ЭФФЕКТИВНАЯ ПОДВИЖНОСТЬ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ШЕРОХОВАТОСТЯХ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА В ИНВЕРСИОННОМ СЛОЕ

Зебрев Г. И.

Для системы электронов в инверсионном слое уравнение Больцмана сведено к уравнению баланса импульсов с точным учетом явного вида интегрального граничного условия. Предложена самосогласованная процедура, позволяющая получить выражения для эффективной подвижности при разных значениях параметров границы раздела. При этом объемные и поверхностный механизмы рассеяния рассматриваются аддитивным и равноправным образом как каналы потери импульса.

В связи с развитием микроэлектроники особый интерес как теоретический, так и главным образом практический приобретает проблема транспорта носителей, ограниченного рассеянием на поверхности или на границе раздела двух сред [1]. Это обусловлено тем, что если характерный наименьший размер области, в которой протекает ток, становится сравнимым с длиной релаксации импульса, то величина этого тока может контролироваться условиями на границе этой области. В частности, такая ситуация реализуется в инверсионных слоях МОП транзисторов при сильной инверсии, когда из-за усиления поверхностного рассеяния подвижность становится убывающей функцией от концентрации носителей [2, 3]. Граничные условия для неравновесной функции распределения имеют в общем случае вид интегрального уравнения [1], и их последовательный учет для нахождения решения уравнения Больцмана затруднен из-за технических осложнений. На практике граничные условия используются в упрощенном виде либо с помощью феноменологического подхода посредством введения так называемого параметра Фукса, либо посредством упрощения изначального интегрального условия. В первом случае мы теряем важную физику, во втором — конечный результат имеет существенно более узкую область применимости, чем первоначальный вид граничных условий. В частности, в [4] условие малости тепловой толщины инверсионного слоя $l_т=kT/eF_s$ по сравнению с длиной пробега по импульсу $l=v_т\tau$ делает невозможным описание при промежуточном или обратном соотношении параметров $l \lessgtr l_т$ по крайней мере в рамках одной формулы.

В данной работе учет рассеяния на шероховатостях поверхности сделан аддитивным образом без использования дополнительных ограничивающих приближений, кроме тех, в которых записаны исходное уравнение и граничные условия. Возможность подобного учета обусловлена тем, что в рамках справедливости приближения времени релаксации мы можем представить выражение для полного тока в виде уравнения баланса импульсов всей электронной системы [5], в котором вклад, связанный с потерей импульса на поверхности, представлен аддитивным образом и может быть не мал. Поясним сказанное качественными оценками. Если носители заряда (для определенности — электроны) распространяются со средней дрейфовой скоростью v_d, много меньшей тепловой скорости $v_т$, в канале толщиной $\sim l_т$, то интенсивность потери импульса на единицу площади за счет объемных механизмов рассеяния можно оценить через полный поверхностный ток I [А/см] и объемную подвижность $\mu=(e/m)\tau$:

$$(mv_d/\tau)\, nl_т \sim (m/e\tau)\, enl_т v_d \sim I/\mu.$$

Если отражение от поверхности не является зеркальным, то потеря продольного импульса при каждом акте столкновения составит какую-то долю (зависящую от точного вида граничных условий) от mv_d, и сила трения на единицу площади системы электронов оценивается следующим образом: $nv_т mv_d \sim (I/\mu)(l/l_т)$.

Безразмерный коэффициент пропорциональности, опущенный в последней оценке, выражается через характеристики поверхности и может меняться в широких пределах. Тем не менее очевидно, что при подходе, основанном на балансе импульсов, рассеяния в объеме и на поверхности дают аддитивные вклады и должны рассматриваться равноправным образом.

Итак, мы будем исходить из уравнения Больцмана, описывающего кинетику носителей в инверсионном слое с достаточно большой концентрацией (когда можно пренебречь диффузией) при наличии не очень сильного тянущего поля F_D. Равновесная и неравновесная части этого уравнения в условиях применимости τ-приближения имеют вид

$$v_x \frac{\partial}{\partial x} f_0 - eF_s \frac{\partial}{\partial p_x} f_0 = 0, \tag{1}$$

$$v_x \frac{\partial}{\partial x} f_1 - eF_D \frac{\partial}{\partial p_y} f_0 - eF_s \frac{\partial}{\partial p_x} f_1 = -\frac{f_1}{\tau}. \tag{2}$$

Уравнение (1) для равновесной части функции распределения с постоянным прижимающим полем F_s имеет тривиальное решение, которое мы для больцмановской статистики будем нормировать на объемную приповерхностную концентрацию n,

$$f_0(\varepsilon,\ x) = n\left(\frac{(2\pi\hbar)^2}{2\pi mT}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{\varepsilon}{kT} - \frac{eF_s x}{kT}\right]. \tag{3}$$

Уравнение (2) впервые рассматривалось Шриффером [6] и имеет в правой части интеграл столкновения за счет объемных механизмов рассеяния, который записывается в виде отношения неравновесной части функции распределения f_1 к транспортному времени релаксации $\tau(\varepsilon)$, зависящему, вообще говоря, от энергии. Поскольку вычисление подвижности в массивном образце является отдельной задачей, мы ограничимся введением феноменологического времени релаксации τ, приводящего к наблюдаемому значению подвижности в объеме образца. Это приближение не является принципиальным, но существенно упрощает выкладки и сравнение с экспериментальными данными. Нас интересует первый момент по скорости уравнения (2), который является выражением для тока

$$I = -e\int_0^\infty dx \int \frac{d^3P}{(2\pi\hbar)^3} v_y f_1(\mathbf{P}) =$$

$$= e\tau \int_0^\infty dx \int \frac{d^3P}{(2\pi\hbar)^3} v_y \left[v_x \frac{\partial}{\partial x} f_1 - eF_D \frac{\partial}{\partial p_y} f_0 - eF_s \frac{\partial}{\partial p_x} f_1\right]. \tag{4}$$

Как с формальной, так и с физической точек зрения очевидно, что интеграл от третьего слагаемого в (4) зануляется и не вносит вклада в полный ток. Интеграл от второго слагаемого, имеющий смысл полного тока в инверсионном слое при учете только объемных механизмов рассеяния, легко находится с помощью (3) и имеет обычный вид $e\mu n\,(kT/eF_s)F_D$. Особого рассмотрения требует первое слагаемое. После интегрирования по поперечной координате под знаком интегрирования по импульсам остается выражение $-v_x f\,(x=0,\ \mathbf{p},\ p_x)$, которое из-за наличия границы имеет разное значение для падающих $f_1^< \equiv f_1(\mathbf{p}, -|p_x|)$ и отраженных $f^> \equiv f_1(\mathbf{p}, |p_x|)$ частиц:

$$+e\tau\int\frac{d^2p}{(2\pi\hbar)^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dp_x}{2\pi\hbar}v_y\left[-v_x f_1(x=0,\ \mathbf{p},\ p_x)\right]=$$

$$=e\frac{\tau}{m}\int\frac{d^2p}{(2\pi\hbar)^2}\int\limits_0^{\infty}\frac{dp_x}{2\pi\hbar}p_y v_x\left[f_1^{<}(\mathbf{p})-f_1^{>}(\mathbf{p})\right]\equiv-\mu\Pi_{xy}. \tag{5}$$

Выражение (5) представляет собой с точностью до размерного множителя разность потоков импульса вытекающих и втекающих в систему электронов и выражается через недиагональную компоненту тензора вязких напряжений Π_{ik} [5]. При этом выражение (4) принимает вид

$$I=e\mu n_s F_D-\mu\Pi_{xy}, \tag{6}$$

где $n_s=n(kT/eF_s)$ — поверхностная плотность электронов в инверсионном слое. Формулу (6) можно рассматривать как уравнение баланса импульса системы электронов на единице площади, где члены I/μ и Π_{xy} ответственны за потерю импульса соответственно в объеме и на поверхности, а член en_sF_D представляет собой набор импульса за счет действия внешнего электрического поля.

Далее, необходимо задать условия на границе, связывающие падающие и отраженные потоки, простейшим из которых является условие Фукса, связанное с введением феноменологического параметра, определяющего долю зеркального отражения. Существует, однако, возможность обратиться к физически более содержательному виду граничных условий. В частности, следуя [4], мы будем использовать в данной задаче условие, полученное Фальковским [7],

$$f_1^{>}(\mathbf{p})-f_1^{<}(\mathbf{p})=p_x\int p_x' W(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)\left[f_1^{<}(\mathbf{p}')-f_1^{<}(\mathbf{p})\right]\frac{d^2p'}{\pi^2\hbar^4}. \tag{7}$$

Условие Фальковского выражает функцию распределения отраженных частиц через корреляционную функцию шероховатостей, считающуюся гауссовой, а точнее, через ее двумерный фурье-образ

$$W(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)=\pi(b\Lambda)^2\exp\left[-\frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2\Lambda^2}{4\hbar^2}\right], \tag{8}$$

где Λ — характерный линейный размер неровности, b — среднеквадратичное отклонение по высоте. С учетом (7) выражение для Π_{xy} приобретает вид

$$\Pi_{xy}=\int\frac{d^2p}{(2\pi\hbar)^2}\int\limits_0^{\infty}\frac{dp_x}{2\pi\hbar}p_y v_x\left[f_1^{>}(\mathbf{p})-f_1^{<}(\mathbf{p})\right]=$$

$$=\int\frac{d^2p}{(2\pi\hbar)^2}\int\limits_0^{\infty}\frac{dp_x}{2\pi\hbar}p_y v_x p_x\int p_x' W(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)\left[f_1^{<}(\mathbf{p}')-f_1^{<}(\mathbf{p})\right]\frac{d^2p'}{\pi^2\hbar^4}. \tag{9}$$

Очевидно, что уравнение (6) даже с учетом граничных условий не является замкнутым, поскольку величина Π_{xy} есть функционал от неизвестной нам неравновесной функции распределения $f_1^{<}(\mathbf{p})$. В данном случае нас интересует не сама эта функция, а лишь ее первый момент по скорости, т. е. ток. Это позволяет воспользоваться следующей самосогласованной процедурой. Полагаем, что

$$f_1^{<}(\mathbf{p})=e\tau_{\text{эфф}}F_D\frac{\partial f_0}{\partial p_y}=-\frac{e\tau_{\text{эфф}}F_D f_0}{kT}v_y, \tag{10}$$

где $\tau_{\text{эфф}}$ — эффективное значение времени релаксации, меньшее объемной величины $\tau_{\text{эфф}}\leqslant\tau$, которая подлежит самосогласованному определению и дает формально правильное значение тока

$$I=e\mu_{\text{эфф}}n_s F_D, \tag{11}$$

где $\mu_{\text{эфф}}=(e/m)\tau_{\text{эфф}}$ — эффективное значение подвижности. Подставляя (10) в формулу (9) с учетом (6) и (11), нетрудно получить замкнутое самосогласованное выражение для

$$\mu_{эфф}=\frac{\mu}{1+(\Pi^0_{xy}/en_sF_D)}. \tag{12}$$

В отличие от (9) Π^0_{xy} определяется известными функциями

$$\Pi^0_{xy}=\frac{e\tau F_D}{kT}\int\frac{d^2p}{(2\pi\hbar)^2}\int\limits_0^\infty\frac{dp_x}{2\pi\hbar}p_yv_xp_xf_0(\varepsilon)\int p'_xW(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)\times$$
$$\times(v_y-v'_y)\frac{d^2p}{\pi^2\hbar^4}. \tag{13}$$

Определенная таким образом из уравнения баланса импульса величина $\mu_{эфф}$, будучи в (11) коэффициентом пропорциональности между средней дрейфовой скоростью и тянущим полем, является наблюдаемой эффективной подвижностью в присутствии рассеивающей поверхности. Эффективная подвижность в инверсионном слое, как и следовало ожидать, меньше своего объемного значения и в принятых предположениях не зависит от величины тянущего поля.

Значение интеграла (13), определяющего силу трения на единицу поверхности, можно вычислить явным образом для двух случаев.

Если $p_т\Lambda\ll\hbar$, то корреляционную функцию $W(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|)\cong\pi(b\Lambda)^2$ можно считать постоянной и вынести из-под знака интегрирования. При этом слагаемое с v'_y при интегрировании по $\mathbf{p}'$ зануляется из-за нечетности подынтегрального выражения и последовательное интегрирование с учетом явного вида $f_0(\varepsilon)$ в (3) дает

$$\Pi^0_{xy}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{64}{45}\,\frac{(b\Lambda)^2}{\lambda\!\!\!^{-4}}\,\frac{1}{(mT)^{1/2}}\,eF_s\tau en_sF_D, \tag{14}$$

где $\lambda\!\!\!^-=\hbar/(mT)^{1/2}$ — де-бройлевская длина волны, а зависимость от прижимающего поля возникает из-за нормировки на поверхностную концентрацию n_s. Эффективная подвижность (12) при этом имеет вид

$$\mu_{эфф}=\frac{\mu}{1+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{64}{45}\,\frac{(b\Lambda)^2}{\lambda\!\!\!^{-4}}\,\frac{eF_s\tau}{(mT)^{1/2}}}. \tag{15}$$

При выполнении обратного неравенства $p_т\Lambda\gg\hbar$ малость переданного импульса позволяет разложить $p'_x=[2m\varepsilon-(p'^2_z+p'^2_y)]^{1/2}$ по степеням p'_y-p_y до члена первого порядка, который дает главный ненулевой вклад в интеграл (13). Как и в предыдущем случае, несложное, но громоздкое интегрирование с учетом (12) дает

$$\mu_{эфф}=\frac{\mu}{1+16\pi^2\sqrt{2}\,\frac{\mu F_s}{(kT/m)^{1/2}}\left(\frac{b}{\Lambda}\right)^2}. \tag{16}$$

В силу условия $p_т\Lambda\gg\hbar$ рассеяние на поверхности носит классический характер, близкий к зеркальному, что отражается в малости параметра b/Λ [напомним, что граничное условие (7) получено в предположении $p_тb<\hbar$ [7]]. Напротив, неравенство $p_т\Lambda\ll\hbar$ обусловливает практически диффузный характер рассеяния со значительно большей потерей импульса. Отношение $\mu F_s/v_т$ в знаменателях выражений (15) и (16) имеет порядок $l/l_т$ и характеризует долю объема, с которого производится сбор импульса. Множитель перед этим отношением специфичен для значений параметров граничного условия. Если длина свободного пробега по импульсу меньше тепловой толщины инверсионного слоя $l\ll l_т$, то рассеяние на поверхности не играет существенной роли и эффективная подвижность равна объемному значению.

В противном предельном случае, когда можно пренебречь единицей в знаменателе, формулы (15) и (16) дают эффективную подвижность, не зависящую от объемного времени релаксации импульса и полностью определяемую рассеянием на поверхности. Этот предельный случай воспроизводит с точностью до безразмерного коэффициента результаты работы [4], полученные другим способом, но с теми же граничными условиями.

Таким образом, представленный подход позволяет описывать непрерывным образом переход от объемного характера рассеяния к поверхностному. Функциональная зависимость от прижимающего поля вида (15) и (16) часто используется как эмпирическая для описания поведения подвижности при моделировании транспорта носителей в канале МОП транзистора (см., например, [8]). Выбор вида зависимости (15) или (16) для описания конкретных экспериментальных результатов требует независимой информации о параметрах шероховатостей или хотя бы каких-либо косвенных данных, например по температурным зависимостям [4]. В частности, для моделирования реального прибора нами использовалось выражение (15) со значением параметров $b\Lambda=200$ Å^2. При этом получено удовлетворительное количественное описание как полевых, так и температурных эффектов поведения подвижности.

Автор признателен Р. Г. Усеинову за обсуждение результатов.

Список литературы

[1] Грин Р. Ф. Поверхностные свойства твердых тел. М., 1972. 432 с.
[2] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 416 с.
[3] Зи С. Физика полупроводниковых приборов. Т. 2. М., 1984. 455 с.
[4] Крылов М. В., Сурис Р. А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. В. 6 (12). С. 2273.
[5] Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., 1975. 400 с.
[6] Schrieffer J. R. // Phys. Rev. 1955. V. 97. N 3. P. 641.
[7] Фальковский Л. А. // ЖЭТФ. 1970. Т. 71. В. 5. С. 1831—1842.
[8] Ghibaudo G. // Phys. St. Sol. (A). 1986. V. 95. P. 323.

Получена 30.08.1989
Принята к печати 23.01.1990