СТАТИЧЕСКОЕ ЭКРАНИРОВАНИЕ В ИНВЕРСИОННОМ СЛОЕ

Г. И. Зебрев

(Получена 4.02.1991. Принята к печати 21.02.1992)

Посредством сведения уравнения Пуассона к интегральному виду решается задача об экранировании внешнего заряда в инверсионных слоях МОП структур. При этом последовательно учитывается экранирование как зарядами на затворе и в обедненной области, так и за счет поляризации носителей в инверсионном слое. Рассмотрено влияние масштаба неоднородностей внешнего заряда на характер экранирования. Получена формула для эффективной подвижности в слабо неоднородном канале.

Проблема экранирования в инверсионном слое МДП структуры имеет ряд специфических черт, не свойственных обычно рассматриваемому трехмерному случаю. Это связано главным образом со следующими обстоятельствами.

1) Даже в отсутствие внешних зарядов система не является локально электронейтральной.

2) Внешний заряд для наиболее практически значимого случая находится непосредственно вблизи границы раздела сред с разной диэлектрической проницаемостью.

3) Плоская структура расположения носителей (для определенности электронов) в инверсионном случае и его малая толщина обусловливают несколько иной по сравнению с центральносимметричным случаем характер экранирования внешнего заряда свободными электронами.

4) Параметры экранирования можно менять в широком диапазоне за счет изменения управляющего напряжения на затворе. Все это приводит к существенной модификации постановки задачи об экранировании в инверсионном слое. Действительно, привнесенный положительный заряд может экранироваться в зависимости от его распределения и значения управляющих параметров как зарядами на затворе и в обедненной области полупроводника, так и носителями в инверсионном слое. Эти два механизма экранирования рассматриваются, как правило, по отдельности друг от друга [1–3], несмотря на то что они не являются альтернативными. С учетом практической важности задачи в данной работе сделана попытка более последовательного рассмотрения проблемы экранирования в инверсионном слое и его применения в некоторых практически интересных случаях.

Рассмотрим сначала экранирование точечного положительного заряда, расположенного вблизи границы раздела в точке $(\mathbf{r}', x')$, $\rho_{\text{ext}} = +e\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,\delta(x-x')$. Уравнение Пуассона для эффективного потенциала $\Phi(\mathbf{r}, x)$, наведенного этим зарядом, имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\,\varepsilon(x)\,\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon(x)\,\nabla_{\mathbf{r}}^2\right)\Phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}', x, x') = -4\pi\,(\rho_{\text{ext}} + \rho_{\text{ind}}), \tag{1}$$

где $\varepsilon(x)$ — постоянная диэлектрическая проницаемость, обусловленная поляризацией основных атомов и принимающая значения $\varepsilon(x<0) = \varepsilon_i$ и $\varepsilon(x>$

$> 0) = \varepsilon_S$ в диэлектрике и полупроводнике соответственно. Проведя фурье-преобразование по продольной координате, перейдем к интегральному соотношению, эквивалентному уравнению (1):

$$e\Phi_q(x, x') = e\varphi_q(x, x') + \int\limits_0^\infty dx_1 \varphi_q(x, x_1)\, \rho_q^{\text{ind}}(x_1), \tag{2}$$

где гриновская функция $\varphi_q(x, x')$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\varepsilon(x)\frac{\partial}{\partial x} - \varepsilon(x)\, q^2\right)\varphi_q(x, x') = 4\pi e\delta(x - x') \tag{3}$$

и является по своему физическому смыслу фурье-компонентой потенциала в точке x, создаваемого единичным зарядом с поперечной координатой x' без учета поляризации электронного газа инверсионного слоя. Эквивалентность уравнений (1) и (2) легко проверить непосредственно подстановкой соотношения (2) в (1) с учетом (3). В физическом отношении уравнение (2) выражает тот факт, что полный потенциал внешнего заряда складывается из его потенциала без учета электронов в инверсионном слое и потенциала, созданного из избытка поляризованных электронов. Краевая задача (3) требует дополнения граничными условиями. Считая, что внешний заряд в силу своей малости не вносит значительных нарушений в глобальную электронейтральность, можно в приближении обедненного слоя положить их нулевыми:

$$\varphi_q(x = -d, x') = \varphi_q(x = W, x') = 0,$$

где d и $W = (\varepsilon_S\varphi_S/2\pi e N_A)^{1/2}$ — толщины подзатворного диэлектрика и обедненного слоя соответственно. Тогда решение уравнения (3), например, для случая $x' \geqslant 0$ имеет вид

$$\varphi_q(x, x') = \frac{4\pi e}{q} F_q(x, x'), \tag{4}$$

$$F_q(x, x') = \frac{1}{\Delta_q}\begin{cases} \operatorname{sh} qd \operatorname{sh} q(W - x'), & x' \geqslant x = 0, \quad (5а)\\ \operatorname{sh} qd \operatorname{sh} q(W - x), & x \geqslant x' = 0, \quad (5б)\end{cases}$$

$$\Delta_q = \varepsilon_i \operatorname{sh} qW \operatorname{ch} qd + \varepsilon_S \operatorname{ch} qW \operatorname{sh} qd.$$

Решение уравнения (2) с учетом (5) в линейном приближении приводит в общем случае к весьма громоздким выражениям и не является вполне оправданным, когда ситуация такова, что толщина инверсионного слоя меньше других характерных размеров задачи. В таком случае это обстоятельство можно использовать, полагая в приближении линейного квазиклассического экранирования [1, 2]

$$\rho_q^{\text{ind}}(x_1) = -e^2 (dn_S / d\xi)\, \Phi_q(x_1, x')\, \delta(x_1), \tag{6}$$

где $(-e)\, n_s = \int\limits_0^\infty \rho_{\text{inv}}(x)\, dx$ — поверхностная концентрация электронов в инверсионном слое. С использованием приближения (6) уравнение (2) легко разрешается для наиболее интересного случая:

$$\Phi(q)=\frac{\varphi(q)}{1+\dfrac{dn_S}{d\xi}\varphi(q)}=\frac{\dfrac{4\pi e}{q}F(q)}{1+\dfrac{4\pi e}{q}\dfrac{dn_S}{d\xi}F(q)}. \tag{7}$$

В приближении нулевой толщины инверсионного слоя потенциал на границе раздела Φ_q $(x=0,\ x')$ совпадает с потенциалом, усредненным по поперечному распределению заряда. Выражение для $dn_S/d\xi$ в приближении Томаса—Ферми имеет вид

$$\frac{dn_S}{d\xi}=\frac{g_v m}{\pi\hbar^2} \tag{8а}$$

(g_v — кратность долинного вырождения, m — эффективная масса электрона) в случае вырожденного квантового предела [1], и

$$\frac{dn_S}{d\xi}=\frac{en_S}{2kT}\left(1+\frac{N_A W}{n_S+N_A W}\right) \tag{8б}$$

для больцмановского многоподзонного заполнения, когда толщина инверсионного слоя много больше длины волны электрона [4].

Исследуем разные предельные случаи соотношения (7). При малых значениях волнового вектора, а точнее при qW, $qd \ll 1$, мы имеем

$$\Phi(q\longrightarrow 0)=\frac{e}{\varepsilon_i/4\pi d+\varepsilon_S/4\pi W+e\,dn_S/d\xi}, \tag{9}$$

где в знаменателе стоит сумма удельных емкостей окисла обедненного и инверсионного слоев соответственно. Таким образом, неоднородности заряда в окисле с продольными размерами больше, чем W и d, экранируются плоским, «конденсаторным» образом. Действительно, выражение, подобное (9), только для заряда, «размазанного» на масштабах, больших W, легко получить, используя уравнения плоской локальной электронейтральности. В противоположном случае на расстояниях, меньших толщины диэлектрика $qd > 1$, экранирование осуществляется только электронами инверсионного слоя и локальная плоская электронейтральность не выполняется:

$$\Phi(q)=\frac{2\pi e}{\bar{\varepsilon}(q+\bar{q}_S)}, \tag{10}$$

где $\bar{\varepsilon}=(\varepsilon_i+\varepsilon_S)/2$, $\bar{q}_S\equiv(2\pi e/\bar{\varepsilon})(dn_S/d\xi)$ — обратный радиус экранирования за счет поляризации электронов [1, 2]. Для промежуточных масштабов, когда выполняются неравенства $W>1/q>d$ (имеется в виду, что обычно $W\gg d$), экранирование может производиться зарядами как в инверсионном слое, так и на затворе:

$$\Phi(q)=\frac{4\pi e}{\varepsilon_S}\frac{1}{q+q_{sg}}, \tag{11}$$

где

$$q_{sg}=\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_S d}+\frac{4\pi e}{\varepsilon_S}\left(\frac{dn_S}{d\xi}\right) \tag{12}$$

— обратный радиус экранирования затвором и инверсионным слоем, относительное влияние которых зависит от степени инвертированности канала.

Таким образом, экранировка внешнего заряда на границе раздела происходит на разных расстояниях различным образом. Это наглядно видно, если перейти от фурье-компонент потенциала к пространственным переменным:

$$\Phi(r) = \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \Phi(q)\, e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}. \tag{13}$$

Например, если $r \ll d$ [с учетом того, что основной вклад в интеграл (13) дает область $qr < 1$], то в этой области можно воспользоваться выражением (10). Ошибка, связанная с заменой в пределах круга $qd < 1$ соотношений (11) и (9) на формулу (10), незначительна в силу вышеуказанного неравенства. Для таких расстояний интегрирование (13) приводит к выражению [5]

$$\Phi(r) = \frac{e}{\bar{\varepsilon} r}\left[1 - \bar{q}_s r \frac{\pi}{2}\left(\mathscr{H}_0(\bar{q}_s r) - \mathscr{Y}_0(\bar{q}_s r)\right)\right], \tag{14}$$

где $\mathscr{H}_0$ и $\mathscr{Y}_0$ — соответственно функции Струве и Неймана [6]. На расстояниях, меньших длины экранирования $\bar{q}_s r \ll 1$, потенциал имеет кулоновский вид $\Phi(r) = e/\bar{\varepsilon} r$; в обратном случае, когда $\bar{q}_s r > 1$, асимптоматика формулы (14) дает [6]

$$\Phi(r) = \frac{e}{\bar{\varepsilon} \bar{q}_s^2 r^3}, \tag{15}$$

где потенциал имеет вид дипольного [2]. Аналогично, если рассматривать случай $d \ll r \ll W$, то можно воспользоваться соотношением (11) и получить результат, подобный (14) и (15), но с другими параметрами: $\bar{\varepsilon} \longrightarrow \varepsilon_S/2$, $\bar{q}_s \longrightarrow q_{sg}$.

Имеет смысл вычислить также корреляционную функцию потенциалов $K(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \langle \Phi(\mathbf{r}_1)\Phi(\mathbf{r}_2)\rangle$, обусловленных случайным распределением фиксированного заряда на границе раздела. Если оно имеет некоторую ненулевую корреляционную длину L_K, то неоднородности заряда можно охарактеризовать следующим образом:

$$\langle \delta N_{ox}(\mathbf{r}_1)\, \delta N_{ox}(\mathbf{r}_2)\rangle = N_{ox} f(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/L_K), \tag{16}$$

где f — некоторая модельная функция с полушириной $\sim L_K$, вырождающаяся в δ-функцию при $L_K \longrightarrow 0$ [в этом качестве удобно использовать гауссиану $f(r) = (\pi L_K^2)^{-1} \exp(-r^2/L_K^2)$]. При этом легко показать, что

$$K(r) = N_{ox} \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} f(q)\, |\Phi(q)|^2 e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \tag{17}$$

N_{ox} — средняя поверхностная концентрация фиксированных зарядов на границе раздела, $f(q)$ — фурье-компонента от $f(r)$. Если корреляцией в расположении зарядов можно пренебречь [$L_K \longrightarrow 0$, $f(q) \longrightarrow 1$], то, действуя так же, как при получении выражения (14), интеграл (17) можно свести к виду $(r < d)$

$$K(r) = \frac{2\pi e^2}{\bar{\varepsilon}^2} N_{ox} \frac{\pi}{2}\left\{\mathscr{H}_0(\bar{q}_s r) - \mathscr{Y}_0(\bar{q}_s r) + \bar{q}_s r\left[\mathscr{H}'_0(\bar{q}_s r) - \mathscr{Y}'_0(\bar{q}_s r)\right]\right\}, \tag{18}$$

где штрих означает дифференцирование. При $\bar{q}_s r \ll 1$ выражение (18) асимптотически стремится к

$$K(r) = \frac{2\pi e^2}{\bar{\varepsilon}^2} N_{ox} \left[\ln \left(\frac{1}{\bar{q}_s r} \right) + 1 \right], \tag{19}$$

а если $\bar{q}_s d > \bar{q}_s r > 1$, то

$$K(r) = \frac{4\pi e^2 N_{ox}}{\bar{\varepsilon}^2 \bar{q}_s^3 r^3}. \tag{20}$$

На расстояниях, больших, чем толщина обедненного слоя $r > W$, основной вклад в интеграл (17) вносит область, где $qW \ll 1$, и необходимо пользоваться выражением (9). При этом сходимость обеспечивается только наличием ненулевой корреляционной длины

$$K(r) = \frac{e^2 N_{ox} f(r)}{[\varepsilon_i / 4\pi d + \varepsilon_S / 4\pi W + e dn_S / d\xi]^2}. \tag{21}$$

Рассматриваемая задача об экранировании тесным образом связана с проблемой подвижности (точнее говорить о проводимости) носителей в слабо неоднородном инверсионном случае. Имеется в виду случай, когда корреляционная длина неоднородностей заряда L_K много больше длины пробега носителя по импульсу $L_K \gg l$, и, кроме того, предполагается малость флуктуаций потенциала по сравнению с температурой. Это позволяет считать оправданными введение понятия локальной проводимости и использование приближения линейного экранирования. Воспользовавшись процедурой усреднения локальных величин, описанной в [7], можно получить выражение для эффективной подвижности

$$\mu_{\text{эфф}} = \mu_0 \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\langle \delta n_S^2 \rangle}{\langle n_S \rangle^2} \right], \tag{22}$$

где $\delta n_s(\mathbf{r}) = n_S(\mathbf{r}) - \langle n_S \rangle$, μ_0 — подвижность носителей в отсутствие крупномасштабных (в смысле $L_K \gg l$) неоднородностей. Поскольку в рамках сделанных предположений справедливо $\delta n_S = (dn_S/d\xi)\delta V$, среднеквадратичная флуктуация поверхностной концентрации заряда в (22) выражается через корреляционную функцию неоднородностей потенциала при $r_1 = r_2$:

$$\langle \delta n_S^2 \rangle = (dn_S/d\xi)^2 K(r=0). \tag{23}$$

Оценка интеграла (17) при $r = 0$, где $f(q) = \exp(-q^2 L_K^2/4)$ — фурье-компонента от гауссианы, существенно зависит от соотношений характерных длин [см. (9)—(11)], однако конечные результаты имеют сходную структуру:

$$K(0) \cong \frac{e^2 N_{ox}}{\pi L_K^2} \begin{cases} [\varepsilon_i/4\pi d + \varepsilon_S/4\pi W + e dn_S / d\xi]^{-2}; & L_K > W, \quad \text{(24а)} \\ [\varepsilon_i / 4\pi d + e dn_S/d\xi]^{-2}; & W > L_K > d, \quad \text{(24б)} \\ [e dn_S / d\xi]^{-2}; & d > L_K. \quad \text{(24в)} \end{cases}$$

Подставляя (23) в (22), имеем ($n_S \equiv \langle n_S \rangle$)

$$\mu_{\text{эфф}} = \mu_0 \left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{n_S^2} \left(\frac{dn_S}{d\xi} \right)^2 K(0) \right], \tag{25}$$

где $K(0)$ определяется для разных значений L_K выражениями (24).

Таким образом, в отличие от результатов известной работы [8] поведение и величина подвижности в неоднородном канале существенно зависят от характерного продольного масштаба неоднородности. Наиболее реалистичными (из-за более вероятной совместимости с неравенством $L_K \gg l$) представляются случаи (24а) и (24б). При этом если $edn_S/d\xi < \varepsilon_i/4\pi d$ (что соответствует при $T = 300$ К и $d = 1000$ Å $n_S < 5 \cdot 10^9$ см$^{-2}$), то подвижность вообще не зависит от n_S, что соответствует экспериментальным данным [1, 9]. В обратном случае, когда $n_S \gtrsim 5 \cdot 10^9$ см$^{-2}$, подвижность растет с увеличением n_S с тенденцией к насыщению, пока не начинают преобладать конкурирующие механизмы рассеяния на шероховатостях границы раздела. С уменьшением температуры, когда неравенство $edn_S/d\xi > \varepsilon_i/4\pi d$ выполняется в слабоинвертированном канале почти всегда, а также с увеличением N_{ox} рост подвижности при не очень большой концентрации носителей становится все более ярко выраженным, что также видно в эксперименте.

Автор выражает признательность Р. Г. Усеинову за критику и обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. Электронные свойства двумерных систем, 415. М. (1985).
[2] F. Stern. Phys. Rev. Lett., 18, 546 (1967).
[3] J. R. Brews. J. Appl. Phys., 43, 2306 (1972).
[4] Г. И. Зебрев, Р. Г. Усейнов. ФТП, 24, 777 (1990).
[5] А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. Интегралы и ряды. Специальные функции, 750. М. (1983).
[6] Справочник по специальным функциям (под ред. М. Абрамцовица, И. Стиган), 830. М. (1979).
[7] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, 620. М. (1982).
[8] J. R. Brews. J. Appl. Phys., 46, 2193 (1975).
[9] J. T. Chen, R. S. Muller. J. Appl. Phys., 45, 828 (1974).

Редактор В. В. Чалдышев