

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИИ СВЯЗИ ЭКСИТОНОВ ВАННЬЕ—МОТТА В КВАНТОВЫХ ЯМАХ

Алешкин В. Я., Костин А. А., Романов Ю. А.

Теоретически исследована зависимость энергии связи экситонов от температуры в гетероструктурах с квантовыми ямами. Показано, что при понижении температуры энергия связи экситонов в квантовых ямах может значительно уменьшаться из-за убывания длины экранирования. Приведены результаты численных расчетов температурной зависимости энергии связи экситонов для гетероструктур $AlAs-GaAs$ и $In_{0,35}Ga_{0,65}As-GaAs$.

Хорошо известно, что в слабо легированных полупроводниках зависимость длины экранирования от температуры имеет минимум. Увеличение длины экранирования с понижением температуры происходит благодаря вымораживанию основных носителей. Это обстоятельство приводит к возрастанию энергии связи экситонов в однородных полупроводниках с понижением температуры.

Совершенно иная температурная зависимость энергии связи экситона должна наблюдаться в гетероструктурах с квантовыми ямами (КЯ). В настоящей работе показано, что в таких системах энергия связи экситонов может значительно уменьшиться при понижении температуры. Причина этого заключается в следующих особенностях экранирования кулоновского взаимодействия электрона и дырки в квантовых ямах.

Во-первых, в слабо легированных квантовых ямах концентрация основных носителей (пусть это будут электроны) определяется не уровнем легирования самой ямы, а ее глубиной, уровнем легирования окружающего широкозонного полупроводника и температурой. Если толщина слоев широкозонного полупроводника, разделяющего квантовые ямы, превышает толщину областей пространственного заряда (ОПЗ) около них (из которых носители тока уходят в КЯ), то концентрация электронов в КЯ растет с понижением температуры. Обычно толщина ОПЗ для не слишком мелких КЯ значительно превосходит радиус экситона. Экранирование кулоновского притяжения электрона и дырки в этом случае осуществляется основными носителями, находящимися в той же квантовой яме, что и экситон. Если же толщина разделяющих слоев меньше толщины ОПЗ (близко расположенные КЯ), то концентрация электронов в КЯ слабо зависит от температуры. В случае близко расположенных КЯ в экранировании могут принимать участие основные носители из соседних ям.

Во-вторых, минимальная длина экранирования в двумерных системах достигается при $T \rightarrow 0$ и не зависит от поверхностной концентрации носителей заряда до тех пор, пока не изменится число заполненных подзон размерного квантования [1].

Из сказанного выше следует, что в квантовых ямах при понижении температуры энергия связи экситона убывает благодаря уменьшению длины экранирования. Для низких температур (полностью вырожденный газ основных носителей) энергия связи экситона слабо зависит от концентрации основных носителей. Ее величина в основном определяется только отношением боровского радиуса к минимальной длине экранирования. Последнее зависит только от отношения масс основных и неосновных носителей. Однако для низких поверхностных концентраций электронов в квантовой яме ($\leq 10^{10} \text{ см}^{-2}$), когда в экра-

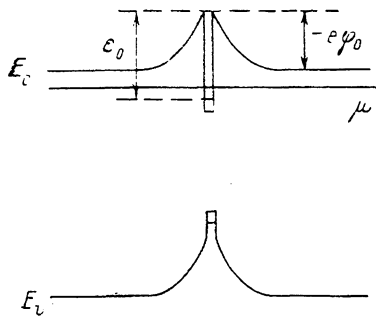


Рис. 1. Положение энергетических зон в гетероструктуре с квантовой ямой.

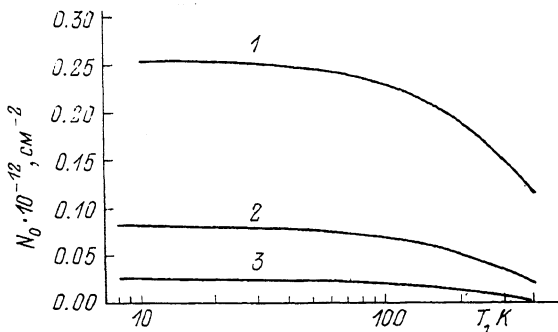


Рис. 2. Зависимость поверхностной плотности двумерного электронного газа от температуры для гетероструктуры GaAs—In_{0.35}Ga_{0.65}As.

Толщина слоя твердого раствора In_{0.35}Ga_{0.65}As 40 Å. GaAs легирован Ge с концентрациями 10¹⁸ (1), 10¹⁶ (2), 10¹⁴ см⁻³ (3).

нировании существенны квантовые эффекты, энергия связи экситонов при низких температурах существенно зависит от концентрации основных носителей в КЯ.

Далее мы будем считать, что основные носители находятся только в самой нижней подзоне, и рассматривать экситоны, образованные электроном и тяжелой дыркой. Будем предполагать также, что легирован только широкозонный полупроводник.

Рассмотрим полупроводниковую гетероструктуру с КЯ для определенности *n*-типа, изображенную на рис. 1. Будем полагать, что ширина ОПЗ около нее много больше, а размеры волновой функции электронов и дырок поперек КЯ много меньше радиуса экситона. Последнее приближение означает «двумерность» экситона и оно справедливо только в достаточно узких и глубоких КЯ [2]. Будем считать также, что концентрация доноров в КЯ мала по сравнению с концентрацией электронов в ней.

Уравнение Пуассона, описывающее потенциал точечного заряда *q*, после преобразования Фурье по координатам в плоскости КЯ имеет вид [1]

$$\frac{d^2\varphi(x, k)}{dx^2} - k^2\varphi(x, k) = -\frac{4\pi q}{x} \delta(x) + \frac{\delta(x)\varphi(x, k)}{\lambda(k)}, \quad (1)$$

где

$$\lambda(k) = \left\{ \frac{e^2}{\pi x} \int \frac{f_0(k') - f_0(k' + k)}{\varepsilon(k') - \varepsilon(k' + k) + i\beta} d^2k' \right\}^{-1}$$

— длина экранирования, *f*₀ — функция распределения Ферми—Дирака, $\varepsilon(k)$ — энергия электрона с волновым вектором *k*, *x* — низкочастотная диэлектрическая проницаемость широкозонного полупроводника, $-e$ — заряд электрона, δ — дельта-функция, $\beta \rightarrow +0$.

Интегрируя (1), находим потенциал в КЯ:

$$\varphi(\rho) = \frac{q}{x} \int_0^\infty J_0(k\rho) \frac{k}{k + 1/2\lambda(k)} dk, \quad (2)$$

где ρ — радиус-вектор в плоскости КЯ, *J*₀ — функция Бесселя нулевого порядка. Длину экранирования можно представить в виде

$$\lambda(k) = \lambda_0 \int_0^1 \{1 + [\exp(\eta k^2(1-y^2)) - 1] \exp(\sigma)\}^{-1} dy,$$

где $\sigma = -\pi \hbar^2 N_0 / (m_e T)$, $\eta = \hbar^2 / (8m_e T)$, m_e , N_0 — масса и поверхностная концентрация электронов, T — температура (в энерг. ед.), $\lambda_0 = x \hbar^2 / \{4m_e e^2 [1 - \exp(\sigma)]\}$ — «квазиклассическая» длина экранирования [3], которая определяет потенциал при больших ρ ($T \neq 0$). Без учета квантовых эффектов в экранировании $\lambda(k) = \lambda_0$. Отметим, что экранирование в КЯ слабее, чем в однородном кристалле [при $r \rightarrow \infty$ $\varphi \sim 1/r^2$, а не $\exp(-r/\lambda)/r$]. Это связано с тем, что экранирующие носители находятся не во всем пространстве вокруг заряда, а лежат в плоскости КЯ. Как уже упоминалось выше, $\lambda_0 \Rightarrow \lambda_{\min} = x \hbar^2 / 4m_e e^2$ при $T \rightarrow 0$ и λ_{\min} не зависит от N_0 .

Уравнение Шредингера для экситона в квантовой яме имеет вид

$$-\frac{d^2\psi}{dr^2} - \frac{d\psi}{rdr} + \frac{l^2\psi}{r^2} - \frac{F(r)\psi}{r} = \varepsilon\psi, \quad (3)$$

где $r = 2me^2\rho/(\hbar^2 x) = 2\rho/a_b$, a_b — радиус экситона, $m = m_e m_h / (m_e + m_h)$, m_h — масса дырки в КЯ, $\hbar l$ — проекция момента импульса на нормаль к квантовой яме, $\varepsilon = -E/E_e$, E и $E_e = -2me^4/(\hbar^2 x)$ — энергии связи двумерного экситона с учетом и без учета экранирования,

$$F(r) = \int_0^\infty \frac{t \exp(-rat)}{(1+t^2)^2} - r J_0(t) \frac{\alpha(f-1)t}{(\alpha r + t)(\alpha r + t)} dt, \quad (4)$$

$$\alpha = \alpha_b / 4\lambda_0, \quad f = f(t, r) = \int_0^1 \{1 + [\exp(\vartheta(1-y^2)t^2/r^2) - 1] \exp(\sigma)\}^{-1} dy,$$

где $\vartheta = e^4 m^2 / 2\hbar^2 x^2 m_e T$. Первое слагаемое в (4) соответствует квазиклассическому экранированию и зависит только от одного параметра α . Как уже отмечалось выше, при $T \rightarrow 0$ $\alpha \rightarrow (1 + m_e/m_h)$. Второе слагаемое в (4) описывает квантовые поправки к экранированию. Им можно пренебречь в тех случаях, когда характерная длина волны основных носителей много меньше радиуса экситона.

В отличие от трехмерного случая вероятность нахождения в малом круге с центром в $r=0$ конечна для обоих решений уравнения Шредингера [$\psi_1 \sim \ln(r)$, $\psi_2 \sim (1-r)$ при $r \rightarrow 0$]. Однако решение ψ_1 нефизично, поскольку его средняя потенциальная энергия отрицательна и бесконечно велика, а кинетическая энергия также бесконечно велика, но положительна.

Для того чтобы определить температурную зависимость энергии связи экситонов, необходимо найти функцию $N_0(T)$, которую можно вычислить, решая уравнение Пуассона в окрестности КЯ:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{4\pi e}{x} \left\{ N_c F_{1/2} \left(\frac{\mu + e\varphi}{T} \right) - N_D \left[1 + 2 \exp \left(\frac{\mu + e\varphi + \varepsilon_i}{T} \right) \right]^{-1} \right\}, \quad (5)$$

где N_c — эффективная плотность состояний в зоне проводимости, N_D , ε_i — концентрация и энергия ионизации доноров в широкозонном полупроводнике, μ — химический потенциал, $F_{1/2}$ — интеграл Ферми—Дирака индекса 1/2. На границах КЯ

$$\left| \frac{d\varphi}{dx} \right| = \frac{2\tau e}{x} N_0 = \frac{\tau e T m_e}{x a^2} \ln \left(1 + \exp \frac{\mu + e\varphi_0 \varepsilon_0}{T} \right), \quad (6)$$

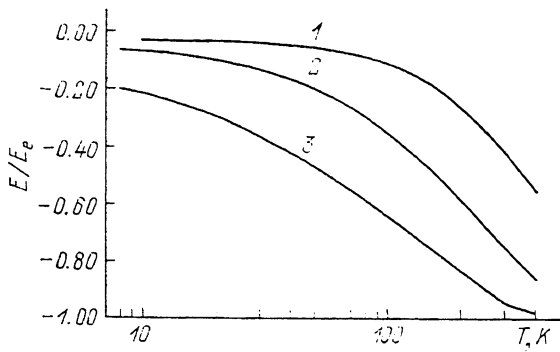


Рис. 3. Зависимость энергии связи основного состояния экситона E от температуры для гетероструктуры GaAs—In_{0.35}Ga_{0.65}As.

Толщина слоя твердого раствора In_{0.35}Ga_{0.65}As 40 Å. GaAs легирован Ge с концентрациями 10¹⁴ (1), 10¹⁵ (2), 10¹⁶/см⁻³ (3). $E_e = -2me^4/(h^2\kappa)$.

где ϵ_0 , φ_0 — глубина залегания нижней подзоны размерного квантования и значение потенциала в КЯ (рис. 1). Интегрируя (5) с учетом (6), находим систему двух уравнений для определения N_0 и φ_0 :

$$N_0 = \left\{ \frac{2\kappa T}{\pi e^2} \left[N_c \left[F_{3/2} \left(\frac{\mu + e\varphi_0}{T} \right) - F_{3/2} \left(\frac{\mu}{T} \right) \right] + N_D \ln \left[2 + \exp \left(\frac{-\mu - e\varphi_0 + \epsilon_i}{T} \right) \right] - N_D \ln \left[2 + \exp \left(\frac{-\mu + \epsilon_i}{T} \right) \right] \right] \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

$$\frac{\mu + e\varphi_0}{T} = \frac{\epsilon_n}{T} + \ln \left(\exp \frac{h^2 \pi N_0}{m_e T} - 1 \right).$$

На рис. 2 изображены зависимости N_0 от T для структуры GaAs—In_{0.35}Ga_{0.65}As ($\epsilon_0 = 120$ мэВ при ширине КЯ 40 Å) для трех значений: $N_D = 10^{14}$, 10^{15} , 10^{16} см⁻³ (в качестве донора выбран Ge, $\epsilon_i = 6$ мэВ). Массу электронов в КЯ m_e и ϵ_0 мы вычисляли, используя модель Кейна методом, предложенным Бастардом [4]; $m_e = 0.068 m_0$, m_0 — масса свободного электрона. Для вычисления $m_h = 0.059 m_0$ использовалось следующее выражение, которое можно получить с помощью теории возмущений в модели Латтинжера [5] для бесконечно глубокой КЯ:

$$m_0/m_h = \left(A + B/2 + 16D^2 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4j^2}{(4j^2 - 1)^2 \{ \pi^2 [A(1 - 4j^2) - B(1 + 4j^2) + 2m_0 d^2 (f - g)]/h^2 \}} \right), \quad (8)$$

где $f = (a+b/2)(e_{xx} + e_{yy}) + (a-b)e_{zz}$, $g = (a-b/2)(e_{xx} + e_{yy}) + (a+b)e_{zz}$, A , B , D , a , b — постоянные, d — толщина КЯ, e_{ij} — компоненты тензора деформации, которая возникает из-за различия в постоянных решетки твердого раствора In_{0.35}Ga_{0.65}As и GaAs. Малое значение m_h обусловлено пластической деформацией квантовой ямы и размерным квантованием, которые замешивают состояния легких и тяжелых дырок.

На рис. 3 изображены зависимости безразмерной энергии связи основного состояния экситона от T для этой структуры. Из рисунка видно, что энергия связи экситона уменьшается в несколько раз при понижении температуры от 400 до 10 К. Вероятно, возможна ситуация, когда при низких температурах экситоны вообще плохо наблюдаемы из-за малости энергии связи.

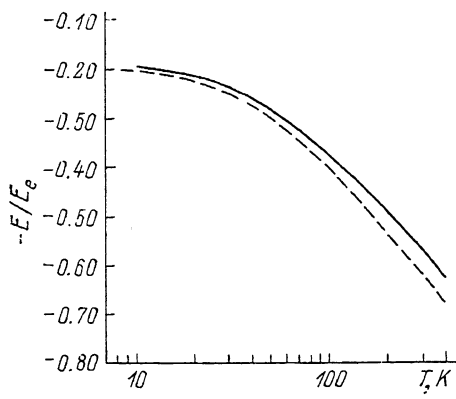


Рис. 4. Зависимость энергии связи основного состояния экситона E от температуры в гетероструктуре AlAs—GaAs с близко расположенными квантовыми ямами шириной 50 \AA .

Поверхностная концентрация электронов в КЯ 10^{11} см^{-2} . Толщина широкозонных слоев AlAs 100 (сплошная линия), 200 \AA (штриховал).

Рассмотрим теперь зависимость энергии связи экситона от температуры в структурах с близко расположенными КЯ, расстояния между которыми меньше ширины ОПЗ. Будем предполагать разделяющие слои широкозонного полупроводника слабо прозрачными для электронов, так что последние можно считать локализованными только в одной КЯ. Поскольку толщины КЯ меньше всех остальных характерных длин, мы будем рассматривать их как плоскости с $x=nL$, L — толщина слоя широкозонного полупроводника, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Найдем потенциал, который создает заряд q , находящийся в начале координат. Сделав преобразование Фурье уравнения Пуассона, получим

$$\frac{d^2\varphi(x, k)}{dx_k^2} - k^2\varphi(x, k) = -\frac{4\pi q}{z} \delta(x) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x-nL) \varphi(x, k)}{\lambda(k)}, \quad (9)$$

где $k=(k_y^2+k_z^2)^{1/2}$. Решение (9) в интервале $nL < x < (n+1)L$ $\varphi(x, k) = a_n \exp\{-k(x-nL)\} + b_n \exp\{k(x-nL)\}$. Интегрируя (9) около $x=nL$ ($n \neq 0$), находим связь:

$$\left| \begin{matrix} a_n \\ b_n \end{matrix} \right| = U \left| \begin{matrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{matrix} \right|, \quad (10)$$

где

$$U = \left| \begin{matrix} \left[1 - \frac{1}{2k\lambda(k)} \right] \exp(-kL) & \frac{\exp(kL)}{2k\lambda(k)} \\ \frac{\exp(-kL)}{2k\lambda(k)} & \left[1 + \frac{1}{2k\lambda(k)} \right] \exp(kL) \end{matrix} \right|.$$

Матрица U имеет два собственных значения: $\xi_{\pm} = c \pm (c^2 - 1)^{1/2}$, $c = \{ [1 + 1/2k\lambda \times \times(k)] \exp(kL) + [1 - 1/2k\lambda(k)] \exp(-kL) \}$, причем $\xi_+ > 1$, $\xi_- < 1$, $\xi_+ \xi_- = 1$. Для того чтобы $\varphi \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, необходимо, чтобы a_n и b_n были компонентами собственного вектора U с собственным значением ξ_- . Кроме того, $\varphi(x) = -\varphi(-x)$. Используя эти требования, а также условия сшивания решения при $x=0$, после обратного фурье-преобразования находим

$$\varphi(\rho) = \frac{q}{z} \int_0^{\infty} \frac{J_0(k\rho) k}{|k + 1/2\lambda(k)|} D(k) dk, \quad (11)$$

$$D(k) = \left[1 + \frac{2k \{ |k + 1/2\lambda(k)| \exp(-kL) - k\xi_- \}}{\{k |k + 1/2\lambda(k)| \exp(kL) + [1/2\lambda(k) - k] \{ |k + 1/2\lambda(k)| \exp(-kL) - k\xi_- \}} \right].$$

На рис. 4 представлены зависимости энергии связи основного состояния экситонов от температуры в структурах AlAs—GaAs с близко расположенными квантовыми ямами шириной 50 \AA , рассчитанные с использованием (11). Полагалось $m_e = 0.085m_0$ [6], $m_h = 0.11m_0$. По сравнению с рис. 3 в этих структурах

энергия связи убывает медленнее с уменьшением температуры, поскольку число носителей в КЯ не зависит от нее.

В заключение отметим, что при нарушении условия двумерности экситона (т. е. когда размер волновой функции поперек КЯ порядка или больше радиуса экситона), эффекты экранирования усиливаются [7]. Однако качественно характер зависимости энергии связи экситона от температуры не изменится.

Список литературы

- [1] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 415 с.
- [2] Greene R. L., Bajaj K. K., Phelps D. E. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. P. 1807—1812.
- [3] Рытова Н. С. // Вестн. МГУ. Сер. Физика. Астрономия. 1967. № 3, С. 30—37.
- [4] Bastard G. // Phys. Rev. B. 1981. V. 24. N 10. P. 5693—5697.
- [5] Luttinger J. M. // Phys. Rev. 1956. V. 102. N 4. P. 1030—1041.
- [6] Andreani L. C., Pasquarello A. // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. N 14. P. 8928—8938.
- [7] Loehr J. P., Singh J. // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. N 11. P. 7154—7162.

Институт прикладной физики РАН
Нижний Новгород

Получена 11.06.1991
Принята к печати 21.08.1991