1992 PHYSICS AND TECHNICS OF SEMICONDUCTORS vol. 26, N 3

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ В МНОГОДОЛИННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ЕГО РОЛЬ В РЕЛАКСАЦИИ ЭНЕРГИИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Прима Н. А.

Для полупроводников с эквивалентными долинами (типа n-Si) найдены решения кинетических уравнений и вычислены времена релаксации неравновесности электронов по долинам — τ_M и по энергии — $\tau_{\varepsilon n}$. Наряду с другими механизмами рассмотрено упругое междолинное рассеяние, например, на примеси. Показано, что упругое междолинное рассеяние может изменить потоки электронов вдоль энергетической оси в каждой долине и из одной долины в другую, что эквивалентно участию упругого рассеяния в создании и релаксации неравновесности электронов по энергии. При интенсивном упругом рассеянии существенно изменяются характер релаксации и времена релаксации.

Введение. Многодолинная зонная структура n-Si, n-Ge и других полупроводников с эквивалентными по энергии долинами является причиной ряда интересных физических явлений, не имеющих аналогов для полупроводников с изотропным спектром носителей тока. Происходит это потому, что в многодолинных полупроводниках взаимосвязаны два типа неравновесности электронов: по долинам и по энергии, один тип неравновесности, созданный внешним источником, обязательно сопровождается неравновесностью другого типа. Яркий пример этого — физика горячих электронов. При разогреве электроны в разных долинах греются по-разному и переходят из одних долин в другие, что приводит к новым группам явлений [1], в частности возможны различного типа многозначные эффекты, подробно описанные в монографии [2]. Заметим еще раз, что долины здесь исходно эквивалентны по энергии.

Аналогично при неравновесном заполнении долин, созданном внешним источником, когда в каждой из них задана своя концентрация свободных электронов n_α, отличная от равновесной n_0, нарушается и распределение электронов по энергии, т. е. симметричная часть функций распределения в каждой из долин $f_0^{(\alpha)}(\varepsilon)$ отлична от максвелл-больцмановской и зависит от всех $(n_\alpha - n_0)$. Это нарушение равновесия по энергии не приводит к каким-либо новым ярким физическим эффектам, однако изменяет характер релаксации и соответствующие времена релаксации. Такой вывод был сделан в работах [3–5], где рассмотрен случай сильно неупругого междолинного рассеяния на фононе с энергией $\hbar\omega_0 \gg T_0$, роль этого рассеяния особенно велика, так как, будучи пороговым механизмом, оно резко изменяет вид функций распределения.

При низких температурах даже в образцах с высокой подвижностью и низкой концентрацией свободных электронов важную роль играет рассеяние на примеси. Это характерно и для междолинного рассеяния, несмотря на то что междолинные переходы происходят с большой передачей импульса и поэтому более редки. Значительность вклада междолинного рассеяния на примеси подтверждена экспериментально, например при наблюдении отрицательной дифференциальной проводимости N-типа в греющих электрических полях [6].

Известно, что рассеяние свободных электронов на примеси происходит практически упруго, поэтому обычно считалось, что это рассеяние никоим образом не участвует в релаксации энергии. В данной работе будет показано, что это не так. Будет показано, что при междолинном рассеянии, даже если оно упругое, изменяется вид функций распределения в долинах $f_0^{(\alpha)}(\varepsilon)$, в результате возникают дополнительные потоки электронов вдоль энергетической оси в каждой долине и из одной долины в другую, что соответствует дополнительной релаксации энергии.

1. Основные уравнения

Процессы релаксации характеризуют широкий круг физических явлений, соответственно времена релаксации могут быть определены из различных экспериментальных данных. Здесь мы рассмотрим размерный эффект на длинах релаксации междолинной неравновесности $L_{\text{м}} \sim \sqrt{D\tau_{\text{м}}}$ и неравновесности по энергии $L_\varepsilon \sim \sqrt{D\tau_\varepsilon}$ (D — коэффициент диффузии, $\tau_{\text{м},\varepsilon}$ — времена релаксации) в проводимости тонких в направлении y ($-d \leqslant y \leqslant d$) образцов. Ток течет вдоль тянущего поля $\mathscr{E}_x$.

Постановка задачи, обозначения и метод решения кинетических уравнений изложены в работах [4,5]. Отличие состоит только в том, что в [4,5] рассмотрен случай сильно неупругого междолинного рассеяния, здесь добавлено и исследуется упругое междолинное рассеяние, вероятность которого $w(\varepsilon)$. Представляет это рассеяние оператор

$$\hat{S}_{\text{мп}}^{(\alpha)} = \sum_{\beta \neq \alpha} g^2(\varepsilon)\, w(\varepsilon)\, [f_0^{(\beta)}(\varepsilon) - f_0^{(\alpha)}(\varepsilon)]. \tag{1}$$

Ввиду указанного выше обстоятельства запишем в этом разделе основные уравнения схематично, без подробного обсуждения. Так, кинетические уравнения для функций $\phi^{(\alpha)}(\varepsilon, y)$, определяющих отклонения $f_0^{(\alpha)}(\varepsilon, y)$ от равновесного значения, имеют вид

$$g(\varepsilon)\, D_{yy}^{(\alpha)}(\varepsilon) \frac{\partial^2 \psi^{(\alpha)}}{\partial y^2} - \hat{S}(\psi^{(\alpha)}) - \hat{S}_{\text{м}}^{(\alpha)}(\psi^{(\alpha)}, \psi^{(\beta)}) = 0. \tag{2}$$

Одна из особенностей задачи о размерном эффекте состоит в том, что уравнение (2) содержит тензор коэффициентов диффузии, зависимость компонент которого от энергии $D_{ik}^{(\alpha)}(\varepsilon) \sim \varepsilon^{1+s}$ задается механизмом рассеяния импульса (показатель s), поэтому вид функций $\psi^{(\alpha)}(\varepsilon, y)$ определяется не только операторами $\hat{S}$ и $\hat{S}_{\text{м}}^{(\alpha)}$, описывающими соответственно внутридолинное рассеяние энергии и междолинные переходы, но и механизмом рассеяния импульса.

Решения системы (2) ищем в виде разложения по полной системе ортогональных в интервале энергий $(0, \infty)$ с весом $E^{3/2+s}e^{-E}$ функций $\varphi_n(E)$:

$$\psi^{(\alpha)}(E, y) = e^{-E} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{n\alpha}(y)\, \varphi_n(E). \tag{3}$$

Функции $\varphi_n(E)$ пропорциональны [4] полиномам Лагерра $L_n^{3/2+s}(E)$, $L_0^{(\alpha)}(E) = 1$, E — безразмерная энергия (в единицах, соответствующих температуре решетки T_0). Тогда для $Y_{n\alpha}(y)$ получаем бесконечную систему линейных дифференциальных уравнений

$$L_\alpha^2 \frac{d^2 Y_{n\alpha}}{dy^2} - \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} Y_{m\alpha} - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\beta \neq \alpha} a_{nm}(Y_{m\beta} - Y_{m\alpha}) -$$
$$- \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\beta \neq \alpha} (Y_{m\alpha} B_{nm} - Y_{m\beta} b_{nm}) = 0, \tag{4}$$

при записи которой мы специально выделили упругие междолинные переходы, их представляют матричные элементы оператора $\hat{S}_{\text{мп}}^{(\alpha)}$:

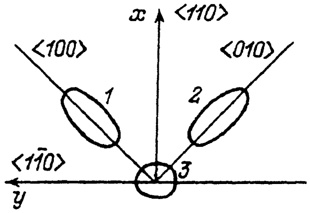

Рис. 1. Ориентация долин в n-Si.

$$a_{nm} = \gamma_{\text{п}} \int_0^\infty EF(E)\, e^{-E} \varphi_n(E)\, \varphi_m(E)\, dE. \tag{5}$$

Здесь $F(E) = w(\varepsilon)/w(T_0)$, параметр $\gamma_{\text{п}} = w(T_0) \times g(T_0) T_0 I^{-1}(T_0)$ пропорционален отношению интенсивностей упругого междолинного и внутридолинного рассеяния, A_{nm} — матричный элемент оператора $\hat{S}$, $L_\alpha^2 = 2D_{yy}^{(\alpha)}\tau_{\varepsilon\phi}$. Другие возможные механизмы междолинного рассеяния описывают матричные элементы B_{nm}, b_{nm} (например, неупругое рассеяние на фононе [4]).

Граничные условия аналогично [4] выбраны одинаковыми на поверхностях $y = \pm d$ и в данном случае имеют вид

$$\frac{dY_{m\alpha}}{dy}(\pm d) = \delta_{m0} \left[\frac{D_{yx}^{(\alpha)}}{D_{yy}^{(\alpha)}} + \frac{D_{yz}^{(\alpha)}}{D_{yy}^{(\alpha)}} \sum_{\beta=1}^{M} \overline{D}_{zy}^{(\beta)} \frac{Y_{0\beta}(\pm d)}{d} \right]. \tag{6}$$

В конечном итоге нас интересует полный ток I_x, протекающий через образец. Он может быть вычислен путем подстановки $f_0^{(\alpha)}(\varepsilon, y)$ в стандартное выражение для тока и интегрирования по энергии и координате y:

$$I_x(d) = -2ed \left[eE_x \overline{D}_{xx} - \sum_{\alpha=1}^{M} \overline{D}_{xy}^{(\alpha)} \frac{Y_{0\alpha}(+d)}{d} \right]. \tag{7}$$

Видно, что зависимость I_x от толщины образца определяется первыми членами разложения (3) в ряд. Это случайное упрощение, конечно же другие $Y_{n\alpha}$ также отличны от нуля и влияют на решения $Y_{0\alpha}$. В более сложных ситуациях, например в присутствии магнитного поля, выражение для $I_x(d)$ содержит все $Y_{n\alpha}$ [5]. Именно здесь проявляется отличие от феноменологической теории, в которой распределение носителей по энергии считается равновесным, т. е. максвелл-больцмановским, следовательно, $\psi^{(\alpha)}(E, y) \sim e^{-E}$, $Y_{n\alpha} = 0$ при $n = 1, 2\ldots$, а в проводимости соответственно имеет место только размерный эффект на междолинной длине.

В развиваемом нами подходе, согласно стандартной процедуре, каждое из $Y_{n\alpha}$ представляется в виде

$$Y_{n\alpha}(y) = \sum_j C_{n\alpha}^j e^{\kappa_j y}, \tag{8}$$

где показатели κ_j (обратные длины размерного эффекта) определяются из характеристического уравнения, а коэффициенты $C_{n\alpha}^j$ — из граничных условий.

2. Обсуждение результатов

Для обсуждения выберем достаточно простую ситуацию. Рассмотрим образец из n-Si с ориентацией долин, изображенной на рис. 1. Эта ориентация аналогична модели с двумя долинами, симметрично ориентированными относительно тока, поэтому $\psi^{(3)} = 0$, $\psi^{(1)} = -\psi^{(2)} = \psi$, а система (4) приобретает вид

$$L_1^2 \frac{d^2 Y_n}{dy^2} - \sum_{m=0}^{\infty} Y_m (A_{nm} + 2a_{nm}) - \sum_{m=0}^{\infty} Y_m (2B_{nm} + b_{nm}) = 0. \tag{9}$$

Будем также считать, что при внутридолинных столкновениях и энергия, и импульс электронов рассеиваются на акустических фононах квазиупруго. Как известно [4], используемый метод позволяет получить решения и при любых

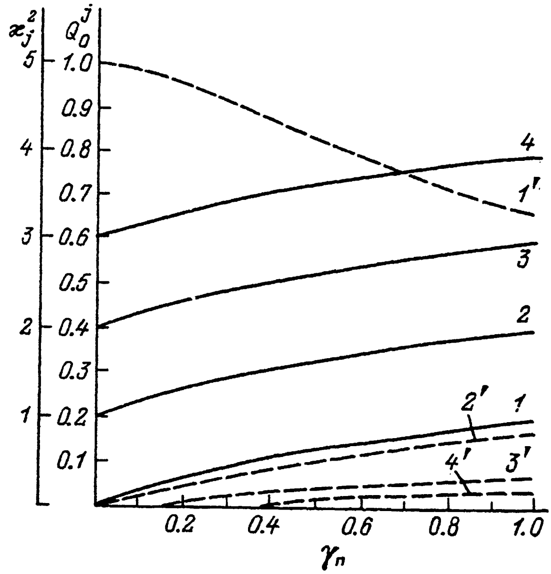

Рис. 2. Зависимость параметров κ_j^2 (*1—4*) и Q_0^j (*1'—4'*) от интенсивности упругого междолинного рассеяния.

других комбинациях механизмов внутридолинного рассеяния (кроме электрон-электронного), наш выбор сделан исключительно с целью предельно упростить задачу, сделать ее решения более наглядными. Действительно, в этом случае функции φ_n (E) совпадают с собственными функциями оператора квазиупругого рассеяния энергии $\hat{S}$, следовательно, отличны от нуля только диагональные матричные элементы этого оператора $A_{nm} = \Lambda_n \delta_{nm}$, которые, как видно из уравнения (9), и задают набор длин остывания $L_{\varepsilon n}$ при внутридолинном рассеянии энергии. Здесь $\Lambda_n = n = 0,1,2\ldots$ — собственные значения оператора $\hat{S}$, $\kappa_j^2 \equiv L_{\varepsilon n}^{-2} = \Lambda_n L_1^{-2}$ для $n = 1,\ 2\ldots$.

Итак, мы выбрали ориентацию долин и задали механизмы внутридолинного рассеяния. Теперь перейдем к цели нашей работы — обсудим роль междолинного упругого рассеяния. Сделаем мы это также для нескольких простых ситуаций.

Удобно первоначально рассмотреть случай, когда вероятность упругого междолинного рассеяния не зависит от энергии,[1] т. е. $F(E) = 1$. Тогда матрица $[a_{nm}]$ также диагональна $a_{nm} = \gamma_{\text{п}} \delta_{nm}$. Если, кроме того, предположить, что другие механизмы междолинного рассеяния отсутствуют, т. е. $B_{mn} = b_{mn} = 0$, система уравнений (9) разделяется по номеру n, решение Y_0 описывает размерный эффект на междолинной длине $\kappa_0^2 = L_{\text{м}}^{-2} = 2\gamma_{\text{п}} L_1^{-2}$, а решения Y_n при $n = 1,\ 2,\ 3\ldots$ — на длинах остывания. Интересно, что в формировании длин остывания участвует не только внутридолинное рассеяние энергии, но и междолинное упругое рассеяние. Действительно, $\kappa_n^2 = L_{\varepsilon n}^{-2} = (\Lambda_n + 2\gamma_{\text{п}}) L_1^{-2}$. Таким образом, мы получили ожидаемый результат — упругое междолинное рассеяние ускоряет релаксацию неравновесности по энергии системы электронов, а в случае $\gamma_{\text{п}} \gg 1$ и определяет темп релаксации. Из вида уравнений (4), (9) следует, что этот результат общий.

Для завершения задачи о размерном эффекте необходимо вычислить (кроме времени или длины релаксации) еще и величину возникающей неравновесности, для этого используются граничные условия (6). Такие вычисления показывают, что рассмотренный выше случай, когда на междолинное рассеяние наложены сильные ограничения B_{mn}, $b_{mn} = 0$ и $F(E) = 1$, является специальным в том

[1] Это условие может измениться при других механизмах внутридолинного рассеяния.

смысле, что здесь электроны остаются равновесными по энергии. Математически это выражается тем, что отлична от нуля только компонента Y_0.

Однако, как только одно или оба из ограничений на междолинное рассеяние, указанных выше, снимаются, все решения Y_n отличны от нуля, а в формировании каждого из них участвуют все корни κ_j^2. Так, если $F(E) = 1$ и упругое междолиннсе рассеяние не способно изменить энергетическую зависимость функций $f_0^{(\alpha)}(\varepsilon)$, эту роль берет на себя (при B_{mn}, $b_{mn} \neq 0$) неупругое междолинное рассеяние, при этом в окончательном формировании вида $f_0^{(\alpha)}(\varepsilon)$ участвуют все механизмы рассеяния.

В качестве численного примера рассмотрим другую ситуацию, когда $F(E) \neq \neq 1$, $B_{mn} = b_{mn} = 0$. Будем считать $F(E) = E^{-1}$, что моделирует рассеяние на примеси, которое более интенсивно для электронов с низкой энергией. Тогда $a_{mn} = a_{mn}$ и для $n \geqslant m$ $a_{mn} = \gamma_{\text{п}}\sqrt{(m+1)/(n+1)}$. На рис. 2 приведены значения корней κ_j^2 и коэффициентов Q_0^j, описывающих размерный эффект в проводимости на соответствующих длинах, если полный ток в образце записать в виде

$$I_x = -2de^2 E_x \left[\overline{D}_{xx} - 2\frac{\overline{D}_{xy}^{(1)2}}{\overline{D}_{yy}} \sum_{j=0}^{\infty} Q_0^j \frac{\operatorname{th}(\kappa_j d)}{(\kappa_j d)}\right]. \tag{10}$$

Видно, что упругое междолинное рассеяние, в данном случае с $F(E) \neq 1$, нарушает равновесное распределение электронов по энергии, в результате возникает размерный эффект на длинах остывания. При увеличении интенсивности междолинного рассеяния вклад размерного эффекта на длинах остывания растет, а сами длины уменьшаются.

Итак, мы рассмотрели наиболее простые примеры. Ясно, что любое усложнение ситуации, например комбинация нескольких механизмов междолинного рассеяния или наличие магнитного поля [5], увеличивает роль упругого междолинного рассеяния, усиливая рассматриваемый эффект.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Конуэл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М., 1970. 384 с.

[2] Аше М., Грибников З. С., Митин В. В., Сарбей О. Г. Горячие электроны в многодолинных полупроводниках. Киев, 1982. 328 с.

[3] Грибников З. С., Прима Н. А. // УФЖ. 1983. Т. 28. В. 2. С. 282—288.

[4] Прима Н. А. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 2. С. 314—321.

[5] Прима Н. А., Моздор Е. В. // ФТП. 1987. Т. 21. В. 1. С. 110—117.

[6] Asche M., Sarbei O. G. // Phys. St. Sol.(b). 1971. V. 46. N 2. P. K121—K122.

Институт полупроводников
АН Украины
Киев

Получена 26.07.1991
Принята к печати 29.10.1991