07352Z^4). \quad (56)$$

Именно переход от (55) к (56) привел к тому, что коэффициент в (4) у нас отличается от приведенного в [2] значения 0.99. Формулы (54)—(56) получены для предела $T=0$, однако ими можно пользоваться и для расчетов при конечной температуре, так как разность $N_0 - N_2$ насыщается при $T < T_c \ll \epsilon_3/k$, а температурные поправки к ней имеют порядок kT/ϵ_3 и в этом случае малы.

Не представляет также труда более аккуратно, чем в (52), вычислить $n(\mu)$ с учетом отличия ν от единицы и кулоновского отталкивания электронов в одной ловушке. Решая получившееся уравнение на ЭВМ, мы получили результаты, близкие к экспериментальным, в s -области. Однако, как и следовало ожидать, такой расчет воюду сильно завышал роль положительных эффектов, в частности, предсказывая переход к положительной неомичности при существенно более высоких температурах, чем это наблюдалось на самом деле. Очевидно, что это связано с отмечавшимся во Введении расхождением между теорией [3] и экспериментальными данными. Нам представляется, что доработка теории прыжкового эффекта Френкеля—Пула позволит на основе развитых здесь подходов создать достаточно эффективный и точный способ расчета $\sigma(E)$ слабо легированных слабо компенсированных полупроводников в области прыжковой проводимости.

Авторы благодарны А. А. Эфросу и Е. И. Левину за помощь при подготовке текста работы.

Список литературы

- [1] Левин Е. И., Шкловский Б. И. // ФТП. 1984. Т. 18. В. 5. С. 856—864.
- [2] Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. 416 с.
- [3] Аладашвили Д. И., Адамия З. А., Лавдовский К. Г., Левин Е. И., Шкловский Б. И. // ФТП. 1989. Т. 23. В. 2. С. 213—220.
- [4] Аладашвили Д. И., Адамия З. А., Лавдовский К. Г., Левин Е. И., Шкловский Б. И. // Письма ЖЭТФ. 1988. Т. 47. В. 8. С. 390—397.
- [5] Забродский А. Г., Шлимак И. С. // ФТП. 1977. Т. 11. В. 4. С. 736—740.
- [6] Nguyen V. L., Shklovskii B. I. // Sol. St. Commun. 1981, V. 38. N 2. P. 99—102.
- [7] Аладашвили Д. И., Адамия З. А., Лавдовский К. Г. // ПТЭ. 1988. В. 6.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Получена 10.03.1989
Принята к печати 30.08.1989