ФТП, том 24, вып. 12, 1990

ПОДВИЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ И ТЕРМОЭДС ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ФОНОНАХ

Аскеров Б. М., Кулиев Б. И., Панахов М. М., Райх М. Э.

Трудность создания последовательной теории явлений переноса в полупроводниковой сверхрешетке (СР) связана как со спецификой энергетического спектра, так и со сложностью задач по рассеянию носителей тока в подобных многослойных структурах. Поэтому до сих пор попытки построить теорию явлений переноса в полупроводниковых СР делались лишь для недиссипативных эффектов [1, 2], когда механизм релаксации не играет роли. Что же касается механизмов рассеяния, то нам известна только работа [3], где введено время релаксации для рассеяния на акустических фононах. Кроме того, общепринятая модель зонной структуры СР имеет сложный, сильно анизотропный характер.

В данной работе построена теория подвижности и термоэдс полупроводниковой СР в приближении времени релаксации. Введен более естественный вид усреднения в пространстве волновых векторов и найдены аналитические выражения для подвижности электронов проводимости и термоэдс вдоль слоев СР при рассеянии носителей тока на акустических фононах. Показано, что подвижность электронов в вырожденной полупроводниковой сверхрешетке является пульсирующей, а термоэдс — немонотонной функцией степени заполнения мини-зоны. В невырожденном случае подвижность электронов в СР может оказаться гораздо больше, а термоэдс, наоборот, меньше, чем в отдельной размерно-квантованной пленке.

1. Благодаря специфике структуры спектр носителей тока в СР сильно анизотропный [4]. Движение электронов в плоскости слоев СР происходит так же, как в однородном массивном образце, а вдоль оси СР (ось z) оно претерпевает сильное возмущение, и зависимость волнового вектора k_z от полной энергии ε дается выражением

$$Z(\varepsilon) = k_z d = \arccos[(\varepsilon_\nu - \varepsilon)/\Delta_\nu], \tag{1}$$

здесь $\varepsilon_\nu = (\hbar^2/2m)(\pi/d_0)^2\nu^2$ — размерно-квантованные уровни энергии в изолированной проводящей пленке толщиной d_0; $d = d_0 + d_1$ — период СР; d_1 — толщина барьерных слоев, причем $d_1 \ll d_0$ и $d \approx d_0$; Δ_ν — полуширина ν-й мини-зоны в СР, полученная из-за конечности квантовой прозрачности барьера; $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ — номера мини-зон; m — эффективная масса носителей тока в плоскости слоев в СР. В пределах каждой мини-зоны $\varepsilon_\nu - \Delta_\nu < \varepsilon < \varepsilon_\nu + \Delta_\nu$ параметр Z меняется в интервале $0 \leqslant Z \leqslant \pi$.

Для изучения явлений переноса в полупроводниковой СР необходимо решить кинетическое уравнение для анизотропной параболической зоны при анизотропном рассеянии [5]. Используя удобную для данного спектра (1) цилиндрическую систему координат, можно показать, что подвижность μ и термоэдс α в СР определяются формулами

$$\mu = (e/m)\langle\tau(\varepsilon)\rangle, \quad \alpha(0) = -\langle(\varepsilon - \zeta)\,\tau(\varepsilon)\rangle / eT\langle\tau(\varepsilon)\rangle, \tag{2}$$

где e — величина заряда электрона, ζ — химический потенциал электронного газа, T — температура, τ — время релаксации электронов, а символ усреднения $\langle\ldots\rangle$ в нашем случае имеет смысл

$$\langle\ldots\rangle = \frac{m}{n\pi^2\hbar^2 d}\sum_\nu \int\limits_0^{Z_\nu} dZ \int\limits_0^\infty (\ldots)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)\varepsilon_\perp d\varepsilon_\perp, \tag{3}$$

здесь $\varepsilon_\perp = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2m$, $f_0(\varepsilon)$ — равновесная функция распределения. Величина Z_ν — верхняя граница интегрирования по k_z, определяемая степенью заполнения мини-зон.

Далее рассмотрим подвижность и термоэдс полупроводниковых сверхрешеток при рассеянии на акустических фононах. Время релаксации в этом случае, согласно [3], имеет вид

$$\tau(\varepsilon)=\tau_0\begin{cases}1, & \varepsilon_\nu+\Delta_\nu\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_{\nu+1}-\Delta_{\nu+1},\\ \pi/Z(\varepsilon), & \varepsilon_\nu-\Delta_\nu\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_\nu+\Delta_\nu,\end{cases}\tag{4}$$

где $\tau_0=\hbar^3\rho dv^2/C_0mk_0T$ (здесь C_0 — константа потенциала деформации, ρ — плотность материала СР, v — скорость звука, k_0 — постоянная Больцмана).

2. Полученное на основе формул (2)—(4) общее выражение подвижности довольно громоздкое, поэтому здесь приведем результаты для частных случаев. Если электронный газ сильно вырожден $\zeta-(\varepsilon_1-\Delta_1)\gg k_0T$, то в первом неисчезающем приближении для подвижности имеем

$$\mu=(e/\pi^2\hbar^2nd)\sum_{\nu=1}^{\nu_0}\tau(\zeta)\left[(\zeta-\varepsilon_\nu)Z_\nu+\Delta_\nu\sin Z_\nu\right],\tag{5}$$

где верхняя граница суммирования ν_0 определяется положением химического потенциала $\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}\leqslant\zeta\leqslant\varepsilon_{\nu_0+1}-\Delta_{\nu_0+1}$. В свою очередь химический потенциал и концентрация электронного газа в СР связаны между собой соотношением

$$n=(m/\pi\hbar^2d)\sum_{\nu=1}^{\nu_0}\left[(\zeta-\varepsilon_\nu)Z_\nu+\sin Z_\nu\right].\tag{6}$$

Как было указано выше, верхняя граница интегрирования Z_ν в формуле усреднения (3) определяется степенью заполнения мини-зон. Здесь могут иметь место две возможности. Все мини-зоны с номерами $\nu\leqslant\nu_0$ заполнены электронами полностью, а остальные мини-зоны $\nu\geqslant\nu_0+1$ пусты, т. е. уровень Ферми находится в пределах ν_0-й мини-щели $\varepsilon_{\nu_0}+\Delta_{\nu_0}\leqslant\zeta\leqslant\varepsilon_{\nu_0+1}-\Delta_{\nu_0+1}$. Тогда $Z_\nu=\pi$ и $\tau=\tau_0$ для всех $\nu\leqslant\nu_0$, и из (5) и (6) находим, что подвижность и концентрация носителей тока в СР в этом случае такие же, как и для изолированной размерно-квантованной пленки:

$$\mu=\mu_0=(e/m)\tau_0,\quad n=(m\nu_0/\pi\hbar^2d)\left[\zeta-\varepsilon_1(\nu_0+1)(2\nu_0+1)/6\right].\tag{7}$$

Если же ν_0-я мини-зона заполнена носителями тока частично, т. е. $\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}\leqslant\zeta\leqslant\varepsilon_{\nu_0}+\Delta_{\nu_0}$, то $Z_\nu=\pi$, $\tau=\tau_0$ при $\nu\leqslant\nu_0-1$ и $Z_{\nu_0}=Z(\zeta)$ и $\tau(\zeta)=\tau_0\pi/Z(\zeta)$ при $\nu=\nu_0$. Следовательно, из (5) находим

$$\mu=\mu_0\left[1+(m\Delta_{\nu_0}/\pi\hbar^2nd)(1-Z/\pi)(\sin Z/Z-\cos Z)\right],\tag{8}$$

причем, как видно из (6), концентрация

$$n=\frac{m\Delta_{\nu_0}}{\pi\hbar^2d}\left[(\nu_0-1)\nu_0(4\nu_0+1)\frac{\varepsilon_1}{6\Delta_{\nu_0}}+\frac{Z}{\pi}\left(\frac{\sin Z}{Z}-\cos Z\right)-(\nu_0-1)\cos Z\right].\tag{9}$$

Таким образом, подвижность вырожденных электронов в СР является немонотонной функцией параметра $Z=Z(\zeta)=\arccos\left[(\varepsilon_{\nu_0}-\zeta)/\Delta_{\nu_0}\right]$, иными словами, концентрации n. Видно, что, когда граница Ферми совпадает с дном ($\zeta=\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}$) или с потолком ($\zeta=\varepsilon_{\nu_0}+\Delta'_{\nu_0}$) мини-зоны, подвижность носителей тока становится такой же, как и в изолированной пленке $\mu=\mu_0$. Когда граница Ферми находится внутри мини-зоны ($\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}<\zeta<\varepsilon_{\nu_0}+\Delta_{\nu_0}$), подвижность сначала растет с ростом концентрации, достигая максимального значения в области $\zeta\approx\varepsilon_{\nu_0}$, а затем падает до значения μ_0, следовательно, μ пульсирует с заполнением зоны.

В случае невырожденного электронного газа $\exp\left[(\zeta-\varepsilon_1+\Delta_1)/k_0T\right]\ll 1$, тогда в (3) $Z_\nu=\pi$, а суммирование по ν проведем до бесконечности. Из (2)—(4) для подвижности невырожденных электронов в СР получим

$$\mu=\mu_0\left[\sum_\nu I_0(\Delta_\nu^*)e^{-\varepsilon_\nu^*}\right]^{-1}\sum_\nu\left[(1-\Delta_\nu^*)e^{\Delta_\nu^*}+(\Delta_\nu^*)^2\Phi(\Delta_\nu^*)\right]e^{-\varepsilon_\nu^*},\tag{10}$$

где

$$\Phi(\Delta_\nu^*)=\int_0^\pi (\sin^2 Z/Z)\, e^{\Delta_\nu^*\cos Z} dZ, \tag{11}$$

I_0 — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, а звездочка у буквы — ее значение, деленное на k_0T. Здесь учтено, что, согласно (3), в этом случае концентрация и химический потенциал связаны между собой соотношением

$$n=n_0\sum_\nu I_0(\Delta_\nu^*)\exp(\zeta^*-\varepsilon_\nu^*), \tag{12}$$

$$n_0=mk_0T/\pi\hbar^2 d.$$

В одномини-зонном приближении ($\nu=1$) при $\Delta_1^*\ll 1$, сохраняя в (10) и (11) член, пропорциональный $\sim(\Delta_1^*)^2$, и учитывая, что при этом $I_0(\Delta_1^*)\approx 1-(\Delta_1^*/2)^2$, получим $\mu=\mu_0\{1+(\Delta_1^*)^2[\Phi(0)-3/4]\}$. Отсюда видно, что подвижность в СР хотя и несколько больше, но мало отличается от подвижности в изолированной пленке. Однако при $\Delta_1^*\gg 1$, $I_0(\Delta_1^*)\approx(2\pi\Delta_1^*)^{-1/2}\exp(\Delta_1^*)$ $\Phi(\Delta_1^*)\approx(\Delta_1^*)^2\times\times(\Delta_1^*-1/3)\exp(\Delta_1^*)$ и $\mu=\mu_0(2\pi\Delta_1^*)^{1/2}$, т. е. подвижность невырожденных электронов в СР в этом случае может быть гораздо больше, чем в размерно-квантованной пленке.

3. Если электронный газ в СР сильно вырожден и $\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}\leqslant\zeta\leqslant\varepsilon_{\nu_0+1}-\Delta_{\nu_0+1}$, то из (6), (4) и (2) для термоэдс получим

$$\alpha(0)=-(k_0\pi^2/3e)(n_0\mu_0/n\mu)[\nu_0-1+P_{\nu_0}(\zeta)], \tag{13}$$

здесь подвижность μ и концентрация n определяются формулами (5) и (6) соответственно, а функция P_{ν_0} имеет вид

$$P_{\nu_0}(\zeta)=3(\pi k_0T)^{-2}\left\{\int_{\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}}^{\zeta}[(\varepsilon-\varepsilon_{\nu_0})Z(\varepsilon)+\Delta_{\nu_0}\sin Z(\varepsilon)][\tau(\zeta)/\pi\tau_0]\times\right.$$
$$\times(\varepsilon-\zeta)(-\partial f_0/\partial\varepsilon)\,d\varepsilon+\int_\zeta^\infty[(\varepsilon-\varepsilon_{\nu_0})Z(\zeta)+\Delta_{\nu_0}\sin Z(\zeta)][\tau(\zeta)/\pi\tau_0]\times$$
$$\left.\times(\varepsilon-\zeta)(-\partial f_0/\partial\varepsilon)\,d\varepsilon\right\}. \tag{14}$$

Когда химический потенциал попадает в ν_0-ю мини-щель $\varepsilon_{\nu_0}+\Delta_{\nu_0}\leqslant\zeta\leqslant\varepsilon_{\nu_0+1}-\Delta_{\nu_0+1}$, тогда $Z(\zeta)=\pi$, $\tau(\zeta)=\tau_0$ и из (14) следует, что $P_{\nu_0}=1$. Следовательно, термоэдс в СР

$$\alpha(0)=-(\pi^2k_0T/\zeta e)[\zeta-\varepsilon_1(\nu_0+1)(2\nu_0+1)/6]^{-1} \tag{15}$$

совпадает с термоэдс в изолированной размерно-квантованной пленке. Если же химический потенциал расположен в ν-й мини-зоне $\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0}\leqslant\zeta\leqslant\varepsilon_{\nu_0}+\Delta_{\nu_0}$, то из (14) следует $P_{\nu_0}(\zeta)=1-Z^{-2}+\mathrm{ctg}\,Z/Z$ и, согласно (13), термоэдс выражается формулой

$$\alpha(0)=-(k_0\pi^2/3e)(n_0\mu_0/n\mu)(\nu_0-Z^{-2}+\mathrm{ctg}\,Z/Z), \tag{16}$$

где μ и n даются формулами (8) и (9) соответственно. Отметим, что эта зависимость нарушается лишь тогда, когда химический потенциал располагается в непосредственной близости от краев мини-зоны, т. е. отстает от края на расстояние, намного меньшее k_0T, причем $P_{\nu_0}(\zeta)\sim Z$ при $0\leqslant Z\leqslant(2k_0T/\Delta_{\nu_0})^{1/2}$, $(\zeta\to\varepsilon_{\nu_0}-\Delta_{\nu_0})$ и $(P_{\nu_0}-1)\sim(1-Z/\pi)$ при $\pi-(2k_0T/\Delta_{\nu_0})^{1/2}\leqslant Z\leqslant\pi$, $(\zeta\to\to\varepsilon_{\nu_0}+\Delta_{\nu_0})$. На границах мини-зоны ($Z=0$ и $Z=\pi$) формула для термоэдс в СР (13) переходит в соответствующее выражение для изолированной размерно-квантованной пленки.

Если электронный газ в СР не вырожден, то, подставляя $Z_\nu = \pi$, из (2)—(4) получим

$$\alpha(0) = -\frac{k_0}{e}\left(2 - \zeta^* + \frac{\sum\limits_\nu e^{-\varepsilon_\nu^*}\left\{\varepsilon_\nu^*\left[(1-\Delta_\nu^*)\,e^{\Delta_\nu^*} + (\Delta_\nu^*)^2\,\Phi(\Delta_\nu^*)\right] - (\Delta_\nu^*)^2\,L(\Delta_\nu^*)\right\}}{\sum\limits_\nu e^{-\varepsilon_\nu^*}\left[(1-\Delta_\nu^*)\,e^{\Delta_\nu^*} + (\Delta_\nu^*)^2\,\Phi(\Delta_\nu^*)\right]}\right), \qquad (17)$$

где $\Phi(\Delta_\nu^*)$ дается формулой (11), а

$$L(\Delta_\nu^*) = \int\limits_0^\pi [(1 - \sin 2Z/2Z)/Z]\, e^{\Delta_\nu^* \cos Z} dZ. \qquad (18)$$

В одномини-зонном приближении ($\nu=1$) при $\Delta_1^* \ll 1$ из (18) с точностью $\sim(\Delta_1^*)^2$ получим

$$\alpha(0) = -(k_0/e)\,[2 - \zeta^* + \varepsilon_1^* - (\Delta_1^*)^2\,L(0)], \qquad (19)$$

т. е. термоэдс в СР несколько меньше, чем в изолированной пленке ($\Delta_1=0$). Однако при $\Delta_1^* \gg 1$, учитывая, что $L(\Delta_1^*) \to (2/3\Delta_1^*)\exp(\Delta_1^*)$, из (17) получим $\alpha(0) = -(k_0/e)\,(2 - \zeta^* + \varepsilon_1^* - \Delta_1^*)$. Следовательно, термоэдс в СР может оказаться гораздо меньше, чем в изолированной пленке.

В заключение отметим, что все формулы для СР при $\Delta=0$ переходят в соответствующие выражения для изолированной размерно-квантованной пленки. Переход СР—однородный полупроводник осуществляется подстановкой $\nu=1$, $\varepsilon_1=\Delta_1$, $\Delta_1=\hbar^2/md^2$ и разложением косинуса и синуса в ряд.

Список литературы

[1] Аскеров Б. М., Гашимзаде Н. Ф., Панахов М. М. // ФТТ. 1987. Т. 29. В. 3. С. 818—824.
[2] Аскеров Б. М., Гашимзаде Н. Ф., Кулиев Б. И., Панахов М. М. // ФТП. 1988. Т. 22. В. 6. С. 1104—1107.
[3] Friedman L. // Phys. Rev. B. 1985. V. 32. P. 955—961.
[4] Силин А. П. // УФН. 1985. Т. 147. В. 3. С. 485—521.
[5] Аскеров Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М., 1985. 320 с.

Бакинский государственный университет

Получено 26.07.1990
Принято к печати 15.08.1990

ФТП, том 24, вып. 12, 1990

ШУМОВАЯ ТЕМПЕРАТУРА В КОМПЕНСИРОВАННОМ n-InSb⟨Cr⟩

Ашмонтас С., Валушис Г., Либерис Ю., Субачюс Л.

В работе [1] теоретически было показано, что в компенсированном полупроводнике наряду с разогревом электронного газа в греющих электрических полях может наблюдаться и эффект охлаждения электронов. Особенности разогрева и охлаждения электронов в компенсированном n-InSb⟨Cr⟩ экспериментально исследовались в работах [2-4] путем измерения термоэдс горячих носителей заряда, возникающей на плавном n—n^+-переходе при воздействии СВЧ электрического поля. В упомянутых работах показано, что полевые зависимости термоэдс горячих носителей U_t носят немонотонный характер, а в высокоомных образцах в определенном интервале электрических полей наблюдается инверсия знака U_t. Это явление было объяснено существованием эффекта охлаждения электронного газа в греющих СВЧ электрических полях. Так как шумовая температура $T_ш$ непосредственно связана с энергией электронного газа, инте-