



механизмов излучения (рассеяние на примесях и фононах в процессах прямого излучения и переизлучения во внешнем поле), что и составляет предмет данной работы. Анализ полученных формул для скорости излучения фотонов частоты  $\omega$  показал, что в одноквантовом приближении соответствующее отношение имеет два максимума, обусловленных процессом излучения  $\hbar\omega$  с поглощением неравновесного фонона частоты  $\Omega_0$  (при  $\omega < \Omega_0$ ) и процессом излучения  $\hbar\omega$  с поглощением кванта внешнего поля  $\hbar\Omega$  и неравновесного фонона (при  $\Omega < \omega < \Omega + \Omega_0$ ). Численные расчеты были проведены для  $n$ -GaAs с температурой решетки  $T = 80$  К при действии  $\text{CO}_2$ -лазера ( $\Omega = 2 \cdot 10^{14}$  с $^{-1}$ ) в случаях  $n_0 = n_{\text{im}}$  и  $n_0 \gg n_{\text{im}}$  ( $n_0$  — концентрация электронов,  $n_{\text{im}}$  — концентрация ионизированных примесей) для времени фонон-фононной релаксации  $\tau \approx 10^{-11}$  с, что соответствует по порядку величины экспериментальным данным [13, 14]. При напряженности внешнего поля  $E_0 \approx 10^5$  В/см,  $n_0 = 10^{18}$  см $^{-3} \gg n_{\text{im}}$  величина первого относительного максимума  $\sim 0.62$ , второго  $\sim 0.9$ . Для  $n_0 = n_{\text{im}} = 10^{17}$  см $^{-3}$  при том же  $E_0$  получается соответственно  $\sim 0.52$  и  $\sim 0.3$ . Таким образом, вклад неравновесных полярных оптических фононов в интенсивность внутризонной люминесценции электронов в определенных условиях может быть вполне сравним с суммарным эффектом остальных процессов излучения. Согласно законам сохранения величины волнового вектора фононов  $q$ , соответствующего данной точке спектра, он определяется частотами  $\Omega$ ,  $\Omega_0$ ,  $\omega$  и эффективной массой электронов  $m$ . Для приведенного выше примера оказывается, что в обоих максимумах проявляются фононы одной области волновых чисел, соответствующих энергии электронов  $\epsilon_q \approx 0.4\hbar\Omega_0$ , что почти на порядок больше волновых чисел фононов, дающих эффект при рамановском рассеянии [1]. При экспериментальном обнаружении такого рода эффектов они могут дать информацию о времени фонон-фононной релаксации для области волновых чисел, в которой оптические фононы интенсивно взаимодействуют с электронами полупроводника.

2. Рассматривается система электронов, взаимодействующая с полем  $E(t) = E_0 \sin \Omega t$ , слабым полем фотонов, хаотически распределенными ионизированными примесями и фононами. Для усредненных по высокочастотным осцилляциям внешнего поля функций распределения электронов  $f(\mathbf{k}, t)$  и фононов  $N_q(t)$  имеем систему кинетических уравнений ( $\epsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m$ ) [21]

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = -\frac{2\pi}{\hbar} \sum_i \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} |g_i(q)|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\Delta) \{ [ (N_q^{(i)} + 1) f(\mathbf{k}, t) \times \\ \times (1 - f(\mathbf{k} - \mathbf{q}, t)) - N_q^{(i)} f(\mathbf{k} - \mathbf{q}, t) (1 - f(\mathbf{k}, t)) ] \times \\ \times \delta(\epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \hbar\Omega_q^{(i)} - n\hbar\Omega) - (\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} + \mathbf{q}) \} , \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_q^{(i)}(t)}{\partial t} = \frac{4\pi}{\hbar} |g_i(q)|^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\Delta) \{ (N_q^{(i)} + 1) \times \\ \times f(\mathbf{k}, t) [1 - f(\mathbf{k} - \mathbf{q}, t)] - N_q^{(i)} f(\mathbf{k} - \mathbf{q}, t) [1 - f(\mathbf{k}, t)] \} \times \\ \times \delta(\epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \hbar\Omega_q^{(i)} - n\hbar\Omega) - \frac{1}{\tau} [N_q^{(i)}(t) - N_T(\Omega_q^{(i)})] , \end{aligned} \quad (2)$$

где  $g_i(q)$  — константа связи для  $i$ -го типа рассеивателя,  $J_n(\Delta)$  — функция Бесселя первого рода,  $\Delta = eE_0q/m\Omega^2$ ,  $N_T(\omega)$  — функция распределения Планка для фоно-

нов (фотонов) частоты  $\omega$  при температуре  $T$ , ( $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} + \mathbf{q}$ ) — слагаемое, отличающееся от предыдущего означенной заменой волновых чисел. Для рассеяния на примесях в (1)  $N_q^{(j)} = \hbar\Omega_q^{(j)} = 0$ . Кинетическое уравнение для функции распределения фотонов  $N(\mathbf{e}, \omega)$  при наличии поля  $\mathbf{E}(t)$  имеет следующий вид [18, 19]:

$$\frac{\partial N(\mathbf{e}, \omega)}{\partial t} = [N(\mathbf{e}, \omega) + 1] F(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) + N(\mathbf{e}, \omega) F(-\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0), \quad (3)$$

$$F(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) = \left(\frac{2\pi e}{m\omega}\right)^2 \frac{2}{\epsilon\omega} \int \frac{d^3 k d^3 q}{(2\pi)^6} (\epsilon q)^2 f(\mathbf{k}, t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\Delta) \sum_i |g_i(q)|^2 \times \\ \times \{(N_q^{(j)} + 1) [1 - f(\mathbf{k} - \mathbf{q}, t)] \delta(\epsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{k}} + \hbar\omega + \hbar\Omega_q^{(j)} - n\hbar\Omega) + \\ + N_q^{(j)} [1 - f(\mathbf{k} + \mathbf{q}, t)] \delta(\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{k}} + \hbar\omega - \hbar\Omega_q^{(j)} - n\hbar\Omega)\}, \quad (4)$$

где вектор поляризации фотона  $\mathbf{e} \perp \mathbf{x}$ ,  $|\mathbf{e}| = 1$ ,  $\mathbf{x}$  — волновой вектор фотона,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость решетки. Будем рассматривать стационарные условия:  $\partial f / \partial t = \partial N_q^{(j)} / \partial t = \partial T / \partial t = 0$ . Как правило, размеры полупроводникового образца  $l \ll l_p$ , где  $l_p$  — длина свободного пробега фотонов, по порядку величины равная  $\sim (c/\sqrt{\epsilon}) |F(-\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0)|^{-1}$ . Кроме того, образец реально находится в термостате с температурой  $T$  (равной температуре решетки), размеры которого больше длины свободного пробега фотона в нем, так что в системе присутствует тепловое распределение фотонов  $N_T(\omega)$ . В этих условиях из (3) получаем выражение для скорости излучения неравновесных фотонов [19]

$$\frac{\partial N(\mathbf{e}, \omega)}{\partial t} = N_T(\omega) \left[ \exp\left(\frac{\hbar\omega}{T}\right) F(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) + F(-\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) \right]. \quad (5)$$

Скорость излучения всех фотонов из данного (единичного) объема полупроводника выражается первым слагаемым в (5), а второе слагаемое соответствует поглощению под влиянием теплового излучения.

При немалых  $n_0$  достаточно хорошей аппроксимацией для  $f(\mathbf{k})$  является приближение слабой анизотропии:

$$f(\mathbf{k}) = f_0(\epsilon_{\mathbf{k}}) + \delta f(\mathbf{k}) = f_0(\epsilon_{\mathbf{k}}) + k_i k_j f_{ij}(\epsilon_{\mathbf{k}})/k^2,$$

где  $f_0$  — распределение Ферми—Дирака с химическим потенциалом  $\mu$  и электронной температурой  $T_e$ , которые определяются сохранением числа частиц совместно с уравнением баланса энергии. При решении системы (1), (2) ограничимся одноквантовыми процессами, т. е. первым порядком разложения по  $\Delta^2 \ll 1$ . При этом условие  $\delta f \sim \Delta^2$  и имеет вид

$$\delta f(\mathbf{k}) = [-1 + 3(E_0 k / E_0 k)^2] G(\epsilon_{\mathbf{k}}).$$

Уравнение для  $G(\epsilon)$  и его решение приведены в *Приложении*. Рассмотрим решение уравнения (2) для оптических фононов в ( $\Omega_q^{(j)} = \Omega_0$ ) и пренебрежем влиянием  $\delta f$  на  $N_q$ . Кроме того, предположим, что  $\Omega > \Omega_0$  и

$$\exp\left(\frac{\hbar\Omega}{T_e}\right) \gg \exp\left(\frac{\hbar\Omega_0}{T_e}\right) \gg 1 . \quad (6)$$

В этих приближениях функция распределения фононов приобретает вид

$$N_q = N_T(\Omega_0) + \delta N_{T_e} + \delta N_d \quad (7)$$

где  $\delta N_{T_e}$  обусловлено разогревом электронного газа:

$$\delta N_{T_e} = \frac{\sigma}{1 + \sigma} [N_{T_e}(\Omega_0) - N_T(\Omega_0)], \quad \sigma(\Omega_0) = A(\Omega_0)/N_{T_e}(\Omega_0)$$

и  $\delta N_d$  — излучением фононов при поглощении кванта внешнего поля:

$$\delta N_d = \frac{\Delta^2}{4} \delta \tilde{N}_d = \frac{\Delta^2}{4} A(\Omega_0 - \Omega) / [1 + \sigma(\Omega_0)],$$

$$A(\Omega_0) = \frac{m^2 \tau T_e}{\pi \hbar^5 q} |g(q)|^2 \varphi(\Omega_0),$$

$$\varphi(\Omega_0) = N_{T_e}(\Omega_0) \ln \{[1 + \Phi(-\Omega_0)]/[1 + \Phi(\Omega_0)]\},$$

$$\Phi(\Omega_0) = \exp \left\{ \left[ \mu - \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{q}{2} + \frac{m\Omega_0}{\hbar q} \right)^2 \right] / T_e \right\}.$$

В невырожденном случае  $\varphi(\Omega_0) = \Phi(\Omega_0)$ .

3. Вычисление величины  $F(\omega, e, E_0)$  проведем для частот  $\omega < 2\Omega$ , и поэтому в (4) учтем слагаемые с  $n = 0, \pm 1, \pm 2$ . Слагаемые с  $n = \pm 2$  пропорциональны  $\Delta^4$  и они существенны в сильных полях при  $\omega \gg \Omega + \Omega_0$  в отличие от добавок порядка  $\Delta^4$  в  $\delta f$  и  $N_q$ , которые при вычислении  $F$  приводят в данном диапазоне к поправкам  $\sim \alpha^2$  по сравнению с единицей ( $\alpha = e^2 E_0^2 / 6m\hbar\Omega^3 \ll 1$ ). В результате получаем следующее выражение для процессов с излучением  $\hbar\omega$  ( $i$  нумерует типы рассеивателей):

$$F(\omega, e, E_0) = \sum_i (F^{(i)} + F_\Omega^{(i)} + F_{2\Omega}^{(i)} + F_a^{(i)}) + \tilde{F},$$

$$\tilde{F}(\omega, e, E_0) = F_{T_e} + F_d + F_{\Omega^e}^T + F_\Omega^d,$$

где  $F^{(i)}$  соответствуют процессам без участия кванта внешнего поля при равновесных фононах,  $F_\Omega^{(i)}$  и  $F_{2\Omega}^{(i)}$  — процессам с поглощением и излучением одного и двух квантов  $\hbar\Omega$ ,  $F_a^{(i)}$  — влиянию  $\delta f$ ,  $\tilde{F}$  описывает влияние неравновесных оптических фононов.  $F_{T_e}$  и  $F_d$  соответствуют слагаемым  $\delta N_{T_e}$  и  $\delta N_d$  из (7) в процессах излучения  $\hbar\omega$  без участия кванта внешнего поля  $\hbar\Omega$ ,  $F_{\Omega^e}^T$  и  $F_\Omega^d$  — тем же слагаемым с поглощением и излучением  $\hbar\Omega$ .  $F_a^{(i)}$  распадается на сумму

$F_{a1}^{(i)} = F_{a1}^{(j)} + F_{a2}^{(j)}$ , в которой  $F_{a2}^{(j)}$  не мало по сравнению с  $F_{a1}^{(j)}$  лишь при сильном вырождении.

Для  $F^{(i)}$  и  $F_{k\alpha}^{(j)}$  получаем ( $k = 1, 2$ )

$$F^{(i)}(\omega, e, E_0) = \frac{m\lambda}{2\pi h} \int_0^\infty dq q^3 |g_i(q)|^2 \times \\ \times \{ [N_T(\Omega_q^{(j)}) + 1] \varphi(\omega + \Omega_q^{(j)}) + N_T(\Omega_q^{(j)}) \varphi(\omega - \Omega_q^{(j)}) \},$$

$$F_{k\alpha}^{(j)}(\omega, e, E_0) = \frac{3\lambda\alpha^k}{20\pi\Omega} C_k \int_0^\infty dq q^5 B_k(q) |g_i(q)|^2 \times \\ \times \sum_{n=k, -k} [(N_q^{(j)} + 1) \varphi(\omega_n + \Omega_q^{(j)}) + N_q^{(j)} \varphi(\omega_n - \Omega_q^{(j)})],$$

где  $\lambda = 2e^2 T_e / 3\pi m \epsilon (\hbar\omega)^3$ ,  $\omega_n = \omega - n\Omega$ ,  $C_k = 1 + 2k (eE_0/E_0)^2$ ,  $B_1 = 1$ ,  $B_2 = 9\hbar q^2 / 56m\Omega$ ,  $|g_i(q)|^2$  имеют стандартный вид. Для полярного оптического (ро) и примесного (им) рассеяний  $|g_{po}(q)|^2 = 2\pi e^2 \hbar \Omega_0 / \tilde{\epsilon} q$ ,  $|g_{im}(q)|^2 = e^4 n_{im} 16\pi^2 r_D^4 / \epsilon_0 \times$   $\times [1 + (qr_D)^2]^2$ , где  $\tilde{\epsilon}^{-1} = \epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}$ ,  $r_D$  — дебаевский радиус, вычисляемый с учетом вырождения. Вводя обозначения  $x = \epsilon_k / T_e$ ,  $\bar{\omega} = \hbar\omega / T_e$ ,  $\bar{\Omega}_0 = \hbar\Omega_0 / T_e$ ,  $\bar{\Omega} = \hbar\Omega / T_e$ ,  $a = 2mT_e r_D^2 / \hbar^2$ ,  $C_3 = -1 + 3 (eE_0/E_0)^2$ , получаем для влияния анизотропии  $\delta f$  на излучение следующие выражения ( $k = 1, 2$ ):

$$F_{ak}^{po}(\omega, e, E_0) = \frac{6e^2 m^2 \Omega_0 \lambda T_e}{5\tilde{\epsilon} \hbar^2} C_3 \int_0^\infty dx \{ [N_T(\Omega_0) + 1] \times \\ \times [\Theta(x - \bar{\omega} - \bar{\Omega}_0) D_k(\Omega_0, x)] \left( (\sqrt{x(x - \bar{\omega} - \bar{\Omega}_0)} \left( \frac{1}{3} + \frac{\bar{\omega} + \bar{\Omega}_0}{2d_k} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^{k-1} \frac{(\bar{\omega} + \bar{\Omega}_0)^2}{4d_k} \ln \left| \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x - \bar{\omega} - \bar{\Omega}_0}}{\sqrt{x} - \sqrt{x - \bar{\omega} - \bar{\Omega}_0}} \right| \right) + \right. \\ \left. + N_T(\Omega_0) [\bar{\Omega}_0 \rightarrow -\bar{\Omega}_0] \} ,$$

$$F_{ak}^{im}(\omega, e, E_0) = \frac{12\pi e^4 m \lambda n_{im}}{5\tilde{\epsilon}_0^2 \hbar} C_3 \int_0^\infty dx \Theta(x - \bar{\omega}) D_k(0, x) \times \\ \times \left[ 2b_k - \frac{8}{3} \frac{a\sqrt{x(x - \bar{\omega})}}{(1 - a\bar{\omega})^2 + 4ax} - \left( \frac{1}{3} + \frac{y_k}{2} \right) \ln \frac{1 + a(\sqrt{x} + \sqrt{x - \bar{\omega}})^2}{1 + a(\sqrt{x} - \sqrt{x - \bar{\omega}})^2} \right],$$

где  $D_1(\Omega_0, x) = G(x) [1 - f_0(x - \bar{\omega} - \bar{\Omega}_0)]$ ,  $D_2(\Omega_0, x) = -G(x - \bar{\omega} - \Omega_0) f_0(x)$ ,  $d_1 = x$ ,  $d_2 = \bar{\omega} + \bar{\Omega}_0 - x$ ,  $b_1 = \sqrt{(x - \bar{\omega})/x}$ ,  $b_2 = \sqrt{x/(x - \bar{\omega})}$ ,  $y_1 = -(\bar{\omega} - a^{-1})/x$ ,  $y_2 = (\bar{\omega} + a^{-1})/(x - \bar{\omega})$ ,  $\Theta(x)$  — ступенчатая функция. Для процессов, описывающих влияние неравновесных оптических фононов на излучение, находим

$$F_{T_e}(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) = \frac{m}{\hbar} \int_0^{\infty} dq \delta N_{T_e} R(q, \omega),$$

$$F_d(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) = \frac{3\alpha}{10\Omega} C_1 \int_0^{\infty} dq q^2 \delta \bar{N}_d R(q, \omega),$$

$$F_{\Omega}^T(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) = \frac{3\alpha}{10\Omega} C_1 \int_0^{\infty} dq q^2 \delta N_{T_e} [R(q, \omega_1) + R(q, \omega_{-1})],$$

$$F_{\Omega}^d(\omega, \mathbf{e}, \mathbf{E}_0) = \frac{27\alpha^2 \hbar}{140m\Omega^2} C_2 \int_0^{\infty} dq q^4 \delta \bar{N}_d [R(q, \omega_1) + R(q, \omega_{-1})],$$

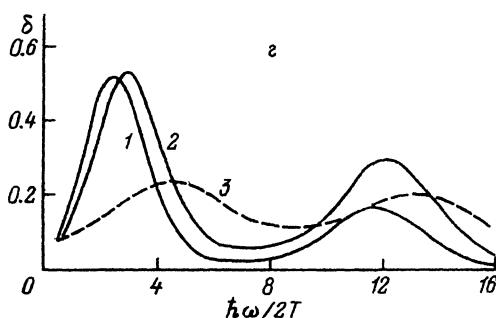
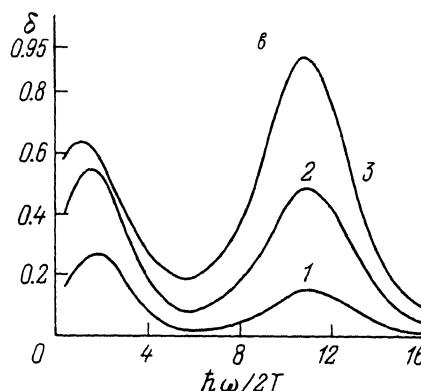
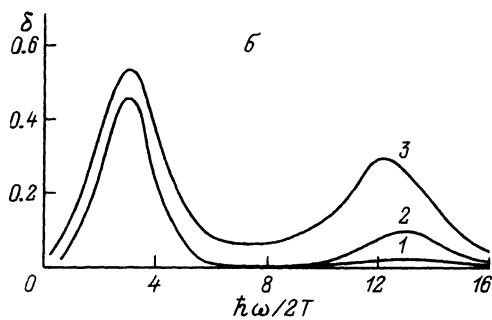
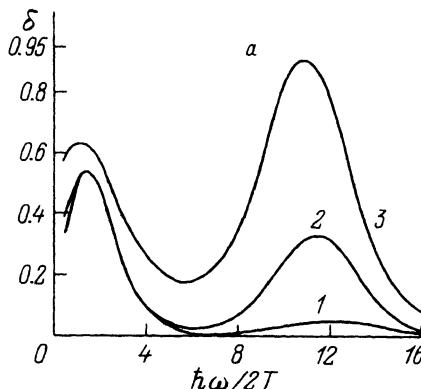
$$R(q, \omega) = \frac{\lambda}{2\pi} q^3 |g_{\text{opt}}(q)|^2 [\varphi(\omega + \Omega_0) + \varphi(\omega - \Omega_0)].$$

В невырожденном случае приведенные выражения соответствуют результатам [18, 19].

4. На рисунке представлены результаты расчета отношения скорости излучения фотонов электронами за счет неравновесных ро-фононов ко всему остальному неравновесному излучению (фону) для *n*-GaAs:

$$\delta(\omega) = \frac{\exp(\hbar\omega/T) F(\omega) + F(-\omega)}{\exp(\hbar\omega/T) [F(\omega) - F(-\omega)] + F(-\omega) - F(-\omega)}.$$

Рисунку, *a*, *b* соответствуют  $n_{\text{im}} = 10^{15}$  см<sup>-3</sup> и  $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{x}$ , рисунку, *б*, *г* —  $n_0 = n_{\text{im}}$  и  $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{x}$ . На рисунке, *a*, *б* представлена зависимость  $\delta(\omega)$  соответственно при  $n_0 = 10^{18}$  и  $10^{17}$  см<sup>-3</sup> для напряженностей  $E_0 = 10^4, 3 \cdot 10^4, 10^5$  В/см (кривые 1—3 соответственно). На рисунке, *в*, *г* изображена та же зависимость при  $E_0 = 10^5$  В/см для концентраций  $n_0 = 10^{16}, 10^{17}, 10^{18}$  см<sup>-3</sup> (кривые 1—3 соответственно). В обоих максимумах  $\delta$  основной вклад дают тепловые неравновесные фононы  $\delta N_{T_e}$ , при вычислении которых малость  $\delta N_{T_e}/N_T$  не предполагалась.  $F_d$  и  $F_{\Omega}^d$  дают заметный вклад соответственно в первом и втором максимумах при  $E_0 \sim 10^5$  В/см. В первом максимуме основную роль в фоне играют  $F^{(1)}$ , а эффект дают  $F_{T_e}$  и  $F_d$ . Во втором фон создают  $F_{\Omega}^{(1)}$  и  $F_{2\Omega}^{(1)}$ , а увеличение  $\delta$  определяют  $F_{\Omega}^T$  и  $F_{\Omega}^d$ . Кривые 1, 2 на рисунке, *a*, *б* практически сливаются в районе первого максимума, так как  $[\exp(\hbar\omega/T) F^{(1)}(\omega) - F^{(1)}(-\omega)] \sim \Delta T/T$  и  $F_{T_e} \sim \Delta T/T$ ,  $\Delta T = T_e - T$ . Кривая 3 лежит выше из-за появления вклада  $F_d$ . В районе второго максимума зависимость  $\delta$  от  $E_0$  проявляется из-за того, что  $F_{\Omega}^{(1)} \sim E_0^2$ ,  $F_{\Omega}^T \sim E_0^2 \Delta T/T$ ,  $F_{\Omega}^d \sim E_0^4$ . Уменьшение  $\delta$  на рисунке, *б*, *г* и сдвиг максимумов относительно рисунка, *a*, *в* объясняются увеличением фона за счет  $F_{\Omega}^{\text{im}}$ ,  $F_{\Omega}^{\text{im}}$ ,  $F_{2\Omega}^{\text{im}}$  и их спектральной зависимостью. Этим же объясняется сдвиг максимумов кривых 2, 3 относительно кривой 1 на рисунке, *г*. На рисунке, *в* кривые 1—3 отличаются друг от друга меньше чем на порядок из-за того, что при выбранном  $\tau = 10^{-11}$  с уже при  $n_0 = 10^{17}$  см<sup>-3</sup>  $\max \sigma > 1$  и увеличение  $F_d$  и  $F_{T_e}$  замедляется с ростом  $n_0$ . Этим же объясняется уменьшение  $\delta$  с ростом  $n_0$  на рисунке, *г* (кривая 3 относительно 1, 2), ибо фон благодаря примесному рассеянию растет быстрее, так как  $F_{\Omega}^{\text{im}}$  и  $F_{2\Omega}^{\text{im}}$  становятся основными в фоне при  $n_0 = 10^{18}$  см<sup>-3</sup>. При  $n_0 = 10^{16}, 10^{17}$  см<sup>-3</sup> фон в области второго максимума (рисунок, *г*, кривые 1, 2)



Скорость измерения фотонов электронами за счет взаимодействия с полярными оптическими фононами по отношению ко всей неравновесной люминесценции при  $E_0$ , параллельном (*a*, *b*) и перпендикулярном (*b*, *c*) волновому вектору излучаемого фотона.

*a*:  $n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ;  $E_0, \text{ В/см}$ : 1 –  $10^4$ , 2 –  $3 \cdot 10^4$ , 3 –  $10^5$ . *b*:  $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $E_0, \text{ В/см}$ : 1 –  $10^4$ , 2 –  $3 \cdot 10^4$ , 3 –  $10^5$ .

*b*, *c*:  $E_0 = 10^5 \text{ В/см}$ ;  $n_0, \text{ см}^{-3}$ : 1 –  $10^{16}$ , 2 –  $10^{17}$ , 3 –  $10^{18}$ .

состоит из суммы  $F_{k\Omega}^{po} + F_{k\Omega}^{im}$  ( $k = 1, 2$ ), и поэтому с увеличением  $n_0$  он растет медленнее, чем  $F_{\Omega}^{po}$  и  $F_{\Omega}^{im}$ . Это и определяет рост второго максимума  $\delta$  на рисунке, *c* при переходе от кривой 1 к кривой 2. Экранирование электрон-фононного взаимодействия здесь не учитывалось, так как величину максимума  $\delta$  оно мало изменит, тем более что в конкретной ситуации его нетрудно включить в численный расчет переопределением  $g_{po}(q)$ . Влияние анизотропии ( $F_a^{im}$  и  $F_a^{po}$ ) составляет не более 10% величины  $\delta$  и при  $\mathbf{x} \perp \mathbf{E}_0$  уменьшает  $\delta$ , а при  $\mathbf{x} \parallel \mathbf{E}_0$  увеличивает. Отметим также, что для максимумов  $\delta$  получаются близкие значения, если не учитывать поглощения и вычислять скорость излучения всех фотонов из данного объема полупроводника, т. е. лишь  $F(\omega, e, E_0)$  в (3).

## Приложение

Запишем уравнение для  $G(\epsilon)$  в схематическом виде

$$\alpha f_0(\epsilon) \sum_i \gamma_i(\epsilon) + \sum_i \psi_i(\epsilon, G) = 0, \quad (\text{П.1})$$

где  $i$  нумерует типы рассеивателей. Для деформационного акустического и примесного рассеяний в силу квазиупругости, а для деформационного оптического

рассеяния из-за независимости константы связи от импульса имеем  $\psi_i(\epsilon, G) = \psi_i(\epsilon) G(\epsilon)$ , и в случае деформационного полупроводника (П.1) легко решается. Для полярного полупроводника получается цепочка уравнений, которую приведем для простоты в невырожденном случае:

$$\left[ \chi(\epsilon) + \psi_{\text{im}}(\epsilon) + \Theta(\epsilon - \hbar\Omega_0) \chi(\epsilon - \hbar\Omega_0) \exp\left(\frac{\hbar\Omega_0}{T}\right) \right] \times \\ \times G(\epsilon) - \Theta(\epsilon - \hbar\Omega_0) b(\epsilon - \hbar\Omega_0) G(\epsilon - \hbar\Omega_0) - \\ - b(\epsilon) \exp\left(\frac{\hbar\Omega_0}{T}\right) G(\epsilon + \hbar\Omega_0) + \alpha f_0(\epsilon) \gamma(\epsilon) = 0, \quad (\text{П.2})$$

где  $\gamma(\epsilon) = \gamma_{\text{po}}(\epsilon) + \gamma_{\text{im}}(\epsilon)$ ,

$$\chi(\epsilon) = C(\Omega_0) N_T(\Omega_0) \ln \frac{\sqrt{y+y_0} + \sqrt{y}}{\sqrt{y+y_0} - \sqrt{y}},$$

$$b(\epsilon) = \chi(\epsilon) \left[ 1 + \frac{3y_0^2}{8y(y+y_0)} \right] - C(\Omega_0) \frac{3}{4} N_T(\Omega_0) \frac{2y+y_0}{\sqrt{y(y+y_0)}},$$

$$\psi_{\text{im}}(\epsilon) = d(\epsilon) \left\{ \frac{1+2a(\epsilon)}{4a(\epsilon)} \ln [1+4a(\epsilon)] - 1 \right\},$$

$$\gamma_{\text{im}}(\epsilon) = d(\epsilon) \Theta(\epsilon - \hbar\Omega) e^{\tilde{\alpha}} \left\{ \sqrt{y(y-1)} - \frac{4}{3} a(\epsilon) \frac{\sqrt{y(y-1)}}{(1-a_0)^2 + 4a(\epsilon)} - \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{a_0} - \frac{2}{3} y \right) \ln \left| \frac{1+a_0(2y-1) - 2a_0\sqrt{y(y-1)}}{1+a_0(2y-1) + 2a_0\sqrt{y(y-1)}} \right| \right\} - (\Omega \rightarrow -\Omega),$$

$$\gamma_{\text{po}}(\epsilon) = C(\Omega_0) \frac{3}{4} \Theta(\epsilon - \hbar\Omega - \hbar\Omega_0) [1 + N_T(\Omega_0) (1 + e^{\tilde{\alpha} + \tilde{\alpha}_0})] \times \\ \times \left[ \sqrt{\frac{y-y_0-1}{y}} \left( \frac{2}{3} y + y_0 + 1 \right) + \frac{(1+y_0)^2}{2y} \ln \left| \frac{\sqrt{y} + \sqrt{y-y_0-1}}{\sqrt{y} - \sqrt{y-y_0-1}} \right| \right] + \\ + (\Omega_0 \rightarrow -\Omega_0) - (\Omega \rightarrow -\Omega) - (\Omega \rightarrow -\Omega, \Omega_0 \rightarrow -\Omega_0),$$

$$y = \epsilon/\hbar\Omega, \quad y_0 = \Omega_0/\Omega, \quad a(\epsilon) = 2m\epsilon r_D^2/\hbar^2, \quad a_0 = a(\hbar\Omega), \\ C = (\Omega_0) = 2\pi e^2 \hbar\Omega_0/\tilde{\epsilon}, \quad d(\epsilon) = 6(2\pi)^2 e^4 n_{\text{im}} r_D^2 / \tilde{\epsilon}_0^2 a(\epsilon).$$

Деформационное акустическое рассеяние легко учесть путем замены  $\psi_{\text{im}} \rightarrow \psi_{\text{im}} + \psi_{\text{da}}$ ,  $\gamma_{\text{im}} \rightarrow \gamma_{\text{im}} + \gamma_{\text{da}}$ . Решение уравнения (П.2) будем искать при  $y_0 \neq k$  ( $k$  — целое число) в приближении (6). Предполагая  $G(\epsilon) \sim f_0(\epsilon)$ , естественно считать, что при  $\epsilon > \hbar\Omega + 2\hbar\Omega_0$  функция  $G(\epsilon)$  экспоненциально убывает и  $|G(\epsilon)| \gg (\epsilon + \hbar\Omega_0)$ , что согласуется с поведением неоднородного члена урав-

нения (П.2) в этой области энергий. Определяя целое число  $n$  неравенствами  $n\hbar\Omega_0 > \hbar(\Omega + \Omega_0)$ ,  $(n - 1)\hbar\Omega_0 < \hbar(\Omega + \Omega_0)$ , получим, согласно предположениям, при  $\varepsilon > (n + 1)\hbar\Omega_0$  соотношение

$$|G(\varepsilon)\xi(\varepsilon - \hbar\Omega_0)| \gg |G(\varepsilon + \hbar\Omega_0)b(\varepsilon)|, \quad (\text{П.3})$$

где  $\xi(\varepsilon - \hbar\Omega_0) = \chi(\varepsilon - \hbar\Omega_0) + \psi_{\text{im}}(\varepsilon) \exp(-\hbar\Omega_0/T)$ . Это неравенство позволяет оборвать цепочку уравнений (П.2) сверху и найти  $G(\varepsilon)$ . Для области  $\varepsilon > (n + 1)\hbar\Omega_0$  получаем ( $k > 1$ )

$$G_{n+k}(\varepsilon) = G_n(\varepsilon - k\hbar\Omega_0) \exp\left(-k\frac{\hbar\Omega_0}{T}\right) \sigma_k(\varepsilon) - \\ - \alpha \sum_{p=0}^{k-1} \exp\left[-(p+1)\frac{\hbar\Omega_0}{T}\right] f_0(\varepsilon - p\hbar\Omega_0) \sigma_{p+1}(\varepsilon) \frac{\gamma(\varepsilon - p\hbar\Omega_0)}{b(\varepsilon - (p+1)\hbar\Omega_0)}. \quad (\text{П.4})$$

Для  $\varepsilon < (n + 1)\hbar\Omega_0$  находим ( $1 < m < n$ )

$$G_m(\varepsilon) = G_0(\varepsilon - m\hbar\Omega_0) e^{-m\frac{\hbar\Omega_0}{T}} \frac{\sigma_m(\varepsilon)}{\beta(\varepsilon - m\hbar\Omega_0)} - \alpha \sum_{k=1}^m \frac{\exp\left(-k\frac{\hbar\Omega_0}{T}\right)}{b(\varepsilon - k\hbar\Omega_0)} \times \\ \times \frac{\delta_{k,1} + (1 - \delta_{k,1})\sigma_{k-1}(\varepsilon)}{1 - \delta_{k,m}[1 - \beta(\varepsilon - m\hbar\Omega_0)]} \sum_{p=0}^{n-m+k-1} W_p(\varepsilon - (k-1)\hbar\Omega_0), \quad (\text{П.5})$$

$$G_0(\varepsilon) \{\beta(\varepsilon)[\chi(\varepsilon) + \psi_{\text{im}}(\varepsilon)] - b(\varepsilon)\sigma_1(\varepsilon + \hbar\Omega_0)\} = \\ = \alpha f_0(\varepsilon) \gamma(\varepsilon) \beta(\varepsilon) - \alpha \sum_{p=0}^{n-1} W_p(\varepsilon + \hbar\Omega_0), \quad (\text{П.6})$$

где

$$\sigma_k(\varepsilon) = \prod_{m=1}^k \frac{b(\varepsilon - m\hbar\Omega_0)}{\xi(\varepsilon - m\hbar\Omega_0)}, \quad \beta(\varepsilon - \hbar\Omega_0) = 1 + \frac{\chi(\varepsilon)\xi(\varepsilon) - b^2(\varepsilon)}{\xi(\varepsilon)\xi(\varepsilon - \hbar\Omega_0)} e^{-\frac{\hbar\Omega_0}{T}},$$

$$W_p(\varepsilon) = f_0(p\hbar\Omega_0 + \varepsilon) \gamma(p\hbar\Omega_0 + \varepsilon) \sigma_{p+1}(p\hbar\Omega_0 + \varepsilon).$$

Решение (П.4)–(П.6) удовлетворяет уравнению (П.2) и условиям спшивания на границах  $\varepsilon = k\hbar\Omega_0$  с точностью до членов порядка  $\exp(-\hbar\Omega_0)$  по сравнению с единицей, а также неравенству (П.3).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ulbrich R. G. // J. de Physique. 1981. V. 42. Suppl., colloq. C. 7. P. 423–429.
- [2] Васыко Ф. Т. // ФТТ. 1977. Т. 19. В. 11. С. 3279–3283.
- [3] Басс Ф. Г., Бочков В. С., Гуревич Ю. Г. Электроны и фононы в ограниченных полупроводниках. М., 1984. 287 с.
- [4] Казаковцев Д. В., Левинсон И. Б. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. В. 6. С. 2228–2243.
- [5] Kazakovtsev D. V., Levinson I. B. // Phys. St. Sol. (b). 1986. V. 136. N 2. P. 425–434.
- [6] Lugli P. // Sol. St. Electron. 1988. V. 31. N 3-4. P. 667–672.

- [7] Казаковцев Д. В., Максимов А. А., Пронин Д. А., Тартаковский И. И. // Письма ЖЭТФ. 1989. Т. 49. В. 1. С. 52—55; ЖЭТФ. 1990. Т. 98. В. 4. С. 1465—1475.
- [8] Кумеков С. Е., Перель В. И. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. В. 1. С. 346—356.
- [9] Bordone P., Jacoboni C., Lugli P., Reggiani L., Kocevar P. // J. Appl. Phys. 1987. V. 61. N 4. Р. 1460—1468.
- [10] Kocevar P. // Physica. 1985. V. 134B. P. 155—163.
- [11] Bordone P., Jacoboni C., Lugli P., Reggiani L. // Physica. 1985. V. 134B. P. 169—173.
- [12] Амиров Р. Х., Гавриленко В. И. // Тез. докл. VII Всес. симп. Ч. 2. Паланга, 1989. С. 186—188.
- [13] Shah J., Leite R. C. C., Scott J. F. // Sol. St. Commun. 1970. V. 8. N 14. Р. 1089—1093.
- [14] Von der Linde D., Kuhl J., Klingenberg H. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 44. N 23. P. 1505—1508.
- [15] Сущинский М. М. Спектры комбинационного рассеяния молекул и кристаллов. М., 1969. 576 с.
- [16] Воробьев Л. Е. // ФТП. 1974. Т. 8. В. 7. С. 1291—1298.
- [17] Васько Ф. Т. // ФТП. 1978. Т. 12. В. 10. С. 2057—2060.
- [18] Амиров Р. Х., Зудеев О. Г., Иванченко В. А. // ФТП. 1984. Т. 18. В. 10. С. 1836—1840.
- [19] Амиров Р. Х., Зудеев О. Г. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 10. С. 1921—1925.
- [20] Амиров Р. Х., Зудеев О. Г. // Тез. докл. VII Всес. симп. Ч. 2. Паланга, 1989. С. 294—296.
- [21] Эпштейн Э. М. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1975. Т. 18. В. 6. С. 785—811.

Научно-исследовательский институт механики  
и физики при СГУ им. Н. Г. Чернышевского  
Саратов

Получена 4.06.1991  
Принята к печати 22.10.1991