НЕЛИНЕЙНОЕ МАГНИТОПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ КОМПОНЕНТЫ СИЛЬНОЙ БИГАРМОНИЧЕСКОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

Монозон Б. С., Игнатьева Л. А.

Аналитически исследовано влияние внешнего магнитного поля **H** на межзонное многофотонное поглощение в полупроводнике сильной световой волны с частотой ω_1 и амплитудой электрического поля $\mathbf{F}_1$ в присутствии другой сильной световой волны с частотой ω_0 и полем $\mathbf{F}_0$. Обе световые волны считаются поляризованными перпендикулярно магнитному полю ($\mathbf{F}_0 \parallel \mathbf{F}_1 \perp \mathbf{H}$). Получены явные выражения для мощности поглощаемого излучения $P(\Omega)$ при условии, что расстройка частот волн $\Omega=\omega_1-\omega_0$ мала по сравнению с некоторой характерной частотой системы $\Omega_R=e^2F_0F_1/(2\mu\hbar\omega_0\omega_1) \ll \omega_{0,1}$ (μ — приведенная эффективная масса электронов и дырок).

Фундаментальные проблемы и прикладные задачи опто- и микроэлектроники стимулировали в последнее время исследование взаимодействия электронов полупроводника с сильным немонохроматическим световым излучением. К числу основных задач из этой области относится изучение поглощения полупроводником одной из компонент интенсивной бигармонической световой волны в присутствии внешнего магнитного поля. Совершенно очевидно, что характер поглощения существенно зависит от относительной ориентации электрических полей световых волн $\mathbf{F}_j$ ($j=0, 1$) и магнитного поля **H**. Ранее в работе [1] нами рассмотрена параллельная ориентация таких полей ($\mathbf{F}_j \parallel \mathbf{H}$). В этом случае взаимодействие электрических полей волн с магнитным полем отсутствует, влияние магнитного поля заключается в квантовании электронного движения в плоскости, перпендикулярной общему направлению полей, и в изменении энергетической плотности продольных состояний сплошного спектра.

В настоящей работе рассматриваются скрещенные поля ($\mathbf{F}_j \perp \mathbf{H}$). Электрические поля волн считаются параллельными друг другу ($\mathbf{F}_1 \parallel \mathbf{F}_0$), поскольку именно при такой их ориентации нелинейное взаимодействие световых волн проявляется особенно сильно [2]. Рассчитывается мощность $P(\omega_1)$ межзонного поглощения световой волны с частотой ω_1 полупроводником, находящимся в поле другой волны с частотой ω_0 и в магнитном поле **H**. Изучается область расстроек частот $\Omega=\omega_1-\omega_0$, малых по сравнению с некоторой характерной частотой системы Ω_R. В этой области расстроек поглощаемая мощность $P(\Omega)$ обладает высокочастотной осцилляционной структурой. Показано, что влияние магнитного поля определяется не только соотношением ларморовской и оптической частот, но и отношением Ω/Ω_R. Магнитное поле **H** вызывает оптические переходы, запрещенные при параллельной ориентации полей ($\mathbf{F}_j \parallel \mathbf{H}$), а также уменьшение интенсивностей переходов, разрешенных при $\mathbf{F}_j \parallel \mathbf{H}$. Возгорающиеся переходы могут идти с полным числом фотонов любой четности, в то время как переходы, разрешенные при $\mathbf{F}_j \parallel \mathbf{H}$, превращаются теперь только в нечетнофотонные.

Процедура расчета пространственной плотности поглощаемой мощности P, более подробно приведенная в работе [3], состоит вкратце в следующем. Нужно усреднить по времени правую часть выражения

$$P = \mathrm{Sp}\,(\rho \hat{P}), \tag{1}$$

в котором $\hat{P} = e\mathbf{r}\dot{\mathbf{F}}_1(t)$ — оператор мощности, $\mathbf{F}_1(t)$ — электрическое поле поглощаемой волны, ρ — матрица плотности.

В случае чистого состояния требуется знание диагональных элементов $\rho = |\psi|^2$, определяемых волновой функцией ψ электрон-дырочной пары в полном электрическом поле обеих световых волн $\mathbf{F}(t)$ и в магнитном поле. Если рассматривать межзонный оптический переход как рождение электрон-дырочной пары, в которой электрон имеет координату $\mathbf{r}_e$, а дырка — $\mathbf{r}_h$, то, согласно методу эффективной массы [4],

$$\psi = \delta(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h) + a(t)\, u_e(\mathbf{r}_e)\, u_h(\mathbf{r}_h)\, \Phi_{eh}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h, t), \tag{2}$$

где $u_{e,h}$ — блоховские амплитуды в экстремумах электронной (e) и дырочной (h) зон, разделенных запрещенным энергетическим промежутком $\mathcal{E}_g$, Φ — модулирующая функция электрон-дырочной пары, a — коэффициент межзонного оптического дипольного перехода, вызываемого полным полем $\mathbf{F}(t)$.

Тогда формула (1) приобретает вид

$$P = \overline{e\dot{\mathbf{F}}_1(t)\,[\mathbf{r}_{eh} a(t)\, \Phi(0, t) + \text{к. с}]}. \tag{3}$$

В выбираемой нами простой зонной модели с достаточно широкой запрещенной зоной, удовлетворяющей условию $\mathcal{E}_g \gg e\mathbf{F}\mathbf{r}_{eh}$, коэффициент a можно вычислить в первом порядке по полю $\mathbf{F}(t)$:

$$a(t) = \frac{1}{i\hbar}\int\limits_0^t d\tau\, e\mathbf{F}(\tau)\, \mathbf{r}_{he}\Phi^*(0, \tau), \tag{4}$$

$$\mathbf{r}_{eh} = \langle u_e | \mathbf{r} | u_h \rangle = \frac{i\hbar}{m_0 \mathcal{E}_g}\, \mathbf{p}_{eh},$$

m_0 — масса свободного электрона, $\mathbf{p}_{eh}$ — межзонный матричный элемент оператора импульса, $\Phi(0, \tau)$ — модулирующая электрон-дырочная функция, в которой относительная координата $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$.

Уравнение для функции $\Phi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h, t)$, описывающей электрон-дырочную пару с эффективными массами электрона m_e и дырки m_h в однородном магнитном H и нестационарном электрическом $\mathbf{F}(t)$ полях, имеет вид

$$\left\{\frac{\hbar^2}{2}\sum_{j=e,\,h}\frac{1}{m_j}\left(-i\nabla_j + \frac{e_j}{2\hbar c}[\mathbf{H}\mathbf{r}_j]\right)^2 - e_j\mathbf{F}(t)\,\mathbf{r}_j\right\}\Phi = i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t}, \tag{5}$$

$e = e_e = -e_h$ — заряд электрона.

Опуская громоздкие выкладки, сопровождающие построение точного решения уравнения (5) методом, указанным в [5], приведем это решение в переменных $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ и $\mathbf{R}$ (координата центра масс), считая продольным направление магнитного поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_z$:

$$\Phi_{N,\,m}(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t; q) = \exp\left\{i\left[\left(\mathbf{K} + \frac{e}{2\hbar c}[\mathbf{H}\mathbf{r}]\right)\mathbf{R} + \frac{\delta}{2}\mathbf{K}_\perp \mathbf{r} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (\dot{\mathbf{s}}(t) + \gamma(t))\,\mathbf{v}(t) + \sigma(t) + k(t)\, z + \alpha(t)\right]\right\}\frac{\chi_\perp(\mathbf{v})}{(2\pi)^{1/2}}, \tag{6}$$

$$\delta = \frac{m_h - m_e}{m_h + m_e}, \quad \mathbf{v}(t) = \rho - \rho_0 - \frac{\hbar}{\mu}\mathbf{s}(t), \quad \rho_0 = \frac{\hbar c}{eH^2}[\mathbf{H}\mathbf{K}], \quad \mu = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h},$$

$\hbar\mathbf{K}$ — полный импульс пары, а функции $\mathbf{s}(t)$ и $\sigma(t)$ определяются при решении уравнений

$$\ddot{\mathbf{s}} + \frac{e^2(1-\delta^2)}{4\mu^2 c^2}H^2\mathbf{s} - \frac{e\delta}{\mu c}[\mathbf{H}\dot{\mathbf{s}}] - \frac{e}{\hbar}\mathbf{F}_\perp(t) = 0,$$

$$-\hbar\dot{\delta} = \frac{\hbar^2 e^2 (1-\delta^2)}{8\mu^3 c^2} H^2 \mathbf{s}^2 + \frac{\hbar^2 e\delta}{2\mu^2 c} [\mathbf{s}\dot{\mathbf{s}}] \mathbf{H} + \frac{\hbar^2 K_z^2}{2(m_e+m_h)} -$$

$$- e\mathbf{F}_\perp(t)\left(\rho_0 + \frac{\hbar}{\mu}\mathbf{s}\right) - \frac{\hbar^2}{2\mu}\dot{\mathbf{s}}^2,$$

$$\gamma(t) = -\frac{e\delta}{2\mu c}[\mathbf{Hs}], \quad k(t) = \frac{e}{\hbar}\int_0^t F_z(\tau)\,d\tau + q,$$

$$a(t) = -\frac{1}{\hbar}\left[\frac{\hbar^2}{2\mu}\int_0^t k^2(\tau)\,d\tau + \mathscr{E}_{\perp N,\, m} t\right],$$

$\chi_\perp$ и $\mathscr{E}_\perp$ — волновая функция и энергия поперечного движения в магнитном поле $\mathbf{H}$:

$$\chi_{\perp N,\, m}(\rho) = \frac{N!^{1/2} e^{im\varphi}}{(N+|m|)!^{1/2}\sqrt{2\pi}\, a_H}\left(\frac{\rho^2}{2a_H^2}\right)^{\frac{|m|}{2}} e^{-\frac{\rho^2}{4a_H^2}} L_N^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2a_H^2}\right), \tag{7}$$

$$\mathscr{E}_{\perp N,\, m} = \mathscr{E}_g + \frac{\hbar e H}{2\mu c}(2N + |m| + \delta m + 1) \pm (\beta_e \pm \beta_h) H, \quad a_H^2 = \frac{\hbar c}{eH}, \tag{8}$$

$L_N^{|m|}(x)$ — полиномы Лагерра, $\beta_{e,\,h}$ — эффективные магнитные моменты электрона и дырки.

Функция (6) представляет собой основу для описания широкого ряда полупроводниковых эффектов, обусловленных поведением электронов и дырок в произвольных магнитном и нестационарном электрическом полях.

В рассматриваемой нами задаче возможны существенные упрощения. В дипольном приближении полный импульс $\mathbf{K}=0$. Для скрещенного с магнитным суммарного электрического поля световых волн

$$F_z = F_y = 0, \quad F_x(t) \equiv F(t) = F_0 \cos\omega_0 t + F_1 \cos\omega_1 t. \tag{9}$$

Считаем, что расстройка оптических частот $\Omega = \omega_1 - \omega_0$ не превышает характерную частоту Ω_R, которая наряду с ларморовской Ω_c оказывается малой по сравнению с оптическими частотами $\omega_{0,\,1}$. Таким образом,

$$\frac{\Omega_R}{\omega_{0,\,1}} \ll 1, \quad \frac{\Omega_c}{\omega_{0,\,1}} \ll 1, \quad \Omega_R = \frac{e^2 F_0 F_1}{2\mu\hbar\omega_0\omega_1}, \quad \Omega_c = \frac{eH}{2\mu c}. \tag{10}$$

Неравенства (10) отвечают условиям реального эксперимента с участием полупроводника с эффективной массой носителей $\mu \simeq 0.05 m_0$, лазерных источников, характеризуемых амплитудами электрических полей волн $F_{0,\,1} \simeq 10^5$ В/см с частотами $\omega_{0,\,1} \simeq 3\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ и магнитных полей $H \simeq 10^5$ Э.

Во избежание громоздких выкладок ограничимся рассмотрением переходов в состояния с $m=0$, т. е. тех, которые оказались разрешены при параллельной ориентации полей $\mathbf{F}(t) \parallel \mathbf{H}$ [1].

Примером такого перехода будет служить переход в основную подзону Ландау с $N = m = 0$, вычисляемый с помощью функции

$$\Phi_{00}(0,\, t;\, q) = \frac{1}{2\pi a_H}\exp\left\{-\frac{\Omega_c \Omega_R}{2\omega_0^2 F_0 F_1}(F_0^2 + F_1^2) - i\frac{\mathscr{E}}{\hbar}t\right\} f(t)\,\varphi(t), \tag{11}$$

где

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_{\perp 0,\,0} + \frac{e^2(F_0^2 + F_1^2)}{4\mu\omega_0^2} + \frac{\hbar^2 q^2}{2\mu},$$

$$f(t) = \exp\left\{i\frac{\Omega_R F^2}{4\omega_0 F_0 F_1}\sin 2\omega_1 t - \frac{\Omega_c \Omega_R F^2}{2\omega_0^2 F_0 F_1}\cos 2\omega_1 t\right\}, \tag{12}$$

$$\varphi(t) = \exp\left\{-i\frac{\Omega_R}{\Omega}\sin\Omega t - \frac{\Omega_c\Omega_R}{\omega_0^2}\cos\Omega t\right\}, \tag{13}$$

$$F = F_0 + F_1.$$

Подставляя выражения (11)—(13) в формулу для мощности (3), выделил периодически зависящие от времени сомножители и разложим их в гармонические ряды

$$\cos\omega_1\tau f^*(\tau) = \sum_l a_l e^{-il\omega_1\tau}, \qquad (14)$$

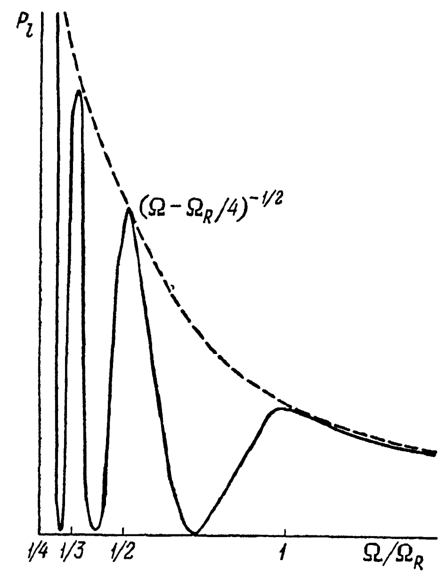
$$\varphi^*(\tau) = \sum_s \Lambda_s e^{is\Omega\tau}, \qquad (15)$$

$$f(\tau) = \sum_\nu b_\nu e^{i\nu\omega_1\tau}. \qquad (16)$$

Использование разложений (14)—(16) позволяет выполнить в формуле (3) интегрирование и усреднение по времени в явном виде и выразить поглощаемую мощность P (3) через сумму произведений коэффициентов Фурье $a_l b_\nu \mid \Lambda_s \mid^2$.

Будем в дальнейшем пренебрегать произведениями параметров $(\Omega_R/\omega_j)\times(\Omega^c/\omega_j)$ (10), считая их величинами более высокого порядка малости. Коэффициент Λ_s может быть вычислен точно при любых значениях s и выражен через функцию Бесселя. Что касается коэффициентов a_l и b_ν, то они могут быть найдены приближенно методом перевала, в котором большими параметрами считаются числа l и ν. В многофотонном пределе, означающем большее превышение времени межзонного туннелирования в поле F по сравнению с периодом его изменения $2\pi/\omega_0$, когда введенный в работе Келдыша [6] параметр γ удовлетворяет условию

$$\gamma^2 = \frac{2\mu\mathscr{E}_g\omega_0^2}{e^2F^2} \gg 1, \qquad (17)$$



Качественная зависимость мощности l-фотонного поглощения $P_l(\Omega)$ (18) от относительной расстройки Ω/Ω_R при $\Omega \geqslant \Omega_R/4$ и нечетном l.

оказывается, что $b_\nu \backsim \gamma^{-\nu}$. Тогда из (14) и (16) с очевидностью следует. что $a_l = {}^1/_2\, b^*_{l-1}$. В результате формула (3) для P приобретает вид

$$P \backsim \sum_{l,\,s} |a_l|^2 |\Lambda_s|^2 \int dq\delta(\mathscr{E} - l\hbar\omega_1 + s\hbar\Omega).$$

Используя явный вид для коэффициентов a_l [7] и Λ_s, получим окончательное выражение для поглощаемой мощности зондирующей волны $P = \sum_l P_l$:

$$P_l(\Omega) = l\hbar\omega_0 \frac{F_1 |p_{ehx}|^2 (2\mu)^{3/2} \hbar\omega_0^3}{(F_1+F_0)\, 2\pi^2 a_H^2 m_0^2 \mathscr{E}_g^{5/2}} A_l \sin^2\frac{l}{2}\pi \times$$
$$\times\left(1 - 2l\frac{\Omega_c}{\omega_0}\exp(-1)\right)(4\gamma^2)^{-l} \sum_s J_s^2\left(\frac{\Omega_R}{\Omega}\right)\Delta_s^{-1/2}. \qquad (18)$$

В этой формуле P_l — мощность l-фотонного поглощения при переходе в основную подзону Ландау с границей $\mathscr{E}_{\perp 0,0}$, $J_s(x)$ — функция Бесселя,

$$A_l \backsim l^{-1}\exp(l), \quad \Delta_s = \mathscr{E}_g^{-1}\left[l\hbar\omega_1 - s\hbar\Omega - \mathscr{E}_{\perp 00} - \frac{e^2(F_0^2+F_1^2)}{4\mu\omega_0^2}\right].$$

Выражение (18) позволяет сделать выводы об изменении спектра многофотонного магнитопоглощения компоненты сильной бигармонической волны ри переходе от продольной поляризации световых волн ($\mathbf{F}_{0,\,1} \| \mathbf{H}$) к поперечной ($\mathbf{F}_{0,\,1} \perp \mathbf{H}$). Четно-фотонные переходы с вероятностью $\backsim H\,\Delta_s^{1/2}$ исчезают. Значительную интенсивность $\sim H\,(1 - \backsim\Omega_c/\omega_0)$ сохраняют только переходы с нечетным полным числом фотонов l. Их интенсивность при изменении поляризации убывает на относительную величину $\Delta P_l / P_l \simeq \Omega_c/\omega_0$. При условиях опыта, приведенных после формулы (10), такое изменение составит 12 %. Зависимость поглощаемой мощности P_l от расстройки Ω определяется функциями Бесселя, быстро осциллирующими с малым периодом $\backsim\Omega_R \ll \omega_{0,\,1}$ и плавно меняющимися радикалами $\Delta_s^{-1/2}$, модулирующими эти осциллляции.

В мощность P_l дают вклад слагаемые лишь с теми значениями s и при таких расстройках Ω, которые обеспечивают выполнение условия $\Delta_s > 0$. На рисунке приведена зависимость $P_l\,(\Omega)$ при условии

$$l\hbar\omega_0 - \mathcal{E}_{\perp 00} - \frac{e^2\,(F_0 + F_1)^2}{4\mu\omega_0^2} = -\frac{l\hbar\Omega_R}{s_0}$$

для $s_0 = 4$.

В скрещенных полях становятся возможными переходы с $m \neq 0$. Однако вследствие условий (10) их интенсивности значительно меньше (18). Переходы с $m \neq 0$ возможны лишь для нечетных значений $l + |\,m\,|$.

Список литературы

[1] Монозон Б. С. // ФТТ. 1989. Т. 31. В. 10. С. 92—98.
[2] Монозон Б. С., Игнатьева Л. А. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. В. 2. С. 593—603.
[3] Монозон Б. С. // ФТТ. 1989. Т. 31. В. 5. С. 220—225.
[4] Elliott R. J. // Phys. Rev. 1957. V. 108. N 3. P. 1384—1389.
[5] Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., 1971. 544 с.
[6] Келдыш Л. В. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. В. 5. С. 1945—1956.
[7] Weiler M. H., Reine M., Lax B. // Phys. Rev. 1968. V. 171. N 3. P. 349—958.

Ленинградский кораблестроительный институт

Получена 26.06.1990
Принята к печати 6.07.1990