

# Предельно короткий оптический импульс в дефектном сегнетоэлектрике типа порядок—беспорядок

© М.Б. Белоненко

Волгоградский государственный педагогический университет,  
Волгоград, Россия

E-mail: mbelonenko @yandex.ru

(Поступила в Редакцию 30 июля 2008 г.)

В окончательной редакции 10 ноября 2008 г.)

В рамках микроскопического псевдоспинового формализма в приближении однонаправленного распространения рассмотрена динамика предельно короткого оптического импульса в сегнетоэлектриках типа порядок—беспорядок в присутствии дефектов без ограничений на мощность импульса. Получены и численно решены эффективные уравнения для амплитуды электрического поля и поляризации сегнетоэлектрика. Выявлены квазисолитонные режимы распространения ультракоротких оптических импульсов и проанализированы зависимости от параметров микроскопического гамильтониана. Выявлено влияние дефектов различного типа на распространение предельно коротких импульсов.

PACS: 77.80.Fm, 77.84.Fa

## 1. Введение

Развитие экспериментальной техники генерации предельно коротких оптических импульсов, которые содержат в себе несколько колебаний электромагнитного поля, вызвало новый интерес с точки зрения теории [1–4]. Прежде всего это связано с тем, что при распространении предельно коротких оптических импульсов уже не реализуется приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз, поскольку невозможно произвести разделение импульса на части, связанные с несущей частотой и огибающей. Отметим, что в последнее время данная трудность была успешно преодолена в ряде теоретических работ, из которых необходимо выделить [5–7]. Вместе с тем анализ данных работ показывает, что в части, касающейся динамики предельно коротких оптических импульсов в твердых телах, они требуют введения ряда феноменологических параметров, которые определяются независимо. Введение подобного рода параметров требует осторожности в силу того, что при своей малой длительности предельно короткий оптический импульс имеет широкий спектр и известно, что, например, константы нелинейной восприимчивости имеют сильную частотную дисперсию. Так же широко известен тот факт, что вещество обладает свойством насыщения отклика и в случае мощного поля предельно короткого оптического импульса требуется все больше и больше слагаемых в разложении, например, поляризации вещества по величине приложенного переменного поля, чтобы адекватно описать имеющиеся нелинейные свойства. Все изложенное выше делает задачу построения теории распространения предельно коротких оптических импульсов исходя из микроскопической теории необходимой и актуальной.

В качестве вещества, которое будет рассматриваться с микроскопических позиций, был выбран сегнетоэлектрик типа порядок—беспорядок, который обладает про-

стым и достаточно детально исследованным модельным гамильтонианом. Отметим, что изучению взаимодействия данного класса водородсодержащих сегнетоэлектриков с мощным лазерным полем было посвящено достаточно много работ (см., например, [8–11]), но в этих работах не был проведен последовательный анализ взаимодействия сегнетоэлектрической подсистемы с полем электромагнитной волны для случаев малой длительности и большой интенсивности электромагнитного импульса.

Вместе с тем известно, что сегнетоэлектрики типа порядок—беспорядок и, особенно, сегнетоэлектрики с водородными связями склонны к образованию дефектов различной природы [12–15]. Например, за счет разрыва водородных связей сегнетоэлектрика и захвата разорванными связями свободных носителей заряда в изначальном допированном образце могут также возникать дефекты. В частности, на дефектах может происходить рассеяние предельно короткого оптического импульса и его уширение. Отметим также, что учет данной подсистемы может оказать существенное влияние на характер и особенности собственного сегнетоэлектрического фазового перехода. Все изложенное выше и послужило стимулом для написания настоящей работы.

## 2. Гамильтониан задачи и основные уравнения

Сегнетоэлектрики с водородными связями будем рассматривать в рамках псевдоспинового формализма, согласно которому поляризация сегнетоэлектрика полностью определяется положением протонов на водородных связях. Поляризация может быть полностью описана в рамках формализма с эффективным спином  $1/2$ , согласно которому величины спина  $\pm 1/2$  будут соответствовать разным положениям протона на водородной связи.

В рамках этого подхода гамильтониан сегнетоэлектрика с водородными связями имеет вид [16,17]

$$H = - \sum_j \Omega_j S_j^x - \frac{1}{2} \sum_{j\Delta} J_{j\Delta} S_j^z S_{j+\Delta}^z + 2\mu \sum_j E_j(t) S_j^z, \quad (1)$$

где  $\Omega_j$  — интеграл туннелирования для  $j$ -й сегнетоэлектрической ячейки (может изменяться за счет замены водорода на дейтерий),  $J_{j\Delta}$  — обменный интеграл, который описывает кулоновское взаимодействие двух сегнетоэлектрических ячеек образца, разнесенных в пространстве на вектор  $\Delta$ , причем одна из них расположена в узле  $j$ . Отметим, что данный параметр может изменяться, например, за счет механических дефектов, когда соседние сегнетоэлектрические дефекты удалены друг от друга на большие расстояния из-за присутствия дислокации.  $E_j(t)$  — амплитуда переменного электрического поля в  $j$ -й сегнетоэлектрической ячейке образца,  $\mu$  — эффективный электрический дипольный момент одной сегнетоэлектрической ячейки образца. Отметим, что по своему смыслу гамильтониан (1) является эффективным (описывает сегнетоэлектрические свойства образца только через положение протонов на водородных связях), и поляризация  $j$ -й сегнетоэлектрической ячейки образца, описываемая выражением  $P_j = 2\mu S_j^z$ , всегда направлена по полярной оси образца. Псевдоспиновый формализм описывает динамику тяжелых ионов, ответственных за появление поляризации, направленной вдоль полярной оси, через смещение протонов на водородных связях благодаря тому, что положения тяжелых ионов и протонов однозначно связаны. В случае сегнетоэлектриков типа KDP полярная ось совпадает с осью  $c$  кристалла.

Далее будет рассматриваться распространение ультракороткого оптического импульса в геометрии, когда направление его распространения  $\xi$  перпендикулярно оптической оси образца, а направление вектора электрического поля импульса совпадает с направлением оптической оси.

Уравнения движения Гейзенберга для средних значений операторов

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = i \langle [H, A] \rangle,$$

расцепленные в приближении хаотических фаз, дают следующие выражения [17,18]:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S_j^x \rangle}{dt} &= \left( \sum_{\Delta} J_{j\Delta} \langle S_j^z \rangle + 2\mu E_j(t) \right) \langle S_j^y \rangle, \\ \frac{d\langle S_j^y \rangle}{dt} &= \Omega_j \langle S_j^z \rangle - \left( \sum_{\Delta} J_{j\Delta} \langle S_j^z \rangle + 2\mu E_j(t) \right) \langle S_j^x \rangle, \\ \frac{d\langle S_j^z \rangle}{dt} &= -\Omega_j \langle S_j^y \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Заметим, что в уравнениях (2) пренебрегают слагаемыми, которые описывают релаксацию, поскольку характерные времена релаксации как минимум на четыре

порядка превышают длительность ультракоротких оптических импульсов.

Уравнения (2) необходимо дополнить уравнениями Максвелла для электромагнитного поля. В нашем случае для сегнетоэлектрика, в котором отсутствуют свободные заряды и токи, они могут быть записаны в виде одного уравнения [19]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{8\pi\mu n}{c^2} \frac{\partial^2 \langle S^z \rangle}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где учтено, что  $P_j = 2\mu S_j^z$ , сделан переход к континуальному пределу для сегнетоэлектрических ячеек и введена концентрация сегнетоэлектрических ячеек  $n$ ,  $c$  — скорость света. В уравнениях (2) также необходимо перейти к континуальному пределу, и, учитывая тот факт, что даже для импульсов фемтосекундной длительности характерный пространственный размер их локализации много больше расстояния между соседними сегнетоэлектрическими ячейками, получаем [18,20]

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S^x \rangle}{dt} &= (J(\xi) \langle S^z \rangle + 2\mu E) \langle S^y \rangle, \\ \frac{d\langle S^y \rangle}{dt} &= \Omega(\xi) \langle S^z \rangle - (J(\xi) \langle S^z \rangle + 2\mu E) \langle S^x \rangle \\ \frac{d\langle S^z \rangle}{dt} &= -\Omega(\xi) \langle S^y \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $J(\xi) = J_{j\Delta} Z$  описывает кулоновское взаимодействие между сегнетоэлектрическими ячейками в точке с координатой  $\xi$ ,  $Z$  — координационное число, т.е. число ближайших сегнетоэлектрических ячеек, соседствующих с данной ячейкой.  $\Omega(\xi)$  описывает туннелирование в сегнетоэлектрической ячейке в точке с координатой  $\xi$  и позволяет учесть наличие дейтерированных областей в образце сегнетоэлектрика.

Система уравнений (3), (4) является замкнутой системой уравнений, но она все еще сложна для рассмотрения и анализа. Перейдем в уравнении (3) к приближению однонаправленного распространения [21]

$$\frac{\partial E}{\partial \eta} = \frac{8\pi\mu n}{c^2} \frac{\partial \langle S^z \rangle}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\eta = t + \xi/c.$$

Для упрощения уравнений (4) подставим выражение для  $\langle S^y \rangle$  из третьего уравнения во второе и заметим, что с учетом (5) первое уравнение системы (4) можно проинтегрировать

$$\langle S^x \rangle = C(\xi) - \frac{J(\xi)}{2\Omega(\xi)} \langle S^z \rangle^2 - \frac{c^2}{8\pi n \Omega(\xi)} \int_{-\infty}^t dt_1 \frac{\partial [E^2(t_1)]}{\partial \eta},$$

где константа  $C(\xi)$  определяется из начальных условий и для случая высокотемпературной фазы сегнетоэлектри-

ка с водородными связями равна [11,16]

$$C(\xi) = \frac{1}{2} \operatorname{th} \left( \frac{\Omega}{2kT} \right). \quad (6)$$

Здесь  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура образца. Заметим, что константу  $C$  в (6) мы определяем именно для локальной области сегнетоэлектрика.

Окончательно уравнение для сегнетоэлектрической системы образца принимает вид

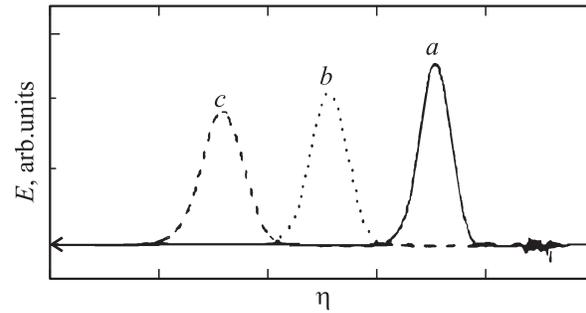
$$\frac{d^2 \langle S^z \rangle}{dt^2} + \Omega(\xi)^2 \langle S^z \rangle = \Omega(\xi) (J(\xi) \langle S^z \rangle + 2\mu E) \\ \times \left( C(\xi) - \frac{J}{2\Omega(\xi)} \langle S^z \rangle^2 - \frac{c^2}{8\pi n \Omega(\xi)} \int_{-\infty}^t dt_1 \frac{\partial [E^2(t_1)]}{\partial \eta} \right). \quad (7)$$

Уравнения (5), (7) и являются искомой системой уравнений, описывающей динамику ультракороткого оптического импульса в сегнетоэлектрике с водородными связями. Отметим, что данная система уравнений имеет ряд преимуществ по сравнению с подходами, предлагаемыми в [8–11]. Во-первых, эта система требует меньшего количества параметров, а необходимые параметры легко устанавливаются по термодинамическим данным и данным о поляризации насыщения. Во-вторых, данная система, выведенная из микроскопического гамильтониана, содержит только кубические нелинейности и описывает насыщение поляризации во внешних полях без привлечения более высоких слагаемых разложения поляризации по степеням электрического поля. В-третьих, эта система учитывает временную дисперсию сегнетоэлектрической подсистемы задачи исходя из первых принципов и не требует введения дополнительных слагаемых. В-четвертых, система достаточно просто описывает зависимость от температуры основных параметров системы, которые важны в силу наличия в сегнетоэлектриках с водородными связями температурного фазового перехода типа порядок–беспорядок. В-пятых, данная система может быть достаточно легко обобщена и на другие типы дефектов.

### 3. Основные результаты численного моделирования

Система уравнений (5), (7) достаточно сложна для аналитического исследования, в том числе из-за наличия интегрального слагаемого, и поэтому была исследована численно. Отметим, что наличие решений, которые зависят от  $\eta$  и  $t$  только в виде комбинации  $\eta \pm vt$  (см., например, [8,11]), позволяет ожидать устойчивого распространения предельно короткого оптического импульса и в рассматриваемом нами случае.

При численном моделировании системы уравнений (5), (7) параметры микроскопического описания выбирались такими же, как для типичных представителей сегнетоэлектриков с водородными связями, а именно как для



**Рис. 1.** Распространение предельно короткого оптического импульса в бездефектном сегнетоэлектрике. Показаны положения импульса в моменты времени, отличающиеся от начала:  $5 \cdot 10^{-14}$  (a),  $1,5 \cdot 10^{-13}$  (b) и  $5 \cdot 10^{-13}$  s (c). Длительность импульса  $10^{-14}$  s. По оси ординат отложена амплитуда электрического поля  $E$ , по оси абсцисс — координата  $\eta$  (одно деление соответствует примерно  $1 \mu\text{m}$ ). Биения показывают область первоначальной локализации импульса (одно деление по оси  $\eta$  соответствует  $0,01 \mu\text{m}$ ).

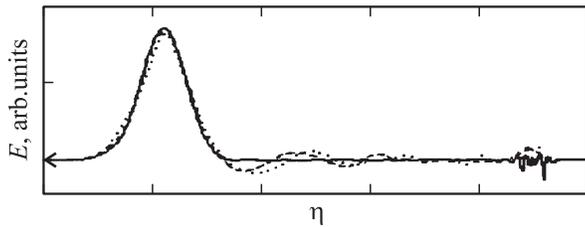
сегнетоэлектриков, изоморфных дигидрофосфату калия. Так, в расчете использовались следующие величины:  $\Omega = 2,8 \cdot 10^{-22}$  J,  $J = 1,7 \cdot 10^{-21}$  J,  $\mu = 3,2 \cdot 10^{-29}$  Q · m,  $T = 300$  K. Было принято, что начальный импульс электрического поля имеет гауссову форму с амплитудой порядка  $10^{10}$  V/m и длительностью порядка десятков фемтосекунд. Отметим, что здесь приведены параметры в случае отсутствия дефектов.

Результаты численных расчетов согласно уравнениям (5), (7) показали, что импульс в начальный момент времени вызывает в сегнетоэлектрическом образце локализованные биения электрического поля, которые затухают далее вследствие дисперсии, и после этого движется, практически не изменяя свою форму, но уменьшая амплитуду (рис. 1).

Так, результаты, представленные на рис. 1, можно объяснить тем, что на начальном этапе взаимодействия электромагнитного импульса с сегнетоэлектриком в последнем происходит возбуждение псевдоспиновых волн [14,15]. В силу своей малой длительности импульс покидает область, в которой происходит возбуждение поляризации, и далее распространяется в режиме, когда изменения поляризации и электрического поля происходят согласованно.

Заметим, что, согласно результатам, представленным на рис. 1, при распространении предельно короткого импульса происходит уменьшение его амплитуды, что связано с потерями энергии импульса на возбуждение поляризации в сегнетоэлектрике. Заметим также, что при этом предельно короткий импульс увеличивает свою длительность. Это обстоятельство можно связать с дисперсией в сегнетоэлектрической подсистеме.

В присутствии дефектов, появление которых обусловлено областями с различным значением интеграла туннелирования  $\Omega$ , прежде всего за предельно коротким импульсом образуется волнообразный „хвост“, который



**Рис. 2.** Взаимодействие ультракороткого оптического импульса с дефектом, связанным с дейтерированием в сегнетоэлектрике. Длительность импульса  $10^{-14}$  с. Биения показывают область первоначальной локализации импульса. Сплошная кривая — бездефектный образец, штриховая — рассеяние произошло на дефекте, локализованном в области, большей в 10 раз, чем в случае, показанном пунктирной линией. Одно деление на оси абсцисс  $\approx 10 \mu\text{m}$ .

обусловлен взаимодействием импульса электромагнитного поля с дефектом. Таким образом, можно считать, что происходит рассеяние предельно короткого импульса на дефекте, т.е. образование колебаний, которые распространяются за импульсом. Отметим, что в этом случае дефект возникает прежде всего вследствие наличия в образце дейтерированных областей. Эти области могут возникнуть, если водород при росте кристалла сегнетоэлектрика, изоморфного KDP, был заменен дейтерием. Математически такая область описывалась зависимостью интеграла туннелирования от пространственной координаты  $\xi$  вида

$$\Omega(\xi) = \Omega - \Omega_0 \exp(-\xi^2/l^2),$$

где  $\Omega_0$  зависит от степени дейтерирования дефектной области. При полностью дейтерированной области  $\Omega_0 = \Omega$ , для недейтерированной области  $\Omega_0 = 0$ . Величина  $l$  описывает характерный пространственный размер дефектной области. В рамках применяемого нами приближения однонаправленного распространения не отскакивает волна, образовавшаяся при рассеянии на дефекте и бегущая в сторону, противоположную направлению распространения импульса. Возникновение биений за областью локализации предельно короткого импульса можно связать с изменением дисперсии сегнетоэлектрической подсистемы в области дефекта (это хорошо видно из линеаризованного уравнения (7)).

На рис. 2 представлены результаты моделирования рассеяния предельно короткого импульса на дефектах, локализованных в областях различной величины. Так, при рассеянии на дефекте, локализованном в области большего размера, возникающий за предельно коротким оптическим импульсом „хвост“ имеет больший период колебаний и затухает слабее. Такое поведение также можно связать с изменением дисперсии в системе псевдоспинов сегнетоэлектрика. Отметим, что подобное поведение может иметь значение и для экспериментального исследования дефектных сегнетоэлектриков, а именно по величине колебаний, возникающих за импульсом,

можно определить наличие в образце дейтерированных областей.

Помимо дефектов, связанных с дейтерированием образца и приводящих к изменению в микроскопическом гамильтониане параметра  $\Omega$ , возможны также дефекты, которые обязаны своим существованием наличию в образце областей, в которых параметр микроскопического гамильтониана  $J$  принимает различные значения. Появление таких областей можно связать с включением в сегнетоэлектрический кристалл несегнетоэлектрических областей, наличием в образце разного рода дислокаций и дисклинаций. Последние изменяют расстояние между сегнетоэлектрическими ионами и, следовательно, приводят к изменению интеграла обмена  $J$ , который зависит от величины кулоновского взаимодействия между сегнетоэлектрическими ионами. Поскольку [16,17] температура фазового перехода в сегнетоэлектриках типа порядок–беспорядок определяется приближенно как

$$kT_c = \frac{\Omega}{2 \operatorname{arctanh}(2\Omega/J)},$$

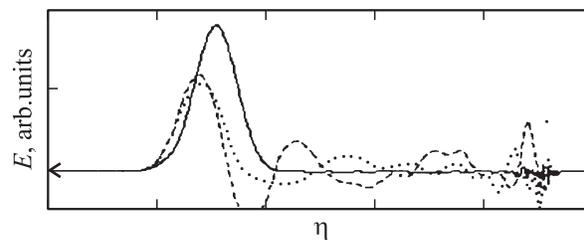
такие дефекты часто называют дефектами типа „локальной температуры перехода“ [22,23]. Математически дефектная область описывалась зависимостью интеграла обмена от пространственной координаты  $\xi$  вида

$$J(\xi) = J - J_0 \exp(-\xi^2/l^2),$$

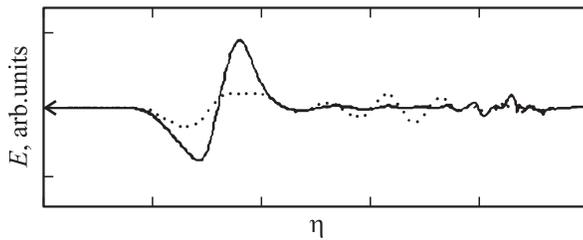
где  $J_0$  зависит от степени снижения локальной температуры фазового перехода в дефектной области. При стремлении локальной температуры фазового перехода в дефектной области к нулю  $J_0 = J$ .

На рис. 3 представлены результаты моделирования рассеяния предельно короткого импульса на дефектах, связанных с локальной температурой фазового перехода и локализованных в областях различной величины.

Представленные на рис. 3 результаты численного моделирования могут быть объяснены тем, что при уменьшении величины  $J$  в дефектной области падает



**Рис. 3.** Взаимодействие ультракороткого оптического импульса с дефектом, связанным с локальной температурой фазового перехода в сегнетоэлектрике. Длительность импульса  $10^{-14}$  с. Биения показывают область первоначальной локализации импульса. Сплошная кривая — бездефектный образец, штриховая — рассеяние произошло на дефекте ( $J_0 = 0.99J$ ), локализованном в области, большей в 3 раза, чем в случае, показанном пунктирной линией. Одно деление на оси абсцисс  $\approx 10 \mu\text{m}$ . Выбран промежуток времени  $10^{-13}$  с.



**Рис. 4.** Эволюция входного импульса с нулевой площадью со временем в случае различных амплитуд. Начальная амплитуда уменьшена для пунктирной кривой в 2 раза. Параметры задачи приведены в тексте. Одно деление на оси абсцисс  $\approx 10 \mu\text{m}$ . Выбран промежуток времени  $10^{-13}$  s.

величина наведенной поляризации и, следовательно, уменьшается показатель преломления среды. Это в свою очередь приводит к тому, что импульс распространяется быстрее (пунктирная кривая на рис. 3). Возникновение же более интенсивного „хвоста“ за предельно коротким импульсом можно, как и ранее, связать с изменением дисперсии в псевдоспиновой системе и нарушением баланса между нелинейностью и дисперсией, который необходим для того, чтобы импульс распространялся без изменения формы.

Отметим, что помимо уже описанного выше движения импульсов с большей скоростью предельно короткий оптический импульс, рассеивающийся на дефекте, локализованном в большей области, обладает и большим „хвостом“. Рост амплитуды „хвоста“ с ростом области локализации дефекта можно связать с тем, что баланс дисперсии и нелинейности нарушается в большей области, и, следовательно, возникающая неустойчивость действует большее время. Это в свою очередь дает возможность экспериментально определять по измерениям „хвоста“ наличие и размер в сегнетоэлектрике областей с локальной температурой фазового перехода.

Иной характер носит распространение импульса, имеющего нулевую площадь (площадь импульса стандартно определим как  $\int_{-\infty}^{+\infty} E(\eta = 0, t) dt$ ) и состоящего, к примеру, из одного колебания электрического поля с гауссовой огибающей (рис. 4).

За импульсом образуется „хвост“ колебаний, амплитуда колебаний в котором может быть сравнима с амплитудой самого импульса в случае малых начальных амплитуд. Импульс с большей амплитудой распространяется более устойчиво и имеет „хвост“ меньшей амплитуды. Такое поведение можно связать с тем, что в этом случае спектр импульса смещен по сравнению с рассматриваемым ранее случаем в высокочастотную область, т.е. не имеет нулевой компоненты. При этом в силу нелинейного характера рассматриваемой задачи возможно взаимодействие волн, соответствующих частотам, расположенным по разные стороны от максимума. Возникающие в результате взаимодействия колебания могут быть устойчивыми, о чем свидетельствует и

наличие у системы (5), (7) стационарных решений, описываемых функциями Якоби *сн*. Суммируя же изложенное выше, можно интерпретировать образовавшийся за импульсом „хвост“ как аналог решения в функциях Якоби системы уравнений (5), (7).

## 4. Заключение

Сформулируем основные выводы настоящей работы.

1) На основе микроскопического гамильтониана получено эффективное уравнение, описывающее динамику ультракороткого оптического импульса в сегнетоэлектриках с водородными связями.

2) Предельно короткий оптический импульс распространяется с затухающей амплитудой, что является следствием потерь его энергии на возбуждение сегнетоэлектрической подсистемы.

3) Предельно короткий оптический импульс нулевой площади при распространении вызывает появление за собой „хвоста“ из колебаний электрического поля, что можно связать с возбуждением импульсов нелинейных волн.

4) Как дефекты, связанные с дейтерированными областями в образце, так и дефекты, связанные с областями локальной температуры фазового перехода, вызывают появление „хвоста“ за предельно коротким оптическим импульсом. Амплитуда колебаний электрического поля в „хвосте“ связана со степенью дейтерированности дефектной области и с величиной локальной температуры фазового перехода, что дает возможность экспериментально исследовать сегнетоэлектрики с дефектами при помощи предельно коротких оптических импульсов.

5) Величина амплитуды колебаний электрического поля в „хвосте“, возникающем при рассеянии предельно короткого оптического импульса, определяется в основном размерами дефектной области в образце. Это в свою очередь дает возможность по колебаниям, следующим за предельно коротким оптическим импульсом, установить размер дефектной области.

6) В присутствии дефектов, связанных с областями локальной температуры фазового перехода, предельно короткий оптический импульс распространяется с большей скоростью, что дает дополнительные возможности определять степень дефектности образца по времени прохождения импульса.

## Список литературы

- [1] K. Tamura, M. Nakazawa. *Opt. Lett.* **21**, 68 (1998).
- [2] А.М. Желтиков. *УФН* **172**, 743 (2002).
- [3] T. Brabec, F. Krausz. *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
- [4] А.В. Ким, М.Ю. Рябкин. *УФН* **169**, 58 (1999).
- [5] С.В. Сазонов, А.Ф. Соболевский. *ЖЭТФ* **123**, 1160 (2003).
- [6] С.А. Козлов, С.В. Сазонов. *ЖЭТФ* **111**, 404 (1997).
- [7] А.И. Маймистов. *Опт. и спектр.* **87**, 104 (1999).
- [8] С.В. Сазонов. *ФТТ* **37**, 6, 1612 (1995).

- [9] M.B. Belonenko, V.V. Kabakov. *Laser Phys.* **17**, 6, 1197 (1997).
- [10] С.В. Сазонов. *Изв. вузов.* 7, 94 (1993).
- [11] М.Б. Белоненко, В.В. Кабаков. *Квантовая электрон.* **23**, 8, 704 (1996).
- [12] Н.И. Галияров, С.В. Горин, Л.Х. Вологирова, А.В. Шильников, Л.А. Шувалов. *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **54**, 4, 795 (1990).
- [13] N.M. Galiyarova, S.V. Gorin, A.V. Shilnikov. *Ferroelectrics* **143**, 277 (1993).
- [14] М.Б. Белоненко, В.В. Кабаков. *Изв. РАН. Сер. физ.* **62**, 8, 1497 (1998).
- [15] Б.Е. Вугмейстер, М.Д. Глинчук. *УФН* **146**, 3, 459 (1985).
- [16] Р. Блинц, Б. Жекш. *Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики.* Мир, М. (1975). 398 с.
- [17] В.Г. Вакс. *Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков.* Наука, М. (1973). 328 с.
- [18] М.Б. Белоненко, М.М. Шакирзянов. *ЖЭТФ* **99**, 5, 860 (1991).
- [19] *Солигоны в действии* / Под ред. К. Лонгрена, Э. Скотта. Мир, М. (1981). 312 с.
- [20] М.Б. Белоненко, М.М. Шакирзянов. *ФТТ* **36**, 7, 2026 (1994).
- [21] A.I. Maimistov, A.M. Basharov. *Nonlinear optical waves.* Kluwer Academic Publ., Dordrecht–Boston–London (1999). 426 p.
- [22] A.P. Levanyuk, A.S. Sigov. *Defects and structural phase transitions.* Gordon and Breach Sci. Publ., N. Y. (1988). 208 p.
- [23] V. Hlilzer. *Key Eng. Mater. Trans. Techn. Publ.* **103**, 360 (1995).