ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ (ФР) ЭЛЕКТРОНОВ В СУБМИКРОННЫХ СЛОЯХ В ГРЕЮЩИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Гуревич Ю. Г., Логвинов Г. Н.

В зависимости от соотношений между характерными частотами релаксации энергии проведена классификация разновидностей разогрева носителей в полупроводниковых субмикронных слоях, поперечные размеры которых меньше длины релаксации энергии на объемных акустических фононах. В рамках квазиупругости рассеяния сформулированы модельные граничные условия для симметричной части функции распределения. Установлен критерий применимости приближения электронной температуры и получено для нее аналитическое выражение в предположении слабого разогрева.

Одной из основных тенденций развития современной микроэлектроники является переход к субмикронным размерам полупроводниковых образцов, используемых в приборах. Учитывая, что одна из принципиальных характерных длин полупроводникового материала — длина остывания $\bar{l}$ [1, 2] (длина релаксации энергии) — лежит в интервале $1 \div 10$ мкм, мы переходим к условию $d \leqslant \bar{l}$, где d — один из характерных размеров прибора. Если при этом (как это обычно имеет место) $d \gg l$ (l — импульсная длина свободного пробега), то возникает вопрос о виде симметричной части ФР носителей тока, которая при квазиупругом рассеянии электронов ($\bar{l} \gg l$) определяется каналами релаксации энергии, получаемой от внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$.

Для определенности рассмотрим полупроводниковый образец в виде однородной по химическому составу пленки, безграничной в плоскости xy и имеющей конечную толщину d в направлении Oz, существенно меньшую длины остывания $\bar{l}$ (субмикронный слой).

Релаксационные процессы предполагаются происходящими в объеме и на границе. Они состоят из взаимодействия невырожденных электронов между собой и с деформационными акустическими фононами (АФ), а также с поверхностным слоем рассеивателей, в котором релаксируют как импульс, так и энергия носителей [2-4].

Введем частоты релаксации импульса в объеме $\nu(\varepsilon)$ и на границе $\nu_{\text{г}}(\varepsilon) = v_{\text{т}}/d$ ($v_{\text{т}}$ — тепловая скорость носителей). Соответствующий темп релаксации энергии будем характеризовать величинами $\tilde{\nu}(\varepsilon)$ и $\tilde{\nu}_{\text{г}}(\varepsilon)$, которые при квазиупругих механизмах рассеяния значительно меньше $\nu(\varepsilon)$ и $\nu_{\text{г}}(\varepsilon)$ ($\nu \gg \tilde{\nu}$, $\nu_{\text{г}} \gg \tilde{\nu}_{\text{г}}$).[1] В силу $d \gg l$ $\nu \gg \nu_{\text{г}}$. Что касается частоты межэлектронного взаимодействия $\nu_{ee}(\varepsilon)$, то (см. [2]) $\nu \gg \nu_{ee}$ (соотношение между ν_{ee} и $\tilde{\nu}$ может быть произвольным).

В связи с наличием нескольких каналов релаксации энергии ($\tilde{\nu}$, $\tilde{\nu}_{\text{г}}$) и ролью межэлектронных взаимодействий характер разогрева носителей в поле $\mathbf{E}_0$ [вид симметричной части ФР $f_0(\varepsilon, \mathbf{r})$] будет существенно различным в зависимости от соотношений между частотами $\tilde{\nu}$, $\tilde{\nu}_{\text{г}}$, $\tilde{\nu}_{ee}$. Существующие возможности можно классифицировать следующим образом:

$$\text{I.} \quad \nu_{ee} \gg \tilde{\nu},\ \tilde{\nu}_{\text{г}}. \tag{1}$$

[1] Квазиупругость рассеяния ($\tilde{\nu} \ll \nu$) обеспечивает [5] малость анизотропной части ФР по сравнению с изотропной. Для того чтобы последнее соотношение не нарушалось поверхностной релаксацией энергии и импульса, должно быть $\tilde{\nu}_{\text{г}} \ll \nu_{\text{г}}$.

Для соответствующих длин неравенствам (1) отвечают неравенства

$$l_{ee} \ll \bar{l},\ \tilde{d}, \tag{2}$$

где l_{ee} — длина e—e-взаимодействия [3], $\tilde{d}=v_т/\sqrt{\tilde{\nu}\tilde{\nu}_г} \gg d$ — введенная далее поверхностная длина остывания.

Так как при выполнении (1), (2) электронная подсистема энергетически квазиизолирована, в данной ситуации можно ввести электронную температуру T_e, даже если $d \ll l_{ee}$. В этом случае кинетическое уравнение Больцмана (КУБ) содержит интегралы межэлектронных (S_{ee}) и электрон-фононных (S_{ep}) столкновений ($S_{ee} \gg S_{ep}$ [2]), а $\tilde{\nu}_г$ формирует граничные условия (ГУ) для T_e.[2] Установившийся стационарный режим определяется соотношением между частотами $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\nu}_г$ ($\bar{l}$ и $\tilde{d}$).

Заметим, что введенный в [6] критерий приближения электронной температуры, сводящийся к условию $l_{ee} \ll d$, требует уточнения: так как $d \ll \tilde{d}$ и возможно выполнение неравенства $d \ll l_{ee} \ll \tilde{d}$, его следует переопределить как $l_{ee} \ll \tilde{d}$.

$$\text{II.}\quad \tilde{\nu}_г \gg \nu_{ee},\ \tilde{\nu}\ (\tilde{d} \ll l_{ee},\ \bar{l}). \tag{3}$$

В данном случае электронная температура не успевает сформироваться, даже если $\nu_{ee} \gg \tilde{\nu}$, и вся получаемая от поля энергия выводится через боковые поверхности. Поэтому кинетика процесса определяется поперечным (по отношению к E_0) баллистическим пролетом. В КУБ можно пренебречь всеми интегралами столкновений электронов с рассеивающими центрами, а $\tilde{\nu}_г$ сформирует ГУ для парциальных потоков через стенку для анизотропной части ФР $f_1(\varepsilon,\ \mathbf{r})$. Заметим, что переход от ситуации I к ситуации II при достаточной концентрации электронов ($\nu_{ee} \gg \tilde{\nu}$) может быть осуществлен уменьшением толщины образца d.

$$\text{III.}\quad \tilde{\nu} \gg \tilde{\nu}_г,\ \nu_{ee}\ (\bar{l} \ll \tilde{d},\ l_{ee}).$$

При данном соотношении частот e—e-взаимодействия релаксация как энергии, так и импульса на границе несущественна. Однако при формальном совпадении в данном случае физической ситуации с безграничной средой в отсутствие межэлектронного взаимодействия наличие границ (и ГУ на них) приводит априори к присутствию в КУБ пространственных производных, что в свою очередь может привести к зависимости от координат и ФР.

$$\text{IV.}\quad \tilde{\nu} \sim \tilde{\nu}_г \gg \nu_{ee}.$$

В этом случае потери энергии в объеме и на поверхности одинаково эффективны, и для нахождения $f_0(\varepsilon,\ \mathbf{r})$ и $f_1(\varepsilon,\ \mathbf{r})$ необходимо решать то же КУБ, что и в (3), но с ненулевыми ГУ.

$$\text{V.}\quad \nu_{ee} \sim \tilde{\nu}_г \gg \tilde{\nu},$$

$$\text{VI.}\quad \nu_{ee} \sim \tilde{\nu} \gg \tilde{\nu}_г,$$

$$\text{VII.}\quad \nu_{ee} \sim \tilde{\nu} \sim \tilde{\nu}_г.$$

В V—VII энергетические релаксационные процессы в объеме и на границе следует рассматривать совместно с e—e-взаимодействием. Однако, ввиду того что ν_{ee} не является преобладающей частотой, необходимо решать КУБ с интегралом e—e-столкновений, являющимся билинейным функционалом от ФР. Поэтому V—VII аналитически проанализировать не удается.

Из фигурирующих выше характерных частот выражения для ν, $\tilde{\nu}$, $\nu_г$, ν_{ee} хорошо известны (см. [2, 7]). Что касается $\tilde{\nu}_г$, то она определяется механизмами релаксации энергии на поверхности. Поэтому для заданного $\tilde{\nu}_г$ необходимо формулировать ГУ для $f_0(\varepsilon,\ \mathbf{r})$.

Под границей, с точки зрения релаксации энергии, мы будем понимать слой толщиной $\delta \ll d$ нейтральных атомов, ионов, поверхностных фононов и дру-

---

[2] В силу $\nu_{ee} > \tilde{\nu}_г$ релаксация энергии на границах не может нарушить фермиевский вид симметричной части ФР.

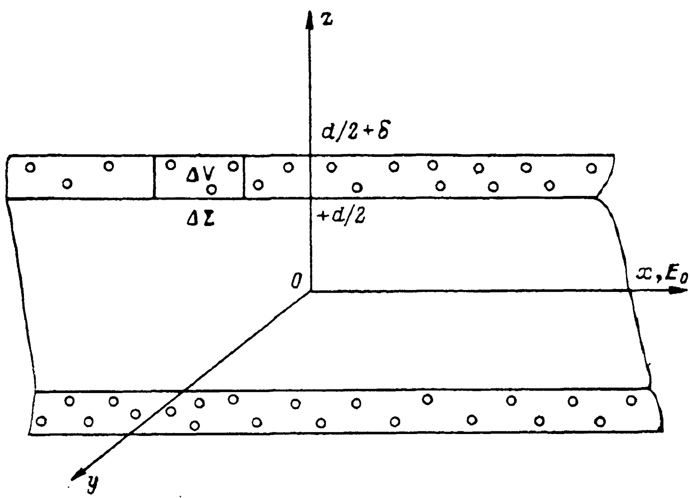
гих рассеивателей свободных носителей тока, находящихся как подсистема в состоянии термодинамического равновесия с температурой T (см. рисунок).

Существенным является тот факт, что в рамках квазиупругого рассеяния интеграл столкновений электронов с указанными рассеивателями формально имеет один и тот же вид [2, 5], а именно

$$S_{es}(f_0)=\frac{T}{g(\varepsilon)}\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left[\varepsilon g(\varepsilon)\tilde{\nu}_{es}(\varepsilon)\left(\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}+\frac{f_0}{T}\right)\right], \quad (4)$$

где $g(\varepsilon)$ — плотность электронных состояний, $\tilde{\nu}_{es}$ — частота релаксации энергии в слое, которая по существу и отличает релаксационные свойства одного механизма релаксации энергии на границе от другого.

В общем случае можно предположить, что $\tilde{\nu}_{es}(\varepsilon)=\tilde{\nu}^0_{es}(\varepsilon/T)^q$, где q — некоторый параметр. Отметим, что данный подход не является микроскопическим расчетом поверхностных механизмов релаксации энергии, а ставит целью смо-



Модель приграничного слоя.

делировать структуру ГУ, основываясь на указанной квазиупругости. Поэтому в целом он носит феноменологический характер и для расчетов выбор механизма рассеяния не является принципиальным. В настоящей работе мы ограничимся рассеянием на нейтральных атомах. Для них $\tilde{\nu}_a(u)=\tilde{\nu}^0_a u^{1/2}$, $(u=\varepsilon/T)$ и (4) приобретает вид [2]

$$S_{ea}(f_0)=\tilde{\nu}^0_a u^{-1/2}\frac{\partial}{\partial u}\left[u^2\left(f_0+\frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\right], \quad (5)$$

где $\tilde{\nu}^0_a=\sqrt{2}\pi a^2 m^{1/2} N_a T^{1/2}(2m/M)$, N_a — концентрация атомов, a — их «радиус», m, M — соответственно массы электрона и атома.

Запишем уравнение непрерывности для парциального тока $\mathbf{j}(\varepsilon, z)$ в слое толщиной δ в следующем виде [3]:

$$\operatorname{div}\mathbf{j}(\varepsilon, z)=g(\varepsilon)S_{ea}(f_0). \quad (6)$$

В (6) мы пренебрегли изменением $\mathbf{j}(\varepsilon, z)$ в указанном слое за счет электрического поля.

Выделим объем $\Delta V=\delta\Delta\Sigma$ (рис. 2) и проинтегрируем по нему равенство (6). Пренебрегая потоками через боковые поверхности и полагая $\mathbf{j}_z(\varepsilon, z)$, $S_{ea}(f_0)$ постоянными, равными своим значениям на границе $z=\pm d/2$, получим

$$\mathbf{j}_z(\varepsilon, z)\big|_{z=\pm d/2}=\delta g(\varepsilon)S_{ea}(f_0)\big|_{z=\pm d/2}. \quad (7)$$

Здесь

$$\mathbf{j}_z(\varepsilon,\ z) = -\frac{2}{3m}\,\varepsilon\,\frac{g(\varepsilon)}{\nu(\varepsilon)}\left[\frac{\partial f_0}{\partial z} + eE_1(z)\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right], \quad [3] \tag{8}$$

где $E_1(z)$ — поле, связанное с ограниченностью образца в направлении $0z$, $g(\varepsilon)=g_0\sqrt{\varepsilon}$ (изотропная, параболическая зона), $\nu(\varepsilon)=\nu_0(\varepsilon/T)^{1/2}$ [2].

Поперечное электрическое поле $E_1(z)$ определим из условия разомкнутости образца в направлении $0z$: $j_z(z)\,|_{z=\pm d/2}=0$. Так как, по предположению, задача одномерная, из $\operatorname{div} j(z)=0$ следует

$$j_z(z) = \int_0^\infty d\varepsilon j_z(\varepsilon,\ z) = 0.$$

Переходя к безразмерным величинам $\varepsilon=z/d$, $\gamma_1=eE_1\tilde{l}/T$, получим

$$\gamma_1(\xi) = \alpha\frac{\partial}{\partial\xi}\int_0^\infty duuf_0(u,\ \xi)\int_0^\infty duf_0(u,\ \xi), \tag{9}$$

где $\alpha=\tilde{l}/d$.

Подставляя (8) и (9) в (7), запишем ГУ для симметричной части ФР $f_0(u,\xi)$ в следующем виде:

$$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\,v_\text{т}u\left(\alpha\frac{\partial f_0}{\partial\xi} + \gamma_1\frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\Bigg|_{\xi=\pm 1/2} = \pm s_0\frac{\partial}{\partial u}\left[u^2\left(f_0 + \frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\right]\Bigg|_{\xi=\pm 1/2}. \tag{10}$$

Здесь $s_0=\lim\limits_{\delta\to 0}(\delta\tilde{\nu}_a^0)$ имеет размерность скорости и по смыслу может быть названа поверхностной скоростью релаксации энергии. Из определения s_0 следует, что она отлична от нуля только при стремлении $\tilde{\nu}_a^0$ к ∞ при $\delta\to 0$.

Для того чтобы понять, чем определяется введенная выше частота $\tilde{\nu}_\text{г}$ и как она связана с s, рассмотрим ГУ (10) в случае, когда f_0 — ФР Максвелла с электронной температурой T_e:

$$f_0(u,\ \xi) = N\left(\frac{T}{T_e}\right)^{3/2}\exp\left(-u\frac{T}{T_e}\right), \tag{11}$$

где $N=2n/\sqrt{\pi}g_0T^{3/2}$, n — равновесная концентрация носителей.

С этой целью введем парциальную плотность потока тепла $q_z(u,\xi)$ и интегральную $Q_z(\xi)$:

$$q_z(u,\ \xi) = \frac{T}{e}\,j_z(u,\ \xi)\,u, \tag{12}$$

$$Q_z(\xi) = \frac{T}{e}\int_0^\infty duuj_z(u,\ \xi). \tag{13}$$

Умножив (10) на $(T/e)\,u$ и проинтегрировав, получаем интегральные ГУ, сводящиеся к потоку тепла носителей в пограничном слое:

$$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\,v_\text{т}\int_0^\infty duu^2\left(\alpha\frac{\partial f_0}{\partial\xi} + \gamma_1\frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\Bigg|_{\xi=\pm 1/2} = \pm s_0\int_0^\infty duu^2\left(f_0 + \frac{\partial f_0}{\partial u}\right)\Bigg|_{\xi=\pm 1/2}. \tag{14}$$

Подставляя (11) в (9) и (14), получаем

$$\gamma_1(\xi) = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{T_e}{T}\right), \tag{15}$$

$$\left(\frac{T}{T_e}\right)\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{T_e}{T}\right)\Bigg|_{\xi=\pm 1/2} = \pm 3\sqrt{\frac{3}{2}}\,\frac{s_0}{v_\text{т}}\left(1-\frac{T}{T_e}\right)\Bigg|_{\xi=\pm 1/2}. \tag{16}$$

Фигурирующий в (16) параметр s связан с обычно используемым параметром η [8] соотношением $s_0={}^1/_3\sqrt{{}^2/_3}\,v_\text{т}d\,(\eta/\varkappa)$, где $\varkappa$ — электронная теплопроводность.

Электронную температуру T_e определим из уравнения баланса энергии [8]

$$\frac{\partial Q_z}{\partial z} - j_x E_0 = P(T_e), \tag{17}$$

где j_x, $P(T_e)$ — соответственно плотность электрического тока в направлении E_0 и энергия, передаваемая электронами в единицу времени АФ [2].

Ограничимся слабыми электрическими полями ($\gamma_0 \ll 1$), где $\gamma_0 = eE_0 l/T$. В этом случае T_e можно разложить в ряд по γ_0^2 и, ограничиваясь членами первого порядка малости, записать

$$\frac{T_e}{T} = 1 + \varphi(\xi)\gamma_0^2, \tag{18}$$

где $\varphi(\xi)$ — неизвестная функция, подлежащая определению из (17).

Подставляя (18) в (16), получаем ГУ для $\varphi(\xi)$:

$$\left.\frac{d\varphi(\xi)}{d\xi}\right|_{\xi=\pm 1/2} = \mp \frac{s}{v_\text{т}} \left.\varphi(\xi)\right|_{\xi=\pm 1/2}. \tag{19}$$

Здесь $s = 3\sqrt{3/2}\, s_0$.

В указанном приближении уравнение баланса (17) сводится к следующему виду:

$$\frac{d^2\varphi(\xi)}{d\xi^2} - \lambda^2\varphi(\xi) + \beta^2 = 0, \tag{20}$$

где

$$\lambda^2 = 3(d/\tilde{l})^2, \quad \beta^2 = {}^1/_2 (d/\tilde{l})^2. \tag{21}$$

Полагая ГУ симметричными и используя (19), получаем явный вид $\varphi(\xi)$:

$$\varphi(\xi) = \frac{1}{6}\left(1 - \frac{\operatorname{ch}\lambda\xi}{\lambda(v_\text{т}/s)\operatorname{sh}(\lambda/2) + \operatorname{ch}(\lambda/2)}\right). \tag{22}$$

Используя (21), можно записать

$$\lambda(v_\text{т}/s) = \sqrt{3}\,(\tilde{d}/\tilde{l}), \tag{23}$$

где $\tilde{d} = d(v_\text{т}/s)$.

Подставляя (22) и (23) в (18), получаем

$$T_e(\xi) = T\left[1 + \frac{1}{6}\left(1 - \frac{\operatorname{ch}\lambda\xi}{\sqrt{3}\,(\tilde{d}/\tilde{l})\operatorname{sh}(\lambda/2) + \operatorname{ch}(\lambda/2)}\right)\gamma_0^2\right]. \tag{24}$$

Обратим внимание на то, что выражение (11) с учетом (18) и (22) является решением задачи о виде ФР в условиях выполнения неравенств (1). При этом полученное выражение остается справедливым и при $d \ll l_{ee}$. Единственным необходимым требованием здесь является выполнение (2).

Как видно из (24), разогрев электронного газа существенно зависит от соотношения длин $\tilde{d}$ и l. Рассмотрим два предельных случая: $\tilde{d} \gg l$ и $\tilde{d} \ll \tilde{l}$.

Первое соотношение при фиксированных размерах образца может иметь место, например, при $s \to 0$, т. е. при квазиадиабатических (в пределе адиабатических) ГУ. Электроны рассеивают энергию на объемных АФ, и T_e принимает вид

$$T_e = T(1 + {}^1/_6\gamma_0^2). \tag{25}$$

Выражение (25) в точности совпадает с электронной температурой в массивном полупроводнике или пленке как угодно малой толщины с зеркально отражающими внутренними поверхностями.

При обратном соотношении между длинами

$$T_e(\xi) = T\left[1 + \frac{1}{6}\left(1 - \frac{\operatorname{ch}\lambda\xi}{\operatorname{ch}(\lambda/2)}\right)\gamma_0^2\right] \simeq T\left[1 + \frac{1}{16}\left(\frac{d}{\tilde{l}}\right)^2(1 - 4\xi^2)\gamma_0^2\right], \tag{26}$$

т. е. T_e существенно зависит от d (тепловой размерный эффект; см. [8]).

В данном случае электронная температура устанавливается в результате баланса вводимой в электронную систему энергии и ее теплоотвода через боковые поверхности. Величину $\tilde{d}$ естественно назвать поверхностной длиной релаксации энергии или поверхностной длиной остывания. Из ее определения (23) видно, что каким бы ни был тонкий слой, но если $s \to 0$, то $\tilde{d} \to \infty$. При $s \to v_т$ $\tilde{d} \to d$.

Так как любой диффузионной длине может быть поставлена в соответствие релаксационная частота [3], величине $\tilde{d}$ будет отвечать поверхностная энергетическая частота $\tilde{\nu}_г$, определяемая из соотношения $\tilde{d} = v/\sqrt{\nu\tilde{\nu}_г}$. Отсюда и из (23) следует, что $\tilde{\nu}_г = \nu_г (s^2/v_т^2)(\nu_г/\nu)$. Так как $\nu \gg \nu_г$, то $\tilde{\nu}_г \ll \nu_г$ даже при $s \to v_т$.

Список литературы

[1] Грибников З. С., Мельников В. И., Сорокина Т. С. // ФТТ. 1966. Т. 8. В. 11. С. 3379—3382.
[2] Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электронные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., 1975. 400 с.
[3] Рашба Э. И., Грибников З. С., Кравченко В. Я. // УФН. 1976. Т. 119. В. 1. С. 3—47.
[4] Ваксер А. И., Гуревич Ю. Г. // УФЖ. 1979. Т. 24. В. 8. С. 1208—1212.
[5] Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М., 1973. 272 с.
[6] Грибников З. С., Прима Н. А. // ФТП. 1971. Т. 5. В. 7. С. 1274—1280.
[7] Гуревич Л. Э., Гасымов Т. М. // ФТТ. 1967. Т. 9. В. 1. С. 106—115.
[8] Басс Ф. Г., Бочков В. С., Гуревич Ю. Г. Электроны и фононы в ограниченных полупроводниках. М., 1984. 288 с.

Тираспольский государственный
педагогический институт
им. Я. О. Галана

Получена 20.02.1990
Принята к печати 21.05.1990