ПОДВИЖНОСТЬ 2D-ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ИХ РАССЕЯНИИ НА СВЯЗАННЫХ ПЛАЗМОН-ФОНОННЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Касиян А. И., Сур И. В., Балмуш И. И.

Выведено кинетическое уравнение, учитывающее в поляризационном приближении динамический характер экранирования электрон-фононного и электрон-электронного взаимодействий. Показано, что в зависимости от принятых приближений в правую часть кинетического уравнения входит интеграл столкновений типа Ленарда—Балеску или сумма интегралов столкновений вида Ленарда—Балеску и Больцмана. Исследован спектр плазмон-фононных колебаний в двумерных структурах на основе GaAs и PbTe. Рассчитана концентрационная зависимость подвижности 2D-электронов, обусловленная рассеянием на этих колебаниях, и показано, что в определенной области концентраций она имеет минимум.

1. Известно, что в полярных полупроводниках взаимодействие плазменных колебаний свободных носителей с продольными оптическими колебаниями кристаллической решетки приводит к образованию новых смешанных плазмон-фононных ветвей спектра. При этом рассеяние носителей происходит на этих ренормированных колебаниях и оно существенно влияет на кинетические свойства [1-4].

Аналогичная ситуация имеет место и в квазидвумерных полярных системах, реализующихся, например, на поверхности полупроводника, в гетероструктурах с квантовыми ямами и т. д. Однако в этих системах исследовался главным образом ренормированный спектр, а влияние экранирования и плазменных колебаний на подвижность носителей — лишь в частных случаях.

В [5] рассчитывалась частота столкновений 2D-электронов с полярными оптическими фононами. Найдено, что учет статической экранировки приводит к ее существенному уменьшению. Такая же задача, но с учетом динамического экранирования рассматривалась в [6]. Показано, что частота столкновений электронов с энергиями, превышающими энергию оптических фононов, значительно увеличивается. В работах [7, 8] рассчитывалась подвижность носителей заряда в квантовых ямах. Однако в этих работах экранирование электрон-фононного взаимодействия осуществлялось при помощи диэлектрической функции одной лишь электронной подсистемы. Поэтому ренормировка колебательного спектра не возникала. Вычисления дали лишь малую поправку к подвижности по сравнению с расчетами, где экранирование вообще не учитывалось.

В настоящей работе проведено исследование спектров связанных плазмон-фононных колебаний в конкретных двумерных структурах и концентрационной зависимости подвижности, обусловленной рассеянием на этих колебаниях.

2. Рассмотрим модельный гамильтониан системы, которая содержит двумерный газ свободных электронов, взаимодействующих с поверхностными оптическими колебаниями и друг с другом на фоне положительного заряда:

$$\mathscr{H}=\sum_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}}+\sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{+} b_{\mathbf{q}}+\sum_{\mathbf{q}} A_{\mathbf{q}} u_{\mathbf{q}} \rho_{-\mathbf{q}}+\frac{1}{2S}\sum_{\mathbf{q}} v(\mathbf{q})\, \rho_{\mathbf{q}} \rho_{-\mathbf{q}},$$

$$A_{\mathbf{q}}^{2}=\frac{2\pi e^{2}\hbar\omega_{\mathbf{q}}\varkappa}{qS}, \quad \varkappa=\frac{1}{\varepsilon_{\infty}+1}-\frac{1}{\varepsilon_{0}+1}, \quad v(\mathbf{q})=\frac{4\pi e^{2}}{(\varepsilon_{\infty}+1)\, q}, \quad T_{\mathbf{k}}=\frac{\hbar^{2}k^{2}}{2m}-\xi, \tag{1}$$

где $a_{\mathbf{k}}^{+}$, $a_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения электронов с квазиимпульсом $\mathbf{k}$ и энергией $T_{\mathbf{k}}$ (ξ — химический потенциал), $\rho_{\mathbf{q}}=\sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{+}a_{\mathbf{k+q}}$; $b_{\mathbf{q}}^{+}$, $b_{\mathbf{q}}$ — операторы рождения и уничтожения поверхностных оптических фононов с частотой $\omega_{\mathbf{q}}$ и волновым вектором $\mathbf{q}$ ($\mathbf{k}$ и $\mathbf{q}$ — двумерные векторы), $u_{\mathbf{q}}=b_{-\mathbf{q}}^{+}+b_{\mathbf{q}}$; ε_0 и ε_{∞} — статическая и высокочастотная диэлектрические проницаемости, S — площадь поверхности кристалла.

Такой гамильтониан может описывать движение носителей в инверсионном слое на поверхности полярного полупроводника. Обратная толщина d^{-1} этого слоя считается значительно больше характерного импульса фононов, участвующих в рассеянии. При выполнении этого неравенства электроны рассеиваются в основном на поверхностных колебаниях решетки [9]. Кроме того, считается, что все они находятся на нижайшем уровне размерного квантования, что позволяет использовать приближение двумерности электронного газа.

3. Для вывода кинетического уравнения был применен метод матрицы плотности в формулировке Ю. Л. Климонтовича [10]. Вывод можно проследить в [4] для трехмерной системы и в [11] для квазидвумерной. Применив поляризационное приближение, интервал столкновений I можно привести к виду

$$I=\frac{1}{\hbar^2}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega\sum_{q}\Big\{\left(f_{\mathbf{k-q}}-f_{\mathbf{k}}\right)\Big\langle\Big(A_{\mathbf{q}}\delta u_{\mathbf{q}}^{+}+\frac{v_{\mathbf{q}}}{S}\delta\rho_{\mathbf{q}}^{+}\Big)\Big(A_{\mathbf{q}}\delta u_{\mathbf{q}}+\frac{v_{\mathbf{q}}}{S}\delta\rho_{\mathbf{q}}\Big)\Big\rangle_{\omega}+$$
$$+\left[\frac{2\omega_{\mathbf{q}}A_{\mathbf{q}}^2}{\hbar}+\frac{v(\mathbf{q})}{S}(\omega^2-\omega_{\mathbf{q}}^2)\right]\frac{\hbar D''(\mathbf{q},\omega)}{|D(\mathbf{q},\omega)|^2}F_{\mathbf{k},\,\mathbf{k-q}}\Big\}\delta(\omega-\omega_{\mathbf{k},\,-\mathbf{q}}). \tag{2}$$

Здесь символом $\langle\ldots\rangle$ обозначено усреднение с неравновесной матрицей плотности системы, находящейся в постоянном внешнем электрическом поле, индекс ω у знака $\langle\ldots\rangle$ означает спектральную плотность соответствующего коррелятора флуктуаций; $\delta u_{\mathbf{q}}=u_{\mathbf{q}}-\langle u_{\mathbf{q}}\rangle$, $f_{\mathbf{k}}$ — неравновесная функция распределения.

Функция $D(\mathbf{q},\omega)$ связана с полной комплексной диэлектрической проницаемостью системы $\varepsilon(\mathbf{q},\omega)$ соотношением

$$D(\mathbf{q},\omega)=\frac{2}{\varepsilon_{\infty}+1}(\omega^2-\omega_t^2)\,\varepsilon(\mathbf{q},\omega)\equiv D'(\mathbf{q},\omega)+iD''(\mathbf{q},\omega), \tag{3}$$

$$\varepsilon(\mathbf{q},\omega)=\varepsilon_{\text{реш}}(\mathbf{q},\omega)+\varepsilon_e(\mathbf{q},\omega)-1. \tag{4}$$

Здесь $\varepsilon_{\text{реш}}$ — вклад решетки в диэлектрическую проницаемость системы:

$$\varepsilon_{\text{реш}}=\frac{\varepsilon_{\infty}+1}{2}\,\frac{\omega^2-\omega_0^2+i\omega\eta}{\omega^2-\omega_t^2+i\omega\eta},\quad \omega_t^2=\frac{\varepsilon_{\infty}+1}{\varepsilon_0+1}\,\omega_0^2,\quad \eta\to+0, \tag{5}$$

$\varepsilon_e(\mathbf{q},\omega)$ — диэлектрическая проницаемость двумерного электронного газа,

$$\varepsilon_e(\mathbf{q},\omega)=1-\frac{2\pi e^2}{q}\Pi(\mathbf{q},\omega), \tag{6}$$

$$\Pi(\mathbf{q},\omega)=\frac{2}{S}\sum_{k}\frac{f_{\mathbf{k-q}}-f_{\mathbf{k}}}{\hbar(\omega-\omega_{\mathbf{k},\,-\mathbf{q}}+i\eta)}, \tag{7}$$

$\Pi(\mathbf{q},\omega)$ — поляризационный оператор в приближении случайных фаз.

Кроме того, в (2) использованы обозначения

$$F_{\mathbf{k},\,\mathbf{k-q}}=f_{\mathbf{k}}\left(1-f_{\mathbf{k-q}}\right)+f_{\mathbf{k-q}}\left(1-f_{\mathbf{k}}\right);\quad \hbar\omega_{\mathbf{k},\,-\mathbf{q}}=T_{\mathbf{k-q}}-T_{\mathbf{k}}.$$

Функции $f_{\mathbf{k}}$, $D(\mathbf{q},\omega)$ и корреляционные функции, входящие в (2), являются в общем случае неравновесными. В приближении случайных фаз получаем

$$\langle\delta u_{\mathbf{q}}^{+}\delta u_{\mathbf{q}}\rangle_{\omega}=\frac{4\pi e^2A_{\mathbf{q}}^2}{\hbar^2|D(\mathbf{q},\omega)|^2}\sum_{\mathbf{k}'}F_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}'-\mathbf{q}}\delta(\omega-\omega_{\mathbf{k}',\,-\mathbf{q}}),$$

$$\langle \delta\rho^{+}_{\mathbf{q}}\delta\rho_{\mathbf{q}}\rangle_{\omega} = \frac{\pi(\omega^2-\omega_{\mathbf{q}})^2}{|D(\mathbf{q},\ \omega)|^2}\sum_{\mathbf{k}'} F_{\mathbf{k}',\ \mathbf{k}'-\mathbf{q}}\delta(\omega-\omega_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}), \tag{8}$$

$$\langle \delta u^{+}_{\mathbf{q}}\delta\rho_{\mathbf{q}}\rangle_{\omega} = \frac{2\pi\omega_{\mathbf{q}}A^2_{\mathbf{q}}(\omega^2-\omega^2_{\mathbf{q}})}{\hbar|D(\mathbf{q},\ \omega)|^2}\sum_{\mathbf{k}'} F_{\mathbf{k}',\ \mathbf{k}'-\mathbf{q}}\delta(\omega-\omega_{\mathbf{k}',\ -\mathbf{q}}).$$

Подставив эти выражения в (2), интеграл столкновений приводим к виду

$$I = \frac{2\pi}{\hbar S^2}\sum_{\mathbf{k}',\ \mathbf{q}} |V_{\text{eff}}|^2\{f_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}f_{\mathbf{k}'}(1-f_{\mathbf{k}})(1-f_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}) - f_{\mathbf{k}}f_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}(1-f_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})(1-f_{\mathbf{k}'})\}\times$$
$$\times\,\delta(\omega_{\mathbf{k},\ -\mathbf{q}}-\omega_{\mathbf{k}',\ -\mathbf{q}}), \tag{9}$$

где

$$V_{\text{eff}} = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon(q,\omega_{\mathbf{k},\ -\mathbf{q}})\,\mathbf{q}}.$$

Видно, что (9) имеет вид интеграла электрон-электронных столкновений для двумерного газа носителей в форме Ленарда—Балеску с динамически экранированным взаимодействием V_{eff}, которое включает в себя как прямое кулоновское взаимодействие, так и взаимодействие за счет обмена фононами. Непосредственно можно показать, что (как и в случае статического экранирования) нормальные электрон-электронные процессы рассеяния [12] в обычном приближении не вносят вклада в проводимость: интеграл столкновений (9) не войдет в уравнение баланса числа частиц, импульса и энергии.

4. Положим, что фононная подсистема находится в равновесии (например, за счет взаимодействия с термостатом) и перестроим (2), выделив отдельно слагаемые, пропорциональные $A^2_{\mathbf{q}}$. Они определяют интеграл столкновений $I_{\text{e-ph}}$ электронов с ренормированными фононами. Пренебрежем влиянием слабого поля на диэлектрическую проницаемость системы и на этом основании заменим функцию $D(\mathbf{q},\ \omega)$ на равновесную. Тогда, воспользовавшись для нахождения коррелятора $\langle\delta u^{+}_{\mathbf{q}}\delta u_{\mathbf{q}}\rangle_{\omega}$ флуктуационно-диссипативной теоремой, интеграл столкновений $I_{\text{e-ph}}$ приведем к виду

$$I_{\text{e-ph}} = \sum_{\mathbf{q}}[W_{\mathbf{k},\ \mathbf{k}-\mathbf{q}}f_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}(1-f_{\mathbf{k}}) - W_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\ \mathbf{k}}f_{\mathbf{k}}(1-f_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})], \tag{10}$$

где $W_{\mathbf{k},\ \mathbf{k}-\mathbf{q}}$ есть вероятность рассеяния электрона из состояния с квазиимпульсом $\mathbf{k}-\mathbf{q}$ в состояние $\mathbf{k}$, вычисленная с учетом динамического экранирования в поляризационном приближении:

$$W_{\mathbf{k},\ \mathbf{k}-\mathbf{q}} = \frac{4A^2_{\mathbf{q}}\omega_0}{\hbar^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\,\frac{\omega_0^2-\omega_t^2}{\omega^2-\omega_t^2}N(\omega)\,\text{Im}\frac{1}{D(\mathbf{q},\ \omega)}\delta(\omega-\omega_{\mathbf{k},\ -\mathbf{q}}), \tag{11}$$

$N(\omega)$ — функция распределения Бозе—Эйнштейна.

Таким образом, I представляется в виде суммы интеграла столкновений типа Больцмана $I_{\text{e-ph}}$ и интеграла столкновений типа Ленарда—Балеску [оставшиеся слагаемые в (2)]. Последний, однако, не будет давать вклада в проводимость системы в обычном приближении.

Нули полной диэлектрической функции $D(\mathbf{q},\ \omega)$ определяют ренормированные частоты и затухания связанных плазмон-фононных колебаний. В длинноволновом пределе ($\mathbf{q}\to 0$) имеются три решения уравнения $D(\mathbf{q},\ \omega)=0$:

$$\omega^2_{\pm} = \frac{1}{2}\{\omega_0^2+\omega_p^2 \pm [(\omega_0^2+\omega_p^2)^2 - 4\omega_t^2\omega_p^2]^{1/2}\},\quad \omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{(\varepsilon_\infty+1)m}q,\quad \omega_{\text{ак}} = \mathbf{v}\mathbf{q}, \tag{12}$$

где v есть фермиевская скорость v_F для вырожденного газа, или $v=(k_0T/m)^{1/2}$ для невырожденного газа носителей. «Акустическая ветвь» $\omega_{\text{ак}}$ попадает в область сильного затухания и в спектре не проявляется. На рис. 1, *а*, *б* представлены спектры связанных плазмон-фононных колебаний $\omega_{\pm}(\mathbf{q})$ на поверхности кристаллов GaAs и PbTe, вычисленные при различных концентрациях

n. Пунктиром обозначены области q, для которых затухания больше чем на одну треть превышают соответствующие частоты. В случае сильного вырожде-

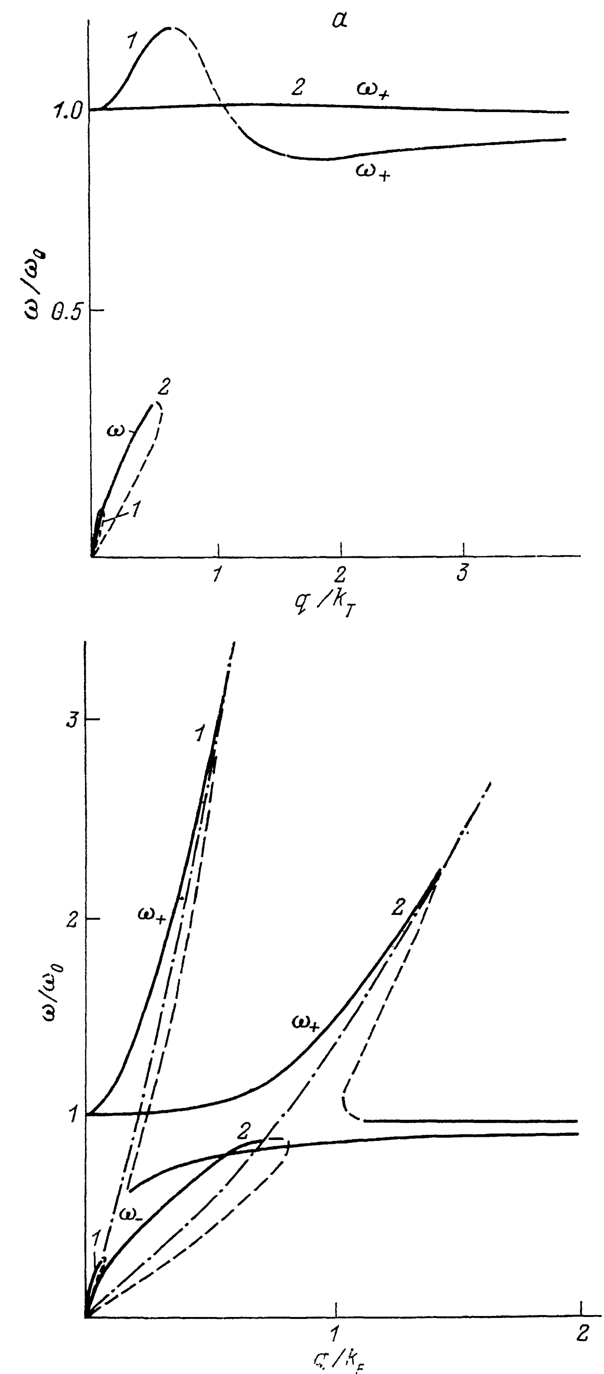

Рис. 1. Дисперсионные кривые поверхностных плазмон-фононных колебаний в случаях невырожденного (*а*) и вырожденного (*б*) электронного газа.

1 — PbTe, *2* — GaAs. *а*) $T=77$ K, $n=10^{11}$ см$^{-2}$; *б*) $T=0$ K, $n=5\cdot10^{11}$ см$^{-2}$. Штриховые линии определяют границы затухания Ландау.

ния видны области, где спектр близок к линейному (верхние кривые). Эта часть спектра аналогична нулевому звуку в плазме. С повышением концентрации, когда в этой области начинают выполняться условия квазиклассичности ($q \ll k_F$, $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$), этот участок расширяется. При $T=0$ затухание этой ветви равно нулю, так как в системе нет носителей, движущихся со скоростями, превышающими v_F. При больших q остается одна лишь фонон-подобная ветвь $\omega_+(q)$.

5. Линеаризуем кинетическое уравнение с помощью подстановки $f_{\mathbf{k}} = f_{\mathbf{k}}^0 + \frac{1}{k_0T}\Phi_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}^0 (1 - f_{\mathbf{k}}^0)$ и решаем его вариационным методом, используя в качестве пробной функции $\Phi_{\mathbf{k}} = \alpha v_{\mathbf{k}E}$, где $v_{\mathbf{k}E}$ — проекция скорости электрона с квазиимпульсом $\mathbf{k}$ на направление электрического поля $\mathbf{E}$, $f_{\mathbf{k}}^0$ — равновесная функция распределения, α — произвольный параметр. Тогда для подвижности μ получаем выражение

$$\mu = \frac{e}{k_0Tn}\frac{N}{S}, \tag{13}$$

где N не зависит от механизма рассеяния: $N = \left[\sum_k v_{kE} f_k^0 (1 - f_k^0)\right]^2$,

$$S = \frac{1}{4\pi}\sum_{\mathbf{q}} A_{\mathbf{q}}^2 \omega_0 v_{\mathbf{k}E}^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{sh^2\left(\frac{\hbar\omega}{2k_0T}\right)} \frac{\omega_0^2 - \omega_t^2}{\omega^2 - \omega_t^2} \operatorname{Im} \Pi(\mathbf{q}, \omega) \operatorname{Im} \frac{1}{D(\mathbf{q}, \omega)}. \tag{14}$$

Выполнение законов сохранения энергии и импульса при рассеянии, а также малость отклонения электронной подсистемы от равновесия приводят к тому, что в случае сильного вырождения газа носителей интегрирование в (14) ведется по области затухания Ландау.

В невырожденном случае интегрирование ведется по всему фазовому пространству $(\mathbf{q}, \omega)$. Однако области $q \ll \omega\sqrt{\frac{m}{2k_0T}}$ и $q \gg \frac{1}{\hbar}\sqrt{8mk_0T}$, в которых $\operatorname{Im}\Pi(q, \omega)$ экспоненциально убывает, дают малый вклад.

Для аналитического вычисления подвижности учтем, что подынтегральное выражение в (14) имеет резкий пик на фонон-подобной части ветви $\omega_+(\mathbf{q})$ в области, где $q \sim [2m\,\omega_+(q)/\hbar]^{1/2}$. Оценки, проведенные на примере GaAs и PbTe, показывают, что затухание частот этой ветви мало и можно воспользоваться соотношением $\operatorname{Im} 1/D(\mathbf{q}, \omega) = \pi\delta\,[\operatorname{Re} D(\mathbf{q}, \omega)]$. Отметим, что рассеяние на плазмон-подобных колебаниях ω_- и на низкочастотной части ветви $\omega_+(\mathbf{q})$ дает малый вклад в подвижность из-за экспоненциальной малости в этой области множителя $\operatorname{Im}\Pi(q, \omega)$ в (14). Тогда при $\hbar\omega_0 > 2k_0T$ в линейном по концентрации приближении для подвижности получим выражение

$$\mu = \mu_0\left\{1 - \frac{2\pi ne^2\varkappa}{k_0T}\left(\frac{\hbar}{2m\omega_0}\right)^{1/2}\left[\frac{\hbar\omega_0}{k_0T} + 1\right]\right\}, \tag{15}$$

где μ_0 — подвижность носителей в одноэлектронном приближении, обусловленная их рассеянием на затравочных оптических фононах:

$$\mu_0 = \frac{\hbar^{1/2} k_0 T}{2\sqrt{2}\,\pi e\varkappa\omega_0^{3/2} m^{3/2} N(\omega_0)}. \tag{16}$$

Первая поправка к μ_0 связана с усилением электрон-фононного взаимодействия (антиэкранирование). Вторая — с уменьшением частоты $\omega_+(q)$ по сравнению с ω_0 в существенной для процессов рассеяния области фазового пространства, что также приводит к уменьшению подвижности из-за возрастания эффективного числа фононов.

На рис. 2 приведены результаты численного расчета концентрационной зависимости μ для кристаллов GaAs и PbTe при $T = 77$ K. В невырожденном случае ($n < n_0$) подвижность уменьшается с ростом концентрации. Сравнение кривых *2* и *2″*, рассчитанных по точной (13) и приближенной (15) формулам соответственно, показывает, что (15) переоценивает концентрационную зависимость μ.

В вырожденном случае ($n > n_0$) подвижность с ростом концентрации растет за счет ослабления эффективной связи с фонон-подобной частью ветви $\omega_+(\mathbf{q})$.

При этом в предельных случаях малых ($n \ll n_0$) и больших ($n \gg n_0$) концентраций для μ получаются известные результаты.

В области промежуточных значений n, когда ренормировки фонон-подобной и плазмон-подобной ветвей спектра охватывают наибольшую область фазового пространства ($\mathbf{q}$, ω), существенную для процессов рассеяния носителей, подвижность должна пройти через минимум. Однако критерии применимости теории не позволяют непрерывным образом охватить всю область изменения n.

Таким образом, изменение μ по сравнению с μ_0 (из-за учета динамического экранирования) наиболее значительно вблизи концентрации $n \sim n_0 = 10^{11}$ см$^{-2}$. Критерии, при которых преобладающим является рассеяние на оптических фононах, обсуждаются в [7, 8] на примере структуры GaAs—AlGaAs с квантовой ямой.

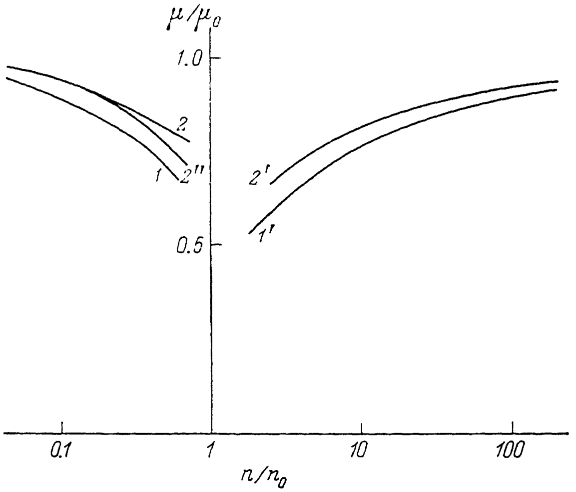

Рис. 2. Концентрационные зависимости подвижности $2D$-электронов в невырожденном (*1*, *2*, *2''*) и вырожденном (*1'*, *2'*) случаях.

$T = 77$ K, $n_0 = 10^{11}$ см$^{-2}$; *1*, *1'* — PbTe; *2*, *2'*, *2''* — GaAs.

В заключение заметим, что в трехмерном случае имеет место качественно такая же концентрационная зависимость подвижности. При этом минимум оказывается в области концентраций, когда плазменная частота сравнивается с частотой затравочных оптических фононов. В двумерном случае ситуация является более сложной, так как затравочная плазмонная ветвь спектра имеет сильную дисперсию, а влияние кулоновского взаимодействия более существенно.

Список литературы

[1] Kim M. E., Das A., Senturia S. D. // Phys. Rev. B. 1978. V. 18. N 12. P. 6890—6899.
[2] Касиян А. И., Руссу П. И. // ФТП. 1981. Т. 15. В. 10. С. 1965—1969; 1983. Т. 17. В. 2. С. 346—348.
[3] Кумеков С. Е., Перель В. И. // ФТП. 1982. Т. 16. В. 11. С. 2001—2006.
[4] Kasiyan A. I., Russu P. I. // Phys. St. Sol. (b). 1985. V. 129. N 1. P. 439—447.
[5] Sarma S. Das, Mason B. A. // Phys. Rev. B. 1985. V. 31. N 8. P. 5536—5538.
[6] Lyon S. A., Yang C. H. // Bull. Am. Phys. Soc. 1985. V. 30. P. 208.
[7] Lei X. L., Birmon J. L., Ting C. H. // J. Appl. Phys. 1985. V. 56. N 6. P. 2270—2279.
[8] Lei X. L. // J. Phys. C. 1985. V. 18. N 20. P. L593—L597.
[9] Брыксин В. В., Фирсов Ю. А. // ФТТ. 1981. Т. 13. В. 2. С. 496—503.
[10] Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М., 1975. 281 с.
[11] Бойко И. И., Сиренко Ю. Н. // Препринт ИП АН УССР. Киев, 1988. № 2-88. 36 с.
[12] Займан Д. Электроны и фононы. М., 1962. 488 с.

Кишиневский политехнический
институт им. С. Лазо

Получена 20.04.1990
Принята к печати 14.12.1990