

## ВЛИЯНИЕ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ПОГРАНИЧНЫЕ СОСТОЯНИЯ НА ГЕТЕРОПЕРЕХОДАХ

Гольдин А. А., Сурис Р. А.

Проведен детальный анализ пограничных состояний на идеальном гетеропереходе типа GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As при произвольном спин-орбитальном взаимодействии. Показана резкая зависимость дисперсии, локализации и добротности пограничных состояний от спин-орбитального взаимодействия.

*Введение.* Цель работы — анализ роли спин-орбитального взаимодействия (СОВ) в формировании пограничных состояний (ПС) на идеальном гетеропереходе (ГП). В работе [1] были рассмотрены два предельных случая — нулевого и бесконечного СОВ. Поэтому там не были изучены ПС, связанные со спин-отщепленной (СО) дырочной зоной. Здесь мы учтем все ветви дырочного спектра и проследим за трансформацией ПС на ГП типа GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As при изменении константы СОВ.

Так же, как и в [1], мы будем использовать уравнения изотропной модели Кейна с беспочечной массой тяжелых дырок (влияние конечности их массы мы обсудим в конце статьи):

$$|\Psi\rangle = u|s\rangle + \mathbf{v}|\mathbf{p}\rangle, \quad (1.1)$$

$$(E - \Delta)u - \gamma\hat{\mathbf{k}}\mathbf{v} = 0, \quad (1.2)$$

$$(E + \Delta + g)\mathbf{v} - ig[\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{v}] - \gamma\hat{\mathbf{k}}u = 0. \quad (1.3)$$

Здесь  $u$ ,  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  — огибающие,  $|s\rangle$ ,  $|p_x\rangle$ ,  $|p_y\rangle$ ,  $|p_z\rangle$  — периодические части блоховских функций с нулевым импульсом,  $E$  — энергия, отсчитываемая от середины запрещенной зоны с учетом СОВ,  $\Delta$  — полуширина запрещенной зоны (с учетом СОВ). Именно указанный выбор начала отсчета энергии приводит к появлению  $g$  в первом слагаемом формулы (1.3).  $3g$  — спин-орбитальное расщепление,  $\hat{\mathbf{s}}$  — спиновый оператор (Паули),  $\hat{\mathbf{k}} = -i\hbar\nabla$  — оператор импульса,  $\gamma/\hbar$  — межзонный матричный элемент скорости  $-\frac{i\hbar}{m_0}\langle s|\nabla_x|p_x\rangle$ .  $\gamma$  будем считать одинаковым с обеих сторон ГП. Кроме того, мы для простоты полагаем скачки валентной зоны и зоны проводимости одинаковыми по величине и противоположными по знаку. Подстрочные индексы  $n$  и  $w$  относятся к узко- и широкозонному полупроводникам соответственно, расположенным по разные стороны ГП (рис. 1, а-5, а).

Принтегрировав уравнения (1.2), (1.3) в окрестности  $x=0$ , получаем граничные условия непрерывности  $u$  и  $v_x$  на гетерогранице:

$$u|_{x=0} = u|_{x=+0}, \quad v_x|_{x=0} = v_x|_{x=+0}. \quad (2)$$

Волновая функция ПС с волновым вектором  $\mathbf{q}$  имеет вид

$$\begin{pmatrix} u \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} \sim (\text{const}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} \begin{bmatrix} \exp(-\chi_{w,x}\mathbf{x}), & x > 0 \\ \exp(\chi_{n,x}\mathbf{x}), & x < 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $\chi_{n, w} = \left[ q^2 - \frac{1}{\gamma^2} \frac{(E^2 - \Delta_{n, w})(E + \Delta_{n, w} + 3g_{n, w})}{E + \Delta_{n, w} + 2g_{n, w}} \right]^{1/2}$ . Здесь ось  $x$  перпендикулярна границе ГП, а ось  $z$  выбрана вдоль импульса ПС. Из (1)–(3) можно получить дисперсионное уравнение для ПС [1]:

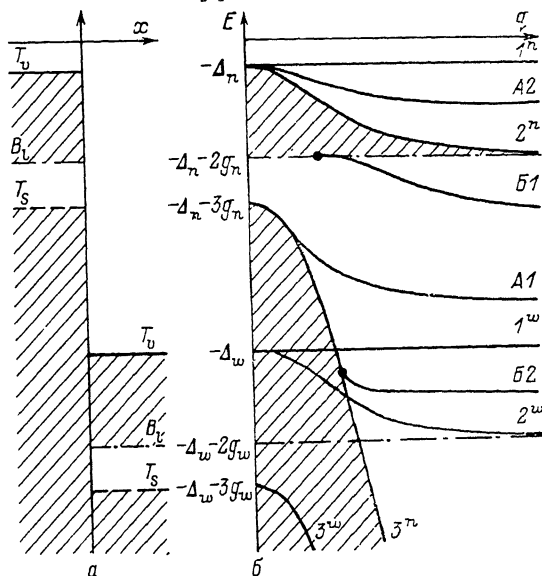


Рис. 1. Зонная схема и поверхностные состояния на гетерогранице (случай 1).

$E_v$  — вершина валентной зоны,  $E_l$  — нижняя граница зоны легких дырок,  $E_s$  — вершина спин-отщепленной зоны. Заштрихованы области существования объемных частей. Кривые, ограничивающие области существования:  $1^{u(w)}$  — тяжелых дырок в узко(широко)-зонном полупроводнике,  $2^{u(w)}$  — легких дырок,  $3^{u(w)}$  — спин-отщепленных дырок.  $A1, A2$  — ветви ПС со спином  $\xi = +1$ ,  $B1, B2$  — ветви ПС со спином  $\xi = -1$ .

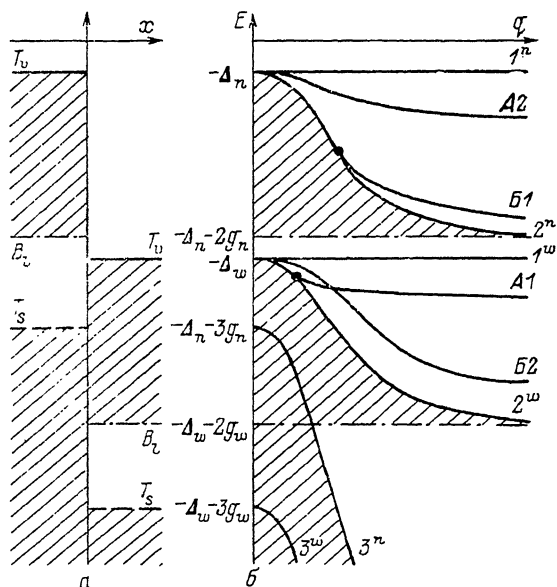


Рис. 2. Зонная схема и поверхностные состояния на гетерогранице (случай 2).

Обозначения те же, что на рис. 1.

$$\begin{aligned} & \frac{E + \Delta_w + 2g_w}{(E + \Delta_w)(E + \Delta_w + 3g_w)} \left( -\chi_w - \frac{g_w q \xi}{E + \Delta_w + 2g_w} \right) = \\ & = \frac{E + \Delta_n + 2g_n}{(E + \Delta_n)(E + \Delta_n + 3g_n)} \left( \chi_n - \frac{g_n q \xi}{E + \Delta_n + 2g_n} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\xi = \pm 1$  — два собственных значения оператора спина  $\hat{s}_y$ .

Вначале будем полагать  $g_n = g_r \equiv g$ , что облегчает понимание результатов. Тогда, в зависимости от взаимного расположения зон слева и справа от ГП, можно выделить четыре качественно различных случая.

**Случай 1.** Вершина СО зоны узкозонного полупроводника ( $E = -\Delta_n - 3g_n$ ), расположенного на рис. 1, *а* слева, находится выше вершины валентной зоны

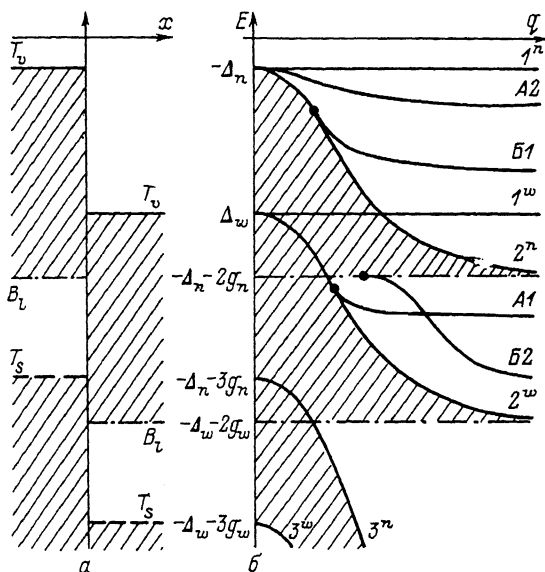


Рис. 3. Зонная схема и поверхностные состояния на гетерогранице (случай 3).

Обозначения те же, что на рис. 1.

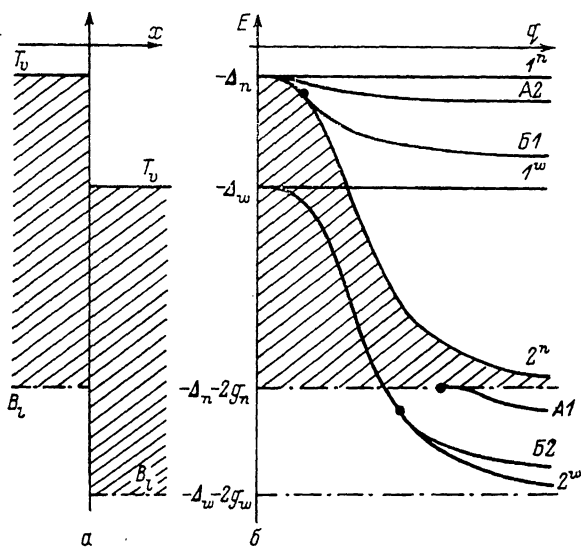


Рис. 4. Зонная схема и поверхностные состояния на гетерогранице (случай 4).

Обозначения те же, что на рис. 1.

широкозонного полупроводника ( $E = -\Delta_w$ ), расположенного на рис. 1, *а* справа, что выражается условием  $0 \leq g_n \leq \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$ .

При  $g=0$  существует одна, дважды вырожденная по спину, дисперсионная ветвь ПС [1], начинающаяся с  $q=0$ . Под влиянием СОВ эта ветвь расщепляется на две (*A1* со спином  $\xi = +1$  и *B1* —  $\xi = -1$ , рис. 1, *б*), начинающиеся с пороговых значений  $q_{th} \neq 0$ , а также возникают новые ветви *A2* ( $\xi = +1$ ) и *B2* ( $\xi = -1$ ).

ПС, описываемое дисперсионной кривой  $AI$ , связано с СО дырками в узкозонном материале. Если даже  $g_n \neq g_w$ , в рассматриваемом диапазоне  $g_n$  ветвь  $AI$  почти не зависит от  $g_w$  и отщепляется по касательной от кривой СО «левых» дырок (расположенных слева от  $\Gamma\Pi$ ), причем пороговая энергия

$$(E + \Delta_n)_{th} \approx - \left( \frac{2\Delta_n(\Delta_w - \Delta_n)}{\Delta_w + \Delta_n} \right)^{1/3} g_n^{2/3} - \frac{5}{3} g_n \quad (5)$$

при  $g_n \ll \frac{2\Delta_n(\Delta_w - \Delta_n)}{27(\Delta_w + \Delta_n)}$ ,  $g_w \ll \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$ . Отсюда  $q_{th} \sim g_n^{1/2}$  при  $g_n \rightarrow 0$ . С дальнейшим увеличением  $g_n$   $q_{th}$  перестает расти и начинает уменьшаться, обращаясь при  $g_n = \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$  в 0, причем  $E_{th} \rightarrow -\Delta_w$ ,  $q_{th} \sim \left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} - g_n \right)^{1/2}$ .

Вблизи  $q_{th}$  закон дисперсии линеен и дается формулой

$$\gamma^2 q_{th} \Delta q = \frac{1}{2} \left[ \frac{g_n(E_{th}^2 - \Delta_n^2)}{(E_{th} + \Delta_n + 2g_n)^2} - \frac{2E_{th}}{E_{th}^2 - \Delta_n^2} \gamma^2 q_{th}^2 \right] \varepsilon. \quad (6)$$

Здесь  $\Delta q = q - q_{th}$ ,  $\varepsilon = E_{th} - E$ .

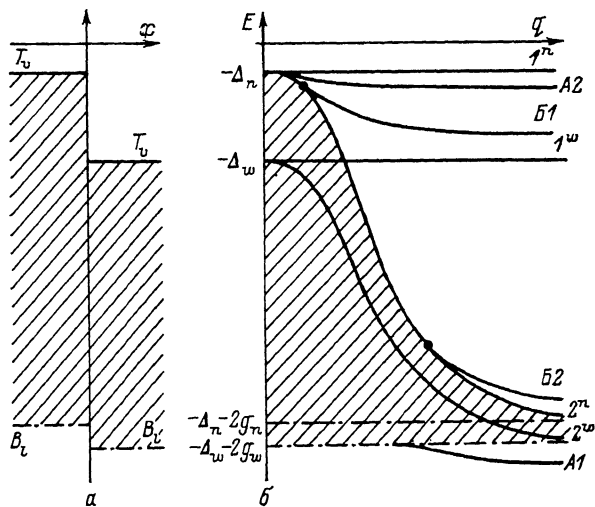


Рис. 5. Зонная схема и поверхностные состояния на гетерогранице (случай неодинакового спин-орбитального взаимодействия в узко- и широкозонном материале). Обозначения те же, что на рис. 1.

Асимптотика  $q \rightarrow \infty$  для ветви  $AI$  при любых  $g_n$ ,  $g_w$  дается выражением

$$E_\infty + \Delta_n = - \left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} + g_n \right) - \sqrt{g_n^2 + \left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} \right)^2} \quad (7)$$

и при  $g_n < \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$   $E(q = \infty) \equiv E_\infty > -\Delta_w$ .

Когда  $g_n \rightarrow \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$ , рассматриваемая ветвь выпрямляется и ложится на прямую тяжелых дырок в широкозонном материале  $E + \Delta_w = 0$ .

Дисперсионная кривая  $B1$  отщепляется от прямой  $E = -\Delta_n - 2g_n$  при

$$\gamma^2 q_{th}^2 = \frac{16}{3} g^2 \frac{\left( \frac{\Delta_w + \Delta_n}{2} + g \right) \left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} - g \right)}{\left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} - g \right) (\Delta_w - \Delta_n)}. \quad (8)$$

Вблизи  $q_{th}$  ( $q - q_{th} \ll q_{th}$ ) закон дисперсии параболический:

$$\varepsilon = \frac{(q - q_{th})^2}{2m^*}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon = -(E + \Delta_n + 2g)$ , а  $m^* = \frac{8}{9\gamma^2} \frac{(\Delta_w - \Delta_n - g)^2 \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} - g\right)^2}{(\Delta_w - \Delta_n)^2 \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} - g\right)^2} (\Delta_n + g)$ .

Отметим одно существенное обстоятельство: плотность состояний  $\rho(\varepsilon)$  вблизи  $\varepsilon=0$  имеет корневую расходимость

$$\rho(\varepsilon) = \frac{q_{th}}{4\pi} \sqrt{\frac{2m^*}{\varepsilon}}. \quad (10)$$

Асимптотика  $q \rightarrow \infty$  ветви  $B1$  при любых  $g_n, g_w$  дается выражением

$$E_\infty + \Delta_n = -\left(g_w + \frac{3}{4}(\Delta_w - \Delta_n)\right) + \sqrt{g_w^2 + \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{4}\right)^2}. \quad (11)$$

*ПС, описываемое дисперсионной кривой  $A2$* , связано с легкими дырками в узкозонном материале и определяется, фактически, только  $g_n$ , но не  $g_w$ . При  $g_n=0$  ветвь  $A2$  совпадает с прямой тяжелых левых дырок  $E + \Delta_n = 0$ . От взаиморасположения зон по разные стороны ГП она не зависит, и для любых  $g_n, g_w$

$$E + \Delta_n \approx -\frac{\gamma^2 q^2}{4\Delta_n} \quad (\text{при } q \rightarrow 0), \quad (12.1)$$

$$E_\infty + \Delta_n = -\left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} + g_n\right) + \sqrt{g_n^2 + \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{4}\right)^2} \quad (\text{при } q \rightarrow \infty). \quad (12.2)$$

*ПС, описываемое дисперсионной кривой  $B2$* , связано с легкими дырками в широкозонном полупроводнике и при любых  $g_n, g_w$  лежит в области энергий непрерывного спектра широкозонного материала  $E < -\Delta_w$ . При  $g_w=0$  ветвь  $B2$  совпадает с прямой тяжелых «правых» дырок (расположенных справа от ГП)  $E + \Delta_w = 0$ . При  $0 \leq g_n \leq \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$  она ответвляется от кривой  $CO$  левых дырок (рис. 1, б). Зависимость от  $g$  характеризуется формулами

$$\text{при } g_n, g_w \rightarrow 0: q_{th} \rightarrow \frac{1}{\gamma} \sqrt{\Delta_w^2 - \Delta_n^2}, \quad (E + \Delta_w)_{th} = -g_w + \frac{2\Delta_w}{\Delta_w^2 - \Delta_n^2} g_n^2, \quad (13.1)$$

$$\text{при } g_n \rightarrow \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}: q_{th} \rightarrow 0, \quad (E + \Delta_w)_{th} = -\alpha \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} - g_n\right), \quad (13.2)$$

где  $\alpha = \frac{3}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{\Delta_n}{\Delta_w}\right)^2 + 3\left(1 + \frac{\Delta_n}{\Delta_w}\right)} + \frac{\Delta_n}{\Delta_w} \right]$ .

Закон дисперсии ветви  $B2$  вблизи  $q_{th}$  линеен и задается выражением (6), где  $E_{th}$  и  $q_{th}$  определяются (13).

Асимптотика  $q \rightarrow \infty$  при любых  $g_n, g_w$  дается формулой

$$E_\infty + \Delta_n = -3 \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} - g_w - \sqrt{g_w^2 + \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{4}\right)^2}. \quad (14)$$

Случай 2. Вершина  $CO$  зоны слева от ГП находится ниже вершины валентной зоны справа от ГП ( $g_n > \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$ ), а нижняя граница зоны легких дырок ( $E = -\Delta - 2g$ ) слева от ГП — выше ( $g_n < \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2}$ ) (рис. 2, а).

Ветвь  $B1$  отщепляется по касательной от кривой легких левых дырок (рис. 2, б). При  $g \rightarrow \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$   $q_{th} \sim 1/\left(g - \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}\right)^{1/2}$ ; с увеличением  $g$   $q_{th}$  убывает и при  $g \rightarrow \infty$  стремится к пределу, найденному в [1]. Закон дисперсии вблизи  $q_{th}$  линеен и определяется формулой (6). Отметим, что, как видно из (8), (9), (11), рис. 1, б, 2, б и только что изложенного, при  $g := \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$  вся ветвь целиком перескакивает через край зоны легких левых дырок ( $q_{th}$  воз-

растает до  $\infty$  и возвращается обратно). При  $g = \infty$  ветви  $B1$  и  $A2$  были найдены в работе [1].

Дисперсионная кривая  $A1$  переходит в область энергий  $E < -\Delta_w$ . В диапазоне  $\frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} < g < \Delta_w - \Delta_n$  она отщепляется по касательной от кривой легких правых дырок (рис. 2, б, 3, б), причем

$$\gamma q_{th} = \frac{3\Delta_w}{(4\Delta_w + \Delta_n)^{1/2}} \left( g_n - \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} \right)^{1/2} \left( \text{при } g_n \rightarrow \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3} \right). \quad (15)$$

Закон дисперсии вблизи  $q_{th}$  линеен и дается выражением

$$\gamma^2 q_{th} \Delta q = \frac{1}{2} \left[ \frac{g_w (E_{th}^2 - \Delta_w^2)}{(E_{th} + \Delta_w + 2g_w)^2} - \frac{2E_{th}}{E_{th}^2 - \Delta_w^2} \gamma^2 q_{th}^2 \right] \varepsilon. \quad (16)$$

Здесь  $\Delta q = q - q_{th}$ ,  $\varepsilon = E_{th} - E$ .

Для дисперсионной кривой  $B2$   $q_{th} = 0$  (рис. 2, б). Тогда при малых  $q$

$$E + \Delta_w \approx -\frac{\gamma^2}{4\Delta_w} q^2, \quad (17)$$

т. е. масса этого ПС составляет  $4/3$  массы легкой дырки в широкозонном полупроводнике.

Случай 3. Нижняя граница зоны легких дырок слева от ГП опускается ниже вершины валентной зоны справа от ГП ( $g_n > \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2}$ ), но остается выше середины этой зоны ( $g < \Delta_w - \Delta_n$ ) (рис. 3, а).

Изменения касаются только ветви  $B2$ , а именно: ее левый конец теперь лежит на прямой  $E = -\Delta_n - 2g_n$  (рис. 3, б) и описывается формулой (8), из которой  $q_{th} \sim \left( g_n - \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} \right)^{1/2}$  при  $g_n \rightarrow \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2}$ . Закон дисперсии дается формулой (9). Плотность состояний имеет особенность, выражаемую формулой (10).

Случай 4. Нижняя граница зоны легких дырок слева от ГП опускается ниже середины зоны легких дырок справа от ГП, т. е.  $g > \Delta_w - \Delta_n$  (рис. 4, а).

При этом левые концы дисперсионных кривых  $B2$  и  $A1$  меняются местами (рис. 4, б). Левый конец ветви  $B2$  переходит на кривую легких правых дырок. При  $g \rightarrow \infty$

$$(E + \Delta_w)_{th} \approx -2g + \frac{3}{4} (\Delta_w - \Delta_n), \quad q_{th} \approx 4g \left( \frac{g}{3(\Delta_w - \Delta_n)} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Закон дисперсии вблизи  $q_{th}$  теперь линеен и описывается (16). Левый конец ветви  $A1$  переходит на прямую  $E = -\Delta_n - 2g_n$ , поэтому  $q_{th}$  дается формулой (8), а закон дисперсии вблизи  $q_{th}$  — (9). Плотность состояний имеет особенность (10).

Поскольку с ростом  $g$  прямая  $E = -\Delta_n - 2g_n$  движется вниз, при  $g \rightarrow \infty$  ветви  $A1$  и  $B2$  уходят вниз и вправо.

Теперь рассмотрим особенности ситуации с неодинаковым спин-орбитальным взаимодействием:  $g_n \neq g_w$ . Те из вышеприведенных формул, в которых у  $g$  сохранены подстрочные индексы  $n$  или  $w$ , остаются справедливыми. Далее будем менять  $g_n$ , оставляя  $g_w$ , как и все остальные параметры, неизменным.

Поведение дисперсионной кривой  $B1$  подвергается небольшим количественным изменениям. Теперь она перескакивает через край зоны легких левых дырок, т. е. переходит от ситуации рис. 1, б к ситуации рис. 2, б не при  $g_n = \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$ , а при  $g_n = g_{n1}$ , где

$$g_{n1} = \frac{1}{2} \left[ g_w + \frac{3}{4} (\Delta_w - \Delta_n) - \sqrt{g_w^2 + \left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} \right)^2} \right]. \quad (19)$$

Легко видеть, что  $\frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} \leq g_{n1} \leq \frac{3}{8} (\Delta_w - \Delta_n)$ .

Формула (8) обобщается выражением

$$\gamma^2 q_{\text{th}}^2 = \frac{g_n^2 \left[ g_w + \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} - g_n \right] [\Delta_w^2 - (\Delta_n + 2g_n)^2]}{(\Delta_w - \Delta_n) \left[ \left( g_n - \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} \right) \left( g_n - \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} \right) - g_w g_n + \frac{3}{8} g_w (\Delta_w - \Delta_n) \right]}. \quad (20)$$

При  $g_n \rightarrow g_{n1}$   $q_{\text{порог}} \sim 1/|g_n - g_{n1}|^{1/2}$ .

Качественные изменения претерпевает поведение дисперсионных кривых  $B2$  и  $A1$  при большом СОВ. Переход от рис. 3, б к рис. 4, б происходит теперь при  $g_n$ , равном не  $\Delta_w - \Delta_n$ , а

$$g_{n2} = \frac{1}{2} \left[ g_w + (\Delta_w - \Delta_n) - \sqrt{g_w (g_w - (\Delta_w - \Delta_n))} \right] \quad (21.1)$$

( $g_{n2} < \Delta_w - \Delta_n$ ,  $g_{n2} < g_w$ ).  
При

$$g_n = g_{n3} \equiv \frac{1}{2} \left[ g_w + (\Delta_w - \Delta_n) + \sqrt{g_w (g_w - (\Delta_w - \Delta_n))} \right] \quad (21.2)$$

( $g_{n3} > \Delta_w - \Delta_n$ ,  $g_{n3} > g_w$ ) происходит возвращение к ситуации рис. 3, б, хотя  $q_{\text{th}}$  для обеих ветвей продолжает возрастать. Если  $g_n < \Delta_w - \Delta_n$ , то формулы (21.1), (21.2) не имеют смысла и ситуация рис. 4, б вообще не реализуется.

Ветвь  $B2$  при

$$g_n = g_{n5} \equiv \frac{1}{2} \left[ g_w + \frac{3}{4} (\Delta_w - \Delta_n) + \sqrt{g_w^2 + \left( \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} \right)^2} \right] \quad (22)$$

перескакивает через край зоны легких левых дырок (рис. 5, б). С дальнейшим увеличением  $g_n$   $q_{\text{th}}$  уменьшается вдоль кривой легких левых дырок до некоторой конечной, зависящей от  $g_w$ , величины, а именно, если  $g_n = \infty$ , то

$$(E + \Delta_w)_{\text{th}} \approx -g_w \quad (\text{при } g_n \rightarrow 0), \quad (23.1)$$

$$E_{\text{th}} = - \left[ \frac{3}{2} (\Delta_w - \Delta_n) (3\Delta_w + 5\Delta_n) \right]^{1/2} g_w^{3/2} \quad (\text{при } g_w \rightarrow \infty). \quad (23.2)$$

Ветвь  $A1$  при

$$g_n = g_{n4} \equiv \frac{\left( g_w + \frac{\Delta_w - \Delta_n}{4} \right) \left( g_w + \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} \right)}{g_w + \frac{3}{8} (\Delta_w - \Delta_n)} \quad (24)$$

перескакивает через край зоны легких правых дырок (рис. 5, б). Следует указать, что  $g_{n3} < g_{n4} < g_{n5}$ . Далее, с ростом  $g_n$  происходит уменьшение  $q_{\text{th}}$  вдоль прямой  $E = -\Delta_w - 2g_w$  (рис. 5, б), описываемое формулой (20), в которой следует произвести замену подстрочных индексов  $n \leftrightarrow w$ .  $q_{\text{th}}$  обращается в 0 при  $g_n = g_w + \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2}$  (в этот момент прямые  $E = -\Delta_w - 2g_w$  и  $E = -\Delta_n - 2g_n$  слипаются), а затем уходит от 0 по прямой  $E = -\Delta_n - 2g_n$ , на которой выполняется формула (20). Вблизи  $g_w + \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2}$  справедлив закон:

$$q_{\text{th}} \sim \left| g_n - \left( g_w + \frac{\Delta_w - \Delta_n}{2} \right) \right|^{1/2}. \quad (25)$$

Плотность состояний для ветви  $A1$  при  $g_n > g_{n4}$  расходится вблизи  $E_{\text{th}}$ , что описывается формулой (10).

Интересно рассмотреть пространственное распределение волновой функции ПС. В случае  $I$  все дисперсионные кривые, кроме  $B1$ , слева от ГП расположены в области энергий непрерывного спектра легких ( $A2$ ) или СО ( $A1$ ,  $B2$ ) дырок. Длины локализации соотвествующих ПС в узкозонном материале ( $\chi_n^{-1}$ ) определяются выражением  $\chi_n^2 = q^2 - k_n^2$ , где  $k_n$  — величина импульса объемной частицы с энергией ПС. При  $q = q_{\text{th}}$   $\chi_n^{-1} = \infty$ . Справа от ГП ветви  $A1$  и  $A2$  лежат в запрещенной зоне и локализация ПС определяется туннельной длиной. Ветвь  $B2$  и справа лежит в области энергий непрерывного спектра легких дырок, но  $\chi_n^2(q_{\text{th}}) =$

$= q_{th}^2 - k_w^2 > 0$  и  $\chi_w^{-1}(q_{th}) \neq \infty$ . Таким образом, ПС, описываемые дисперсионными кривыми  $A1$ ,  $A2$ ,  $B2$ , располагаются в основном в узкозонном полупроводнике. Ветвь  $B1$  слева от ГП при  $q$ , близких к  $q_{th}$ , лежит в щели между зонами легких и СО дырок и ПС локализовано на туннельной длине, зависящей от подбарьерной массы. При  $E \rightarrow -\Delta - 2g$  подбарьерная масса стремится к бесконечности, поэтому для  $B1$   $\chi_w^{-1}(q_{th}) = 0$ . Справа ветвь  $B1$  попадает в запрещенную зону и описываемое ею ПС локализовано на конечной туннельной длине. При  $q \rightarrow \infty$  (для любой ветви)  $\chi_w^{-1} \approx \chi_n^{-1} \approx q^{-1}$ . Следовательно, ПС, описываемое дисперсионной кривой  $B1$ , размещается в основном в широкозонном материале.

При переходе к случаям 2—4 ситуация кардинально меняется. Теперь ветви  $B2$  вблизи  $q_{th}$  и  $A1$  падают в щель между зонами легких и СО дырок слева от ГП. Справа они лежат в области энергий непрерывного спектра легких дырок. Ветвь  $B1$  слева лежит в области энергий непрерывного спектра, а справа по-прежнему в запрещенной зоне. Поэтому теперь ПС, описываемые дисперсионными кривыми  $A1$  и  $B2$ , сосредоточены большей частью в широкозонном полупроводнике, а  $A2$  и  $B1$  — в узкозонном.

Как показано в работе [2], если масса тяжелых дырок ( $M$ ) конечна, ПС распадаются, формируя делокализованные тяжелые дырки, которые уходят на бесконечность. При конечном  $M$  мы полагаем (в первом приближении) волновую функцию ПС такой же, как при бесконечном. Рассмотрев ее векторную структуру, количество подмешивающихся тяжелых дырок мы определяем из условия непрерывности соответствующей им компоненты и ее производной. Аналогично для легких дырок в той области ( $q, E$ )-плоскости, где они (при конечном  $M$ ) делокализованы. Относительное затухание  $\text{Im} q/q$  вышеописанных ветвей приведено в таблице. Из нее видно, что  $\text{Im} q/q$  с уменьшением  $q$  падает, и, если  $q_{th} \neq 0$ , то при  $q = q_{th}$  затухание отсутствует. Исключение составляет ветвь  $B1$  в случае 1, для которой  $\text{Im} q/q \approx \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{M\gamma^2}\right)^{1/2} \frac{g^{1/2}(\Delta_w^2 - \Delta_n^2)^{1/2}}{(\Delta_w - \Delta_n - 3g)^{1/2}} \times \left(1 + \frac{\Delta_n}{M} \frac{g}{\epsilon}\right)$  при  $q - q_{th} \ll q_{th}$  (аналогично для  $B2$  в случае 3 и  $A1$  в случае 4). Кроме того, можно видеть, что добротность (обратное относительное затухание) ветвей  $A2$  и  $B2$  падает до нуля при  $g \rightarrow 0$ , а  $A1$  — при  $g \rightarrow \frac{\Delta_w - \Delta_n}{3}$ .

Относительное затухание  $\text{Im} q/q$

№ образца	при $E_{th} - E \ll E_{th} - E_{\infty}$ и (когда $q_{th} \neq 0$ ) $q - q_{th} \ll q_{th}$		при $E - E_{\infty} \ll E_{th} - E_{\infty}$	
	$A2$			$\approx \frac{\gamma^2 q^3}{4\Delta_n \sqrt{2M}  E_{\infty} + \Delta_n ^{3/2}}$
$B1$	$\approx \frac{6g^2 q_{th}^2 (q - q_{th}) \gamma^2}{\sqrt{2M} \Delta_n  E_{th} + \Delta_n ^{3/2}} \left[ 1 + \frac{4(\Delta_w - \Delta_n)^2}{27(E_{th} + \Delta_n + 2g)^2} \right]$ (a)		$\approx \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{M}\right)^{1/2} \frac{\gamma^2 q^3}{\Delta_w (\Delta_w - \Delta_n)^2}$	
$A1$	$\approx \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{M}\right)^{1/2} \frac{q - q_{th}}{ E_{th} + \Delta_n + 3g }$ (b)		$\approx 0.3 \left(\frac{\Delta_w - \Delta_n}{M}\right)^{1/2} \frac{\gamma^2 q^3}{\Delta_w (E_{th} + \Delta_n + 3g)^2}$ (b)	
$B2$	$\approx \frac{g^{1/2}  E_{th} + \Delta_n + 2g  (E_{th} + \Delta_n + 3g)^2}{2\sqrt{2M} \Delta_w (\Delta_w - \Delta_n) (E_{th} + \Delta_n)^4} \gamma^2 q^2 (q - q_{th})$ (c)		$\approx \frac{\gamma^2 q^3}{4\Delta_w \sqrt{2M}  E_{\infty} + \Delta_w ^{3/2}}$ (c, d)	
	$\approx 2 \left(\frac{\Delta_w}{2M\gamma^2}\right)^{1/2}$ (d)			

Примечание. а — кроме случая 1, б — кроме случая 4, в — в случае 1, д — в случае 2. Предполагается  $\text{Im} q \ll 1$ .



Список литературы

- [1] Суриц Р. А. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 11. С. 2008—2015.  
[2] Сокольский А. В., Суриц Р. А. // ФТП. 1987. Т. 21. В. 5. С. 866—870.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Получена 11.12.1990  
Принята к печати 6.02.1991

---