

КРАЕВАЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В КВАНТОВОМ ЭФФЕКТЕ ХОЛЛА

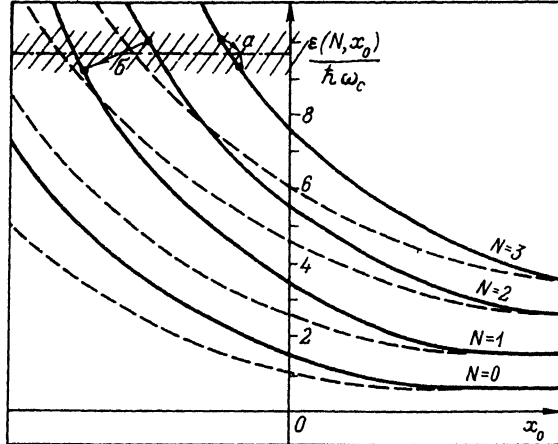
Шик А. Я.

Теоретически показано, что в условиях квантового эффекта Холла релаксация энергии неравновесных носителей путем испускания акустических фононов может происходить лишь вблизи боковых границ образца, т. е. в области существования магнитных поверхностных уровней. При этом угловое распределение испускаемых фононов резко анизотропно и происходит в основном в направлении, близком к нормали к границе. Вычислена скорость энергетических потерь неравновесных электронов. Результаты расчетов объясняют экспериментальный факт отсутствия влияния квантующего магнитного поля на эффективную скорость потерь.

Процессы энергетической релаксации в двумерном электронном газе (2МЭГ) исследовались в последние годы достаточно интенсивно (см., например, [1]). Цель настоящей работы — рассмотрение этих процессов при наличии квантующего магнитного поля, нормального к плоскости 2МЭГ, т. е. в условиях квантового эффекта Холла. Считается, что в этих условиях энергетическая релаксация осуществляется в основном в контактах, обладающих конечным квантованным сопротивлением [2], в то время как в объеме образца процессы сильно подавлены. Причина в том, что релаксация осуществляется при электронных переходах между уровнями Ландау путем испускания акустических фононов [3]. Вероятность таких переходов пропорциональна $\exp(-\hbar\omega_c/kT_e)$ (где ω_c — циклотронная частота, а T_e — эффективная температура 2МЭГ) и при слабом разогреве очень мала. Мы покажем, что последнее утверждение не имеет места вблизи границ образца, которые поэтому могут являться областями эффективной диссипации энергии.

Рассмотрим 2МЭГ, занимающий правую половину ($x > 0$) плоскости xy и помещенный в магнитном поле $\mathbf{H} \parallel z$. Квантовые состояния системы характеризуются номером уровня Ландау N и x -координатой центра орбиты $x_0 = p_y c / eH$, где p_y — компонента импульса, параллельная границе. В объеме образца энергии уровней $\epsilon(N, x_0)$ не зависят от x_0 . Но вблизи границы образца, когда x_0 близко к нулю, $\epsilon(N, x_0)$ возрастает, как это схематически показано на рисунке. В результате становятся возможны дополнительные электрон-фононные процессы, также показанные на рисунке. Они связаны с испусканием фононов, имеющих энергию, значительно меньшую $\hbar\omega_c$, и потому при низких температурах значительно более вероятны, чем ранее упомянутые межуровневые переходы в объеме. Это есть дополнительный механизм релаксации энергии, который мы будем называть краевой энергетической релаксацией (КЭР). Целью данной работы является установление основных закономерностей КЭР.

Мы будем характеризовать КЭР функцией $W(\mathbf{q})$, представляющей собой вероятность испускания фонона с волновым вектором \mathbf{q} . Взаимодействие электронов с акустическими фононами будет описываться обычным потенциалом $V = (Cq'/\Omega)^{1/2} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$ (Ω — нормировочный объем, $\gamma = 1$ для деформационного



Зависимость энергии уровней Ландау от положения центра осциллятора для резкой (сплошные линии) и плавной (пунктирные) границ образца.

Штрихпунктирная линия — уровень Ферми, заштрихована область теплового размытия функции распределения $-kT_e$. Показаны внутривровневые (а) и межуровневые (б) переходы электронов.

взаимодействия, $\gamma = -1$ для пьезоэлектрического взаимодействия, а константа C для обоих типов взаимодействия дается выражениями, приведенными, например, в [4]. В этих обозначениях

$$W(\mathbf{q}) = \frac{2\pi C q^2}{\hbar \Omega} \sum_{N, N'} \sum_{x_0} |\langle N, x_0 | \exp(iqy) | N', x_0 - \lambda^2 q_y \rangle|^2 \delta[\varepsilon(N, x_0) - \varepsilon(N', x_0 - \lambda^2 q_y) - \hbar s q] f_e[\varepsilon(N, x_0)] \{1 - f_e[\varepsilon(N, x_0) - \hbar s q]\}. \quad (1)$$

Здесь f_e — функция Ферми с эффективной температурой T_e , s — скорость звука, $\lambda = \sqrt{ch/eH}$ — магнитная длина.

Будем считать границу образца резкой, бесконечно высокой потенциальной стенкой. При этом энергии $\varepsilon(N, x_0)$ и волновые функции $|N, x_0\rangle$ системы определяются из уравнения Шредингера с параболическим потенциалом и нулевым граничным условием при $x = 0$, что дает: $|N, x_0\rangle = D_\xi(\sqrt{2}(x-x_0)/\lambda)$, где D — функция параболического цилиндра, $\xi = \varepsilon/\hbar\omega_c - 1/2$. Энергетический спектр определяется из условия $D_\xi(-\sqrt{2}x_0/\lambda) = 0$.

Для получения аналитических результатов будем полагать, что энергия Ферми $E_F \gg \hbar\omega_c$, что позволяет применять для энергетического спектра $\varepsilon(N, x_0)$ квазиклассическое приближение. В старой работе [5] этот спектр исследовался при построении теории магнитных поверхностных уровней. Авторы показали, что в пределе $|x_0| \gg \lambda$

$$\varepsilon(N, x_0) \approx \frac{\hbar\omega_c x_0^2}{2\lambda^2} + \left[\frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \frac{|x_0|}{\lambda} (N + 3/4) \right]^{2/3} \hbar\omega_c. \quad (2)$$

Из (2) видно, что для большинства электронов на поверхности Ферми (исключая электроны самых высоких уровней) $x_0/\lambda \sim (E_F/\hbar\omega_c)^{1/2} \gg 1$, т. е. выражение (2) действительно применимо.

Зная волновые функции $|N, x_0\rangle$, можно оценить входящие в (1) матричные элементы. Предел $|x_0| \gg \lambda$ соответствует приближению треугольной потенциальной ямы: $V(x) \equiv \hbar\omega_c x_0^2/2\lambda^2 + \hbar\omega_c |x_0| x/\lambda^2$. Соответствующие волновые функции

характеризуются длиной локализации $\sim \lambda$. Следовательно, можно ожидать, что зависимость $\langle N, x_0 | \exp(iq_x x) | N', x_0 - \lambda^2 q_y \rangle$ от q_x и q_y определяется характерными значениями волновых векторов λ^{-1} . Диагональные по N элементы быстро уменьшаются при больших q_x и q_y , а недиагональные стремятся к нулю как при $q_x, q_y \rightarrow 0$, так и при $q_x, q_y \rightarrow \infty$, имея максимум при упомянутых выше характерных q . Для частного случая $q_y = 0$ свойства таких матричных элементов были детально изучены в [6] в связи с задачей о поглощении звука магнитными поверхностными состояниями.

Оценим теперь характерные волновые векторы фононов, испускаемых при КЭР. Как отмечалось, существуют ограничения на q_x и q_y , определяемые матричными элементами. Кроме того, q ограничено шириной теплового размытия фермиевского распределения:

$$|q_x|, |q_y|, |q_z| \ll kT_e / \hbar s. \quad (3)$$

Наконец, закон сохранения энергии [δ -функция в (1)] вносит дополнительные ограничения на q_y . Что же из перечисленного в действительности определяет волновые векторы фононов?

Мы будем полагать, что характерная толщина слоя $2MЭГ$ $a \ll \hbar s / kT_e$, что, как правило, имеет место в реальных структурах. При этом для q_z ограничение (3) является наиболее сильным, так что $|q_z| \ll kT_e / \hbar s$. Значения двух других компонент q зависят от безразмерного параметра $\Theta \equiv kT_e \lambda / \hbar s$. Численное значение этого важного параметра для n -GaAs можно оценить по формуле $\Theta = 0.66 T_e [K] / \sqrt{H [T]}$. Видно, что оно может быть как больше, так и меньше единицы. Мы рассмотрим обе возможные ситуации.

$$\Theta \ll 1$$

В этом случае условие (3) ограничивает q_x и q_y значениями, существенно меньшими λ^{-1} . Поэтому в формуле (1) мы можем опускать недиагональные по N члены (т. е. пренебрегать межуровневыми переходами), а диагональные матричные элементы считать равными единице. Кроме того, в силу условия $\lambda^2 |q_y| \ll x_0$ энергетический спектр $\varepsilon(N, x_0 - \lambda^2 q_y)$ можно разложить по q_y , что приводит (1) к виду

$$W(q) = \frac{2\pi C q^2}{\hbar \Omega} \sum_N \sum_{x_0} \delta \left(\frac{d\varepsilon}{dx_0}(N, x_0) \lambda^2 q_y - \hbar s q \right) f_e[\varepsilon(N, x_0)] \{1 - f_e[\varepsilon(N, x_0) - \hbar s q]\}. \quad (4)$$

Как уже отмечалось, для большинства электронов на ферми-поверхности $|x_0| \gg \lambda$ и доминирующим в (2) является первый член. В результате в первом приближении $\varepsilon(N, x_0) \approx \text{const}(N)$, так что суммирование по N в (1) сводится к умножению на полное число заполненных уровней $E_F \gg \hbar \omega_c$. Окончательно

$$W(q) = \frac{C m E_F q^2 L_y}{\hbar^4 \omega_c \Omega |q_y|} - \left[\exp \left(\frac{m s^2 q^2}{2 k T_e q_y^2} - \frac{E_F}{k T_e} \right) + 1 \right]^{-1} \times \\ \times \left[\exp \left(- \frac{m s^2 q^2}{2 k T_e q_y^2} + \frac{\hbar s q}{k T_e} + \frac{E_F}{k T_e} \right) + 1 \right]^{-1}. \quad (5)$$

Видно, что угловое распределение испускаемых фононов анизотропно: $q_x, q_z \sim kT_e / \hbar s$, в то время как $q_y \sim kT_e / \hbar v_F \ll q_x, q_z$ (v_F — фермиевская скорость). Иными словами, фононы испускаются в основном в плоскости xz перпендикулярно к линии границы образца. Это легко объясняется в рамках классических пред-

ставлений. Электроны магнитных поверхностных уровней двигаются почти параллельно границе образца со скоростью порядка v_F [5]. Поскольку $s \ll v_F$, фононы должны испускаться почти по нормали к направлению движения (точнее под углом $\sim s/v_F$ к нормали).

Помимо $W(\mathbf{q})$, другой важной характеристикой, определяющей эффекты электронного разогрева, является скорость энергетических потерь на единицу длины границы:¹

$$P = L_y^{-1} \sum_{\mathbf{q}} \hbar s \mathbf{q} W(\mathbf{q}) \frac{1 - \exp[\hbar s \mathbf{q} (1/kT_c - 1/kT)]}{1 - \exp(-\hbar s \mathbf{q} / kT)}, \quad (6)$$

где T — температура решетки. Из (5) и (6) получаем

$$P = \frac{Cmk^{\gamma+4}}{2\pi^2 \hbar^{\gamma+6} \omega_c s^{\gamma+2}} \Gamma(\gamma+4) \zeta(\gamma+4) [T_c^{\gamma+4} - T^{\gamma+4}]. \quad (7)$$

Получившийся результат очень напоминает выражение для скорости потерь в квазиодномерной нити [7]. Это неудивительно благодаря глубокой аналогии между краевыми токами в режиме квантового эффекта Холла и одномерными каналами [8].

Заметим также, что в рассматриваемом случае скорость потерь в расчете на один активный электрон (т. е. имеющий $x_0 < 0$ и принадлежащий приповерхностному каналу) с точностью до числа совпадает с соответствующими выражениями для трехмерного [4] и двумерного [9] случаев в отсутствие магнитного поля (на совпадение двух последних уже указывалось в [9]). Это объясняет, на первый взгляд, удивительный экспериментальный факт [10] независимости скорости энергетических потерь в 2МЭГ от наличия или отсутствия квантующего магнитного поля.

$\Theta \gg 1$

Для этого случая характерные значения q_z определяются, как и раньше, условием (3). Что касается q_x , то ограничения, накладываемые матричным элементом, оказываются более жесткими, чем (3), и $|q_x| \sim \lambda^{-1}$. Значения q_y определяются законом сохранения энергии в (1). В отличие от случая $\Theta \ll 1$ здесь возможны как внутри-, так и межуровневые переходы (переходы a и b на рисунке). Поэтому $W(\mathbf{q})$ и P будут содержать по два члена, которые мы будем снабжать индексами 1 и 2. Для внутриуровневого члена W_1 оценка q_y такая же, как и раньше: $q_y \sim kT_c / \hbar v_F$. Для W_2 , описывающего межуровневые процессы, как будет показано далее, $|q_y| \sim \lambda^{-1}$. Таким образом, для всех типов переходов $|q_x|, |q_y| \ll |q_z|$, т. е. фононы испускаются преимущественно по нормали к плоскости 2МЭГ.

Рассмотрим вначале внутриуровневый член W_1 . В нем $q_y \lambda \sim kT_c / (E_F \hbar \omega_c)^{1/2} \ll 1$, что позволяет считать матричный элемент в (1) диагональным не только по N , но и по x_0 . Это приведет для W_1 к формуле типа (5), но с дополнительным множителем $|\langle N, x_0 | \exp(iq_x x) | N, x_0 \rangle|^2$, ограничивающим максимальные $|q_x|$ значениями порядка λ^{-1} . Это изменит окончательный результат для скорости потерь:

$$P_1 = A_1 \frac{Cmk^{\gamma+3}}{\hbar^{\gamma+5} \lambda \omega_c s^{\gamma+1}} [T_c^{\gamma+3} - T^{\gamma+3}], \quad (8)$$

¹ В большинстве работ по энергетической релаксации используется несколько иная величина — скорость потерь на один электрон Q . В нашем случае это не столь удобно, поскольку W пропорционально длине границы L_y , в то время как число электронов пропорционально площади образца. В результате Q содержит ширину образца L_x .

где A_1 — численный множитель, который определяется точным видом матричных элементов и при необходимости может быть сосчитан.

Обратимся теперь к межуровневым процессам. Энергия, выделяемая в каждом таком процессе, может быть исходя из (2) приближенно записана в виде

$$\varepsilon(N, x_0) - \varepsilon(N', x_0 - \lambda^2 q_y) \approx \hbar \omega_c x_0 q_y + \left[\frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \frac{|x_0|}{\lambda} \right]^{2/3} [N^{2/3} - (N')^{2/3}] \hbar \omega_c \quad (9)$$

Поскольку в условиях квантового эффекта Холла $\hbar \omega_c \gg kT_e$, второй член в (9) существенно превосходит энергию фонона $\hbar s q \sim kT_e$, что позволяет опускать последнюю в законе сохранения энергии. При этом значения q_y определяются путем приравнивания нулю (9).

Проведя с учетом (9) интегрирование по x_0 в формуле (1), получаем

$$W_2(q) = \frac{3Cm q^2 L_y}{\hbar^3 \Omega |q_y|} \sum_{N, N'} |\langle N, \tilde{x}_0 | \exp(iqr) | N', \tilde{x}_0 - \lambda^2 q_y \rangle|^2 \times \\ \times \left[\exp\left(\frac{\hbar \omega_c \tilde{x}_0^2}{2kT_e \lambda^2} - \frac{E_F}{kT_e}\right) + 1 \right]^{-1} \left[\exp\left(-\frac{\hbar \omega_c \tilde{x}_0^2}{2kT_e \lambda^2} + \frac{\hbar s q}{kT_e} + \frac{E_F}{kT_e}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (10)$$

где $\tilde{x}_0 = -\frac{9\pi^2}{8\lambda^2 q_y^3} [N^{2/3} - (N')^{2/3}]^3$ — корень энергетического уравнения (9). Как уже отмечалось выше, эта функция распределения экспоненциально спадает при $|q_x|, |q_y| \gg \lambda^{-1}$; $|q_z| \gg kT_e / \hbar s$.

Перейдем к расчету скорости энергетических потерь P_2 . Если бы матричные элементы в (10) равнялись единице, то интегрирование по q_y в (6) выполнялось бы без труда, причем каждый член (10) давал бы один и тот же вклад

$$\sim \frac{Cm q_z^{+1} s L_y}{\hbar^2 \Omega E_F} \left(\exp\left(\frac{\hbar s |q_z|}{kT_e}\right) - 1 \right)^{-1} = \text{const}(N, N').$$

На самом деле, как можно показать на основании результатов [6], указанные матричные элементы имеют максимальное значение порядка единицы, лишь если N и N' различаются на одну или несколько единиц, а в других случаях они значительно меньше. Поэтому реальное число членов в двойной сумме, дающих заметный вклад в P_2 , имеет порядок N . В результате для P_2 получается выражение, по порядку величины совпадающее с (8). Таким образом, эту формулу можно рассматривать как оценку для полной скорости КЭР при $\Theta \gg 1$.

Выражение (8) содержит T_e в степени, на единицу меньшей, чем (7). Это связано с тем, что максимальные q_x , определяющие фазовый объем в q -пространстве, пропорциональны T_e при $\Theta \ll 1$ и не зависят от T_e при $\Theta \gg 1$.

Из полученных выражений (7), (8) видно, что скорость энергетических потерь с ростом магнитного поля убывает, однако достаточно медленно: $\sim H^{-1/2}$ при не слишком сильных полях (пока $\Theta \gg 1$) и $\sim H^{-1}$ при дальнейшем увеличении поля.

До сих пор мы рассматривали границу образца как резкую бесконечно высокую стенку. Плавный характер границы ослабит релаксационные процессы. Это можно объяснить следующим образом. Для плавной границы зависимость энергии уровней от x_0 уже не дается формулой (2), а является более медленной (пунктирные линии на рисунке). При этом фонон с заданной энергией испускается при большем изменении x_0 , т. е. обладает большим q_y , чем для случая резкой границы. Для межуровневых переходов это экспоненциально уменьшает соот-

ветствующий матричный элемент. Для внутриуровневых процессов уменьшается угол между границей образца и импульсом фонона. Если градиент потенциала на границе ∇V станет меньше, чем seH/c , то испускание фононов будет невозможным, поскольку скорость холловского дрейфа $c\nabla V/eH$ станет меньше скорости звука.

Автор признателен Л. Чаллису и А. Кенту (Ноттингемский университет), чьи экспериментальные результаты стимулировали появление данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ridley B. K. // Rep. Progr. Phys. 1991. V. 54. N 2. P. 169—256.
- [2] Усов Н. А., Улинич Ф. Р. // Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. В. 7. С. 306—308.
- [3] Toombs G. A., Sheard F. W., Neilson D., Challis L. J. // Sol. St. Commun. 1987. V. 64. N 4. P. 577—581.
- [4] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М., 1984. 351 с.
- [5] Канер Э. А., Макаров Н. М., Фукс И. М. // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. В. 3. С. 931—941.
- [6] Fischbeck H. J., Mertsching J. // Phys. St. Sol. 1969. V. 31. N 1. P. 107—114.
- [7] Snik A. Ya., Challis L. J. // Phys. Rev. Lett. 1992.
- [8] Buttiker M. // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. N 14. P. 9375—9389.
- [9] Карпус В. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 1. С. 12—19.
- [10] Крещук А. М. и др. // ФТП. 1988. Т. 22. В. 12. С. 2162—2164.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Получена 5.12.1991

Принята к печати 5.12.1991