

К ТЕОРИИ ЗАХВАТА ДЫРОК КВАНТОВОЙ ЯМОЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ ТИПА GaAs

М. В. Вергелес, И. А. Меркулов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021, Санкт-Петербург, Россия

(Получена 27.04.1992. Принята к печати 29.04.1992)

Для полупроводников со сложной структурой валентной зоны построено теоретическое описание мелкого уровня в прямоугольной квантовой яме и найдена зависимость его энергии от величины волнового вектора дырки в плоскости ямы. Найдены величина и форма пиков в зависимости вероятности захвата частиц из разных подзон валентной зоны. Показано, что при равновесном распределении носителей между подзонами легких и тяжелых дырок основную роль в захвате играют тяжелые дырки.

Введение. Задача о захвате свободных носителей заряда в квантовую яму исследовалась во многих теоретических и экспериментальных работах [1-4]. Как было показано, например, в [1], вероятность такого процесса существенно зависит от энергетического положения наиболее высокого связанного состояния в яме и максимальна, когда это состояние становится виртуальным. В этом случае из-за многократного отражения от стенок ямы налетающая свободная частица, не испустив ни одного фонона, локализуется внутри ямы на значительный промежуток времени — время задержки τ_d , что в конечном итоге проявляется в увеличении вероятности захвата на реальное связанное состояние путем испускания фонона. Расчет такого процесса проводился в [4] для случая простой зонной структуры, когда вершина или дно соответствующей зоны двукратно вырождены по спину. В данной работе соответствующий расчет будет выполнен для полупроводников со сложной структурой валентной зоны (дырки в полупроводниках типа $A^{III}B^V$), причем основное внимание будет уделено новому эффекту — задержке тяжелой дырки за счет рассеяния на квазистационарном состоянии, генетически связанном с подзоной легких дырок.

Обычно квазистационарное состояние возникает в системе, окруженной потенциальными барьерами, имеющими малую проницаемость для квантовых частиц. В случае сложной зонной структуры, когда в вершине зоны сходятся две подзоны — легких и тяжелых дырок, возможен качественно иной механизм возникновения таких состояний.

Рассмотрим простейшую ситуацию, когда потенциальная энергия U зависит только от одной координаты z . Трансляционная симметрия задачи в плоскости x, y позволяет характеризовать все состояния системы с помощью квазимпульса k , лежащего в этой плоскости. Если $k=0$, то качественные различия между простой и сложной зонной структурой отсутствуют. В обоих случаях возможны лишь два типа мелких уровней — реальные и виртуальные состояния [5].

Пусть теперь $k \neq 0$. В случае простой зоны энергию частицы можно представить в виде суммы сохраняющихся энергий, соответствующих движению перпендикулярно плоскости ямы $E_{\perp} = U(z) + \hbar^2 q(z)^2/2m$, и в плоскости ямы $E_{\parallel} = \hbar^2 k^2/2m$, где $q(z)$ — перпендикулярная к плоскости ямы составляющая квазимпульса. Связанному состоянию соответствует $E_{\perp} < 0$. Это условие может

быть выполнено, даже если полная энергия $E = E_{\perp} + E_{\parallel} > 0$, т. е. в случае, когда уровень формально находится в сплошном спектре.

Для сложной зонной структуры, когда имеется сильное спин-орбитальное взаимодействие и масса частицы зависит от проекции ее спина на направление движения (спиральности частицы) записано, однозначное разделение E на E_{\perp} и E_{\parallel} невозможно. В этом случае имеются две характерные энергии E_{\perp} , соответствующие движению легкой и тяжелой дырок с массами m_l и m_h соответственно:

$$E_{\perp l} = E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_l}; \quad E_{\perp h} = E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}. \quad (1)$$

Если обе эти энергии положительны или отрицательны, то ситуация аналогична случаю простой зоны. Однако, как будет показано далее, возможен случай, когда $E_{\perp h} > 0$, а $E_{\perp l} < 0$. Если при этом основной вклад в волновую функцию вносят состояния из подзоны легких дырок, то исследуемое состояние оказывается квазистационарным — оно слабо взаимодействует лишь с состояниями сплошного спектра тяжелых дырок и характеризуется большим временем распада в эти состояния. Как показано, например, в [6], это время совпадает с временем задержки частицы, пролетающей над ямой τ_d и для не слишком малых значений энергии квазисвязанного состояния выражается через вещественную (E_0) и мнимую (Γ) части энергии квазисвязанного состояния формулой

$$\tau_d = \frac{\hbar \Gamma}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (2)$$

В более общем случае, когда энергия такого состояния может лежать в окрестности точки $E = 0$, согласно [5], энергия квазисвязанного состояния определяется уравнением

$$E - \varepsilon_0 + i\gamma \sqrt{E} = 0, \quad (3)$$

где ε_0 и γ — параметры системы. При этом в формуле (2) E_0 и Γ нужно заменить на ε_0 и $2\gamma \sqrt{E}$ соответственно:

$$\tau_d = \frac{2\hbar\gamma \sqrt{E}}{(E - \varepsilon_0)^2 + \gamma^2 E}. \quad (4)$$

Таким образом, наша задача сводится к нахождению зависимости параметров мелкого уровня ε_0 и γ от параметров зонной структуры и геометрии квантовой ямы.

1. Мелкие уровни в прямоугольной квантовой яме в случае сложной зоны

Расчет проведем в простейшем сферическом приближении для гамильтониана дырки в сложной валентной зоне:

$$H = A p^2 + B (\mathbf{pJ})^2 + U(z), \quad (5)$$

где \mathbf{p} — волновой вектор квазичастицы, \mathbf{J} — оператор ее спина (для кристаллов $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$ $J = 3/2$), $A = \hbar^2 (9m_h - m_l) / (16m_h m_l)$ и $B = \hbar^2 (m_l - m_h) / (4m_h m_l)$ — параметры зонной структуры, причем массы легкой и тяжелой дырок m_l и m_h внутри и вне ямы равны $m_l^{(i)}$ и $m_h^{(i)}$, $m_l^{(e)}$ и $m_h^{(e)}$ соответственно, а зависящая от состава твердого раствора потенциальная энергия $U(z) = -V$ при $0 < z < a$ и $U(z) = 0$ для остальных значений z (рис. 1).

волновая функция ψ связанного или квазисвязанного состояния является суперпозицией плоских волн:

$$\psi = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \cdot \begin{cases} C_b \chi_b(\mathbf{k}, -Q_b) e^{-iQ_b z} + C_l \chi_l(\mathbf{k}, -Q_l) e^{-iQ_l z}, & z < 0, \\ D_b \chi_b(\mathbf{k}, Q_b) e^{iQ_b(z-a)} + D_l \chi_l(\mathbf{k}, Q_l) e^{iQ_l(z-a)}, & z > a, \\ A_b \chi_b(\mathbf{k}, -q_b) e^{-iq_b z} + A_l \chi_l(\mathbf{k}, -q_l) e^{-iq_l z} + \\ + B_b \chi_b(\mathbf{k}, q_b) e^{iq_b z} + B_l \chi_l(\mathbf{k}, q_l) e^{iq_l z}, & 0 < z < a, \end{cases} \quad (6)$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ и \mathbf{r} — волновой вектор и радиус-вектор частицы в плоскости ямы; q_b, q_l, Q_b, Q_l — z -составляющие волновых векторов тяжелой и легкой дырок снаружи и внутри ямы соответственно; $\chi_{l, b}(\mathbf{k}, q)$ — спинор, соответствующий состояниям легкой и тяжелой дырок с волновым вектором (k_x, k_y, q) ; считая, что вектор \mathbf{k} направлен вдоль x для $\chi_{l, b}(\mathbf{k}, q)$ имеем [7]

$$\chi_l(\mathbf{k}, q) = (-i\lambda_l^*, 1, i, -\lambda_l^*), \quad \chi_b(\mathbf{k}, q) = (1, -i\lambda_b, \lambda_b, -i), \quad \lambda = \frac{\sqrt{3} k}{k - 2iq}.$$

Энергия, соответствующая этой волновой функции,

$$E = \frac{\hbar^2 (k^2 + Q_b^2)}{2m_b^{(\theta)}} = \frac{\hbar^2 (k^2 + Q_l^2)}{2m_l^{(\theta)}} = \frac{\hbar^2 (k^2 + q_b^2)}{2m_b^{(\eta)}} - V = \frac{\hbar^2 (k^2 + q_l^2)}{2m_l^{(\eta)}} - V. \quad (7)$$

Для связанного состояния z -составляющие волновых векторов тяжелых и легких дырок вне ямы (Q_b и Q_l) чисто мнимые, так что при $z > a$ и $z < 0$ волновая функция является суперпозицией двух плоских волн, затухающих по мере углубления под потенциальный барьер. Нетрудно видеть, что для квазистационарного состояния Q_b и Q_l — комплексные, причем $\text{Im } Q_b < 0$, и части волновой функции, соответствующие тяжелой дырке, описывают волну, расходящуюся от квантовой ямы.

Выражение (6) содержит 8 произвольных коэффициентов, связь между которыми задается граничными условиями на стенках ямы. В нашем случае они сводятся к шивке на границе многокомпонентных волновых функций и потоков вероятности по z [8]. Соответствующая однородная система из восьми линейных уравнений имеет решения, отличные от нуля, в том случае, если ее определитель равен нулю.

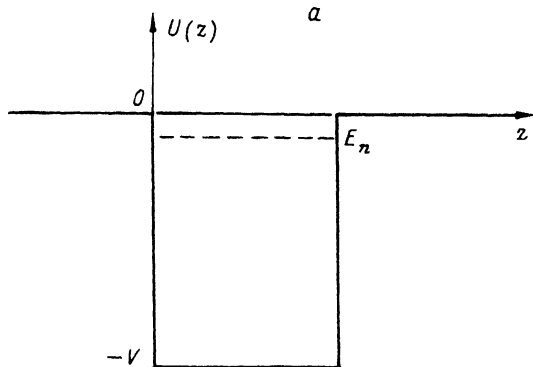
В общем случае вековое уравнение имеет громоздкий вид и допускает лишь численное решение на ЭВМ. Поэтому далее мы ограничимся анализом упрощенной ситуации, а именно, таких мелких уровней в глубокой яме ($E/V \ll 1$), для которых отношение $k/q \ll 1$ при всех интересных для нас значениях k ($0 < k < k_{\text{max}}$), а вне ямы величина отношения k/Q , вообще говоря, произвольна.

Тогда внутри ямы частица движется почти перпендикулярно к ее плоскости и, как можно показать, с точностью до членов порядка k/q в этой области волновые функции связанных, квазистационарных или виртуальных состояний описываются функциями легкой ($J_z = \pm 1/2$) или тяжелой ($J_z = \pm 3/2$) дырки, а зависимость их энергий от k дается уравнениями

$$\text{tg}(q_l a) \approx q_l a - \pi n \approx \frac{2\beta_1 (Q_b^2 + k^2)}{iq_l} \cdot \frac{4(k^2 + Q_b Q_l) Q_b + k^2 (Q_l - Q_b)}{4(k^2 + Q_b Q_l)^2 + k^2 (Q_l - Q_b)^2}, \quad (8)$$

$$f_b \text{tg}(q_b a) \approx q_b a - \pi n \approx \frac{2}{iq_b} \left(Q_b + \frac{3k^2 (Q_l - Q_b) (k^2 + Q_b Q_l)^2}{4(k^2 + Q_b Q_l)^2 + k^2 (Q_l - Q_b)^2} \right) \quad (9)$$

для $J_z = \pm 1/2$ и $J_z = \pm 3/2$ соответственно, а $\beta_1 = m_l^{(\eta)}/m_b^{(\theta)}$, $f_b = m_b^{(\theta)}/m_l^{(\eta)}$.



Введенные ограничения никак не влияют на вид волновой функции вне ямы — поскольку $Q_i \ll q_i$, соотношение между k и Q_i произвольно. Однако, если ограничиться рассмотрением кристаллов, у которых отношение масс легкой и тяжелых дырок $\beta = m_l^{(e)}/m_h^{(e)} \ll 1$, то в очень широком и важном для нас диапазоне значений энергии отношение компонент волнового вектора легкой дырки вне ямы k/Q_i , [а следовательно, и вид спинора $\chi_l(k, Q_i)$] практически не зависит от энергии исследуемого уровня. Действительно, вне ямы, где потенциальная энергия равна 0,

$$E = \frac{\hbar^2 (k^2 + Q_h^2)}{2m_h^{(e)}} = \frac{\hbar^2 (k^2 + Q_l^2)}{2m_l^{(e)}} \quad \text{и} \quad Q_l^2 = k^2 \left\{ -1 + \beta \left[\frac{(k^2 + Q_h^2)}{k^2} \right] \right\}.$$

Таким образом, при $\beta \ll 1$ и $k^2 \gg \beta |Q_h^2|$

$$Q_l^2 \approx -k^2 \quad \text{и} \quad \chi_l(k, Q_l) = (-i\sqrt{3}, 1, i, -\sqrt{3}), \quad (10)$$

т. е. ни Q_l^2 , ни χ_l от энергии не зависят.

Для таких состояний с изменением их энергии изменяется только угол падения тяжелых дырок, или, что то же самое, отношение k/Q_h .

Используя эти обстоятельства, несложно получить следующее уравнение для энергии $E_{\perp b}(k) = \hbar^2 Q_b^2 / (2m_b^{(e)})$ мелкого уровня, соответствующего в яме легким дыркам ($J_z = \pm 1/2$):

$$E_{\perp b} - \varepsilon_0 + i\gamma \sqrt{E_{\perp b}} = 0. \quad (11)$$

В (11) параметры ε_0 и γ существенно зависят от волнового вектора состояния в плоскости ямы k :

$$\varepsilon_0(k) = \frac{3\hbar^2 k [ak^2 + 4\beta_1 k/3 - 2q_{10}(q_{10}a - \pi n)]}{32m_l^{(e)}},$$

$$\gamma(k) = \frac{5\hbar k}{4\sqrt{2}m_b^{(e)}},$$

$$\hbar^2 q_{10}^2 = 2m_l^{(e)}V. \quad (12)$$

Энергия уровня при $k=0$, когда уравнение (11) уже несправедливо, $E_{\perp b}(0) = -V((q_{10}a - \pi n)/2)^2$ лежит на физическом или нефизическом листе в зависимости от того, больше или меньше 0 величина $q_{10}a - \pi n$. В окрестности точки $k=0$ энергия такого уровня дается формулой $E_{\perp b}(k) = E_{\perp b}(0) - \hbar^2 k^2 / (4m_l^{(e)})$. Таким образом, при малых k дисперсия энергии описывается отрицательной эффективной массой $m^* = -2m_l^{(e)}$.

Как несложно показать, минимальное значение энергии $E_{\perp b}(k)$ достигается уже в области применимости (11), т. е. тогда, когда выполнено условие (10): $k^2 \gg \beta |Q_h^2|$ и $\Theta_l^2 \approx -k^2$. Исследуемое состояние остается связанным, пока

$\varepsilon_0(k) < 0$, и становится виртуальным, если $\varepsilon_0(k) > 0$. Переход от связанного состояния к виртуальному происходит при $\varepsilon_0(k) = 0$, т. е. при

$$k = \frac{1}{a} \left[\left(2q_{10}a(q_{10}a - \pi n) + \left(\frac{3\beta_1}{3} \right)^2 \right)^{1/2} - \frac{2\beta_1}{3} \right] \ll q_{10}.$$

В этот момент энергия уровня переходит с физического листа на нефизический.

В тот момент, когда $\varepsilon_0(k) = \gamma(k)^2/4$, т. е.

$$k = \frac{1}{a} \left[\left(2q_{10}a(q_{10}a - \pi n) + \left(\frac{3\beta_1}{8} \right)^2 \right)^{1/2} + \frac{3\beta_1}{8} \right] \ll q_{10},$$

у энергии уровня появляется отрицательная мнимая часть, которая при дальнейшем увеличении k растет (по абсолютному значению), но медленнее, чем вещественная. При $\varepsilon_0(k) = \gamma(k)^2/2$, т. е. при

$$k = \frac{1}{a} \left[\left(2q_{10}a(q_{10}a - \pi n) + \left(\frac{17\beta_1}{12} \right)^2 \right)^{1/2} + \frac{17\beta_1}{12} \right] \ll q_{10},$$

вещественная часть энергии уровня становится равной нулю, и уровень выходит в сплошной спектр тяжелых дырок.

Приведенные выше рассуждения справедливы, если при $k=0$ уровень был связанным, т. е. при $q_{10}a - \pi n > 0$; если же при $k=0$ уровень был виртуальным, т. е. $q_{10}a - \pi n < 0$, то его энергия с самого начала лежала на нефизическом листе.

На рис. 2, а изображена зависимость энергии «легкого» уровня от k^2 для случая $q_{10}a - \pi n > 0$.

До тех пор пока $ak \ll \beta_1$, вещественная и мнимая части энергии квазисвязанного состояния одного порядка, и лишь при достаточно больших значениях k ($\beta_1 \ll ak \ll 1$) отношение затухания к энергии состояния оказывается много меньше единицы, и можно говорить о квазистационарном состоянии легкой дырки, время жизни в котором определяется малой вероятностью распада в состоянии сплошного спектра тяжелых дырок. Заметим, что при этом сама энергия для всех уровней,

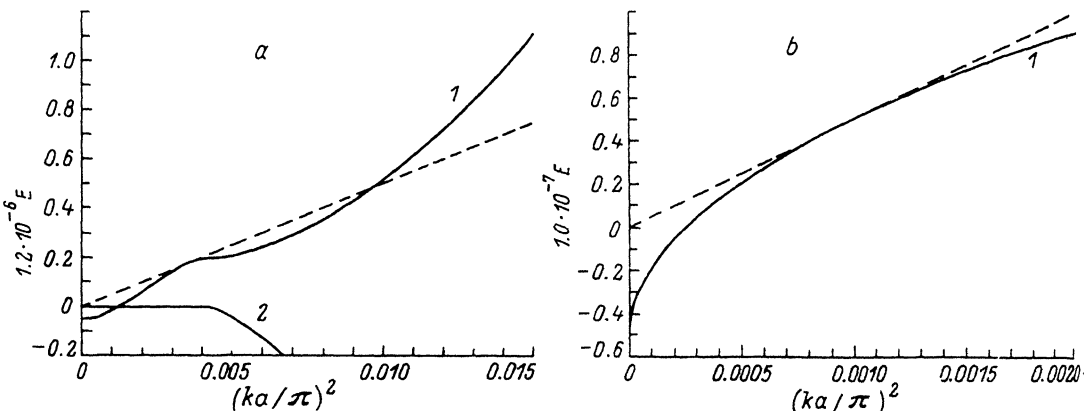


Рис. 2. Зависимость энергии 2-го «легкого» (а) и 2-го «тяжелого» (б) уровней от квадрата волнового числа в плоскости ямы. Сплошные кривые: 1 — вещественная часть энергии уровня, 2 — мнимая часть энергии уровня. Пунктирные кривые — объемная ветвь легких дырок. Штриховые кривые — объемная ветвь тяжелых дырок. Расчет проведен для следующих значений параметров: глубина потенциальной ямы $V = 2.501 \cdot 10^{-3}$ (а) и $5.1 \cdot 10^{-3}$ (б), ширина ямы $a = 100\pi$, $m_b = 1$, $m_l = 0.02$, $f_l = f_b = 1$ (все значения приведены в кулоновских единицах: $e = \hbar = m_0 = 1$).

кроме нулевого уровня, оказывается сравнима с глубиной квантовой ямы, а для нулевого уровня

$$E_{\perp b}(k) \approx E_{\perp b}(0) \left(\frac{V}{E_{\perp b}(0)} \right)^{1/2} \gg E_{\perp b}(0).$$

Таким образом, мы видим, что уравнение (11) справедливо в широком диапазоне значений k , который начинается задолго до того, как исследуемое состояние становится из связанного квазистационарным, и продолжается до тех значений k , при которых энергия состояния становится сравнимой с глубиной ямы или, во всяком случае, во много раз превосходит энергию связи при $k=0$.

Формулы (4) и (12) дают решение задачи о нахождении времени задержки. Для энергии мелкого уровня, соответствующего в яме тяжелым дыркам ($J_z = \pm 3/2$), при выполнении условия (10) получается следующее уравнение:

$$Q_b = i(f_h q_{b0} (q_{b0} a - \pi n) / 2 - k), \quad (13)$$

где

$$\hbar^2 q_{b0}^2 = 2m_b^{(i)} V, \quad f_b = m_b^{(e)} / m_b^{(i)}.$$

Уравнение (13) не описывает узкую область значений k вблизи 0, в которой условие (10) не выполнено. В окрестности точки $k=0$ энергия такого уровня дается формулой

$$E_{\perp b}(k) = E_{\perp b}(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{(4(m_b^{(e)} m_b^{(i)})^{1/2} / 3)}. \quad (14)$$

Таким образом, при малых k дисперсия энергии описывается эффективной массой $m^* = 2(m_b^{(e)} m_b^{(i)})^{1/2} / 3$.

Из уравнения (13) видно, что если уровень был связанным при $k=0$ ($q_{b0} a - \pi n > 0$), то он остается связанным до тех пор, пока $k < q_{b0} (q_{b0} a - \pi n) / 2$, и становится виртуальным при $k > q_{b0} (q_{b0} a - \pi n) / 2$.

Если же при $k=0$ уровень был виртуальным ($q_{b0} a - \pi n < 0$), то он и останется виртуальным при всех изменениях k .

На рис. 2, б изображена зависимость энергии «тяжелого» уровня от k^2 для случая $q_{b0} a - \pi n > 0$.

Уровень, соответствующий тяжелым дыркам в яме, в отличие от легкого уровня выходит в сплошной спектр, становясь из виртуального квазистационарным уже вне области применимости приближения мелкого уровня, т. е. тогда, когда уравнения (9) и (13) несправедливы.

2. Локализация частицы над квантовой ямой при наличии мелкого уровня

Как уже отмечалось выше, определяющую роль в зависимости вероятности захвата носителей заряда в квантовую яму от ее параметров (ширины и глубины) играет локализация частицы из-за наличия в яме мелкого уровня (реального, виртуального или квазистационарного). При наличии такого уровня процесс захвата можно разбить на два этапа. На первом частица задерживается вблизи ямы из-за многократных отражений, а на втором, испустив фотон, захватывается на достаточно глубокое связанное состояние. Матричный элемент такого перехода пропорционален интегралу перекрытия между волновыми функциями начального и конечного состояний. Для достаточно глубокого конечного состояния, волновая функция которого практически не проникает под барьер, вероятность захвата

определяется значением амплитуды волновой функции свободной частицы непосредственно над ямой.

Увеличение амплитуды волновой функции над ямой можно трактовать как увеличение времени прохождения частиц через яму, т. е. как появление некоего времени задержки. Это время задержки как функция энергии налетающей частицы E имеет максимум вблизи энергий, соответствующих связанным, квазисвязанным или виртуальным состояниям (т. е. полюсам матрицы рассеяния).

В случае простой зонной структуры $N(E)$ — количество частиц, локализованных над ямой, в которой имеется мелкий реальный или виртуальный уровень, при падении частицы с энергией E связано с временем задержки τ_d следующим соотношением:

$$N(E) = \rho_0 \alpha a / \tau_0 = \rho_0 v \tau_d, \quad (15)$$

где ρ_0 и $v = \sqrt{2ET/m}$ — плотность и скорость частиц вне ямы, a — ширина ямы, $\tau_0 = a/v$ — время пролета над ямой.

К появлению времени задержки приводят, кроме реальных и виртуальных, также и квазистационарные уровни. Такие уровни обычно существуют в системах, окруженных барьерами с малой проницаемостью для квантовых частиц. Энергия, соответствующая квазистационарному состоянию, комплексна: $E = E_0 - i\Gamma/2$. При энергиях налетающей частицы, близких к E_0 , частица испытывает многократные отражения от барьеров, что и приводит к появлению времени задержки. При этом амплитуда волновой функции увеличивается не только непосредственно над ямой, но и в барьерах.

Это обстоятельство приводит к некоторому изменению соотношения между количеством частиц N , локализованных над ямой, и временем задержки τ_d : выражение (15) теперь описывает полное число частиц, связанных ямой, и в том числе учитывает частицы, находящиеся в барьерах. Количество же частиц над ямой получается умножением полного числа частиц $N_{\text{tot}}(E) = \rho_0 v \tau_d$ на долю частиц, находящихся над ямой $f \sim a/(a+r)$ (r — глубина проникновения волновой функции под барьер),

$$N(E) = f N_{\text{tot}} \sim \rho_0 v \tau_d a / (a+r).$$

Если волновая функция глубоко проникает в барьер, то над ямой сосредоточена лишь малая часть (a/r) всех связанных ямой частиц. В этом случае

$$N(E) = f N_{\text{tot}} \sim \rho_0 v \tau_d a / r.$$

В случае сложной зонной структуры волновая функция свободного движения является линейной комбинацией объемных волновых функций легких и тяжелых дырок. Из-за наличия сильного спин-орбитального взаимодействия появление квазистационарных состояний возможно не только в системах с барьерами, но и в простой квантовой яме (рис. 1). (На возможную роль спин-орбитального взаимодействия в образовании таких состояний указано, например, в [5]).

Однако, как показывает непосредственный расчет, приведенные выше простые рассуждения остаются справедливыми и в этом случае, а именно: при рассеянии частицы на уровне, не попадающем в спектр ее свободных состояний (легкая дырка на легком и тяжелом уровнях или тяжелая дырка на тяжелом уровне),

$$N(E) \sim \rho_0 v \tau_d,$$

а для рассеяния на уровне, попавшем в спектр свободных состояний падающей частицы (рассеяние тяжелой дырки на квазисвязанном легком уровне),

$$N(E) \sim \rho_0 v \tau_d |Q_l|,$$

где $|Q_l|$ (волновой вектор легкой дырки вне ямы) задает характерную глубину проникновения волновой функции под барьер $-r = |Q_l|^{-1} \gg a$.

Следует подчеркнуть, что эти формулы носят оценочный характер (они справедливы с точностью до коэффициентов порядка единицы), а точные выражения имеют гораздо более сложную структуру. Соответствующие вычисления, проведенные в рамках приближений первой части статьи, дают следующие результаты:

1) рассеяние легкой дырки на тяжелом уровне —

$$N_{lh}(E) = \frac{24ak^2Q_l^2}{(k^2 + 4Q_l^2)} \cdot \frac{1}{\beta (f_h q_{h0} (q_{h0}a - \pi n))^2 + 4(k^2 + Q_l^2)},$$

2) рассеяние тяжелой дырки на тяжелом уровне —

$$N_{hh}(E) = \frac{2aQ_h^2}{(f_h q_{h0} (q_{h0}a - \pi n)/2 - k)^2 + Q_h^2},$$

3) рассеяние легкой дырки на легком уровне —

$$N_{ll}(E) = \frac{\bar{a}Q_l^2(k^2 + Q_l^2)}{2(k^2 + 4Q_l^2)} \cdot \frac{1}{(f_l q_{l0} (q_{l0}a - \pi n)/8)^2 + \frac{(k^2 + Q_l^2)^2 Q_l^2}{(k^2 + 4Q_l^2)^2}},$$

4) рассеяние тяжелой дырки на легком уровне —

$$N_{hl}(E) = \frac{8aQ_h^2\beta^2}{3 \left(f_l \left(q_{l0} (q_{l0}a - \pi n) - \frac{ak^2}{2} \right) + \frac{2\beta}{3k} (4Q_h^2 - k^2) \right)^2 + \left(\frac{10\beta}{3} Q_h \right)^2},$$

$$E = \frac{\hbar^2(k^2 + Q_h^2)}{2m_h^{(\ominus)}} = \frac{\hbar^2(k^2 + Q_l^2)}{2m_l^{(\ominus)}} = \frac{\hbar^2(k^2 + q_h^2)}{2m_h^{(\ominus)}} - V = \frac{\hbar^2(k^2 + q_l^2)}{2m_l^{(\ominus)}} - V,$$

$$\hbar^2 q_{h0}^2 = 2m_h^{(\ominus)}V, \quad \hbar^2 q_{l0}^2 = 2m_l^{(\ominus)}V, \quad \text{где } V \text{ — глубина ямы,}$$

$$\beta = \frac{m_l^{(\ominus)}}{m_h^{(\ominus)}}, \quad f_{h,l} = \frac{m_{h,l}^{(\ominus)}}{m_{h,l}^{(\ominus)}}.$$

Вспользуемся этими формулами для расчета полного числа частиц, локализованных над ямой, считая, что носители в зоне находятся в условиях квазиравновесия и описываются бoльцмановским распределением с температурой T .

Усреднив по всем возможным состояниям налетающей частицы, получим следующие выражения для полного числа частиц N :

1) рассеяние легкой дырки на тяжелом уровне —

$$N_{lh} = 6\pi \frac{(f_l \bar{k})^3 \beta^{0/2}}{a^2} \int_0^1 \frac{(1-y^2)y^2}{(1+3y^2)} dy \int_0^\infty \frac{x^{3/2} e^{-x}}{Z_h^2 + x} dx =$$

$$= 2\pi^{3/2} \frac{(f_l \bar{k})^3 \beta^{0/2}}{a^2} \left(1 - \frac{4\pi}{9\sqrt{3}} \right) [1 - 2Z_h^2 (1 - \pi^{1/2} \exp(Z_h^2) |Z_h| \operatorname{Erfc}(|Z_h|))]. \quad (16)$$

2) рассеяние тяжелой дырки на тяжелом уровне —

$$N_{hh} = \pi \frac{(f_1 \xi \beta)^3}{a^2} \int_0^{\infty} e^{-y} dy \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2} e^{-x}}{(y^{1/2} - Z_h)^2 + x} dx, \quad (17)$$

3) рассеяние легкой дырки на легком уровне —

$$N_{ll} = \frac{\pi}{2} \frac{(f_1 \xi)^3 \beta^{Q/2}}{a^2} \int_0^1 (1 + 3y^2) y^2 dy \int_0^{\infty} \frac{x^{3/2} e^{-x} dx}{(1 + 3y^2) Z_l^2 / 16 + xy^2}, \quad (18)$$

4) рассеяние тяжелой дырки на легком уровне —

$$N_{hl} = \frac{16\pi \xi \beta^3}{3f_1 a^2} \int_0^{\infty} e^{-y} dy \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2} e^{-x}}{\left(y - \alpha + \frac{4(y - 4x)}{3\xi y^{1/2}}\right)^2 + \left(\frac{20}{3\xi}\right)^2 x} dx, \quad (19)$$

где

$$Z_h = (f_h V/T)^{1/2} (q_{h0} a - \pi n)/2,$$

$$Z_l = (f_l V/T)^{1/2} (q_{l0} a - \pi n)/2,$$

$$\alpha = (2\beta V/T) (q_{l0} a - \pi n)/(f_l q_{l0} a) = Z_l \cdot 4/(f_l^2 \xi \beta^{1/2}),$$

$$\xi = (2m_h^2 T/\hbar^2)^{1/2} a/(\beta f_l).$$

При выводе этих формул были использованы следующие приближения:

а) $\beta \ll 1$;

б) $T \ll V$, это требование является стандартным условием наблюдения квантово-размерных эффектов;

в) $|q_{h0} a - \pi n| \ll 1$ либо $|q_{l0} a - \pi n| \ll 1$ (условие существования в яме мелкого уровня),

г) $k/q_h \ll 1$ или $k/q_l \ll 1$.

Для формул (16)—(18) последнее ограничение вытекает из условия $T \ll V$, а для формулы (19) оно требует дополнительного обсуждения, которое будет проведено ниже.

Обсудим теперь полученные результаты.

1) Рассеяние на тяжелом уровне.

Зависимости $N_{lh}(Z_h)$ и $N_{hh}(Z_h)$ приведены на рис. 3, а и 3, б, $Z_h = 0$ ($q_{h0} a = \pi n$) отвечает моменту появления в яме при $k=0$ очередного уровня тяжелой дырки.

Видно, что максимум N_{lh} соответствует этому моменту ($Z_h = 0$), а максимум N_{hh} сдвинут в сторону больших мощностей ямы и соответствует $Z_h \approx 0.8$. Эти два максимума имеют примерно одинаковую полуширину $\Delta Z_h \approx 1$, но их амплитуды резко отличаются:

$$N_{lh}^0/N_{hh}^0 \sim \beta^{3/2} \ll 1.$$

Поэтому при вычислении суммарной вероятности захвата на тяжелый уровень носителей из обеих подзон легкие дырки будут вносить пренебрежимо малый вклад, и захватываться в основном будут тяжелые дырки.

2) Рассеяние на легком уровне.

Зависимость $N_{ll}(Z_l)$ приведена на рис. 4, а. Видно, что максимум N_{ll} соответствует $Z_l = 0$ ($q_{l0} a = \pi n$), т. е. появлению в яме при $k=0$ очередного уровня легкой дырки, и имеет полуширину $\Delta Z_l \approx 1$. Амплитуда этого пика по порядку величины совпадает с амплитудой пика N_{lh} .

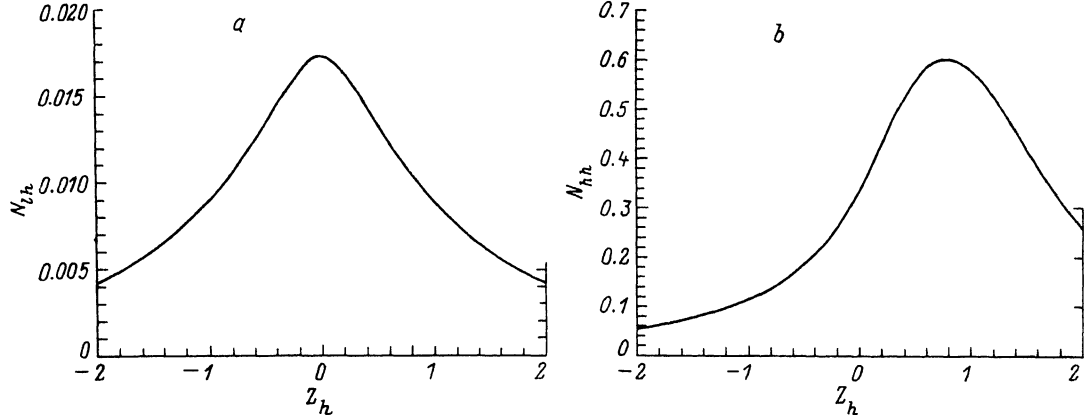


Рис. 3. Зависимость полного числа частиц, локализованных над квантовой ямой, при рассеянии на тяжелом уровне легкой дырки N_{lh} (a) и тяжелой дырки N_{hh} (b) от глубины и ширины ямы: $Z_h = -(f_n V/T)^{1/2} (q_{ho} a - \pi n)/2$. За единицу измерения взята величина $\pi (f_l \xi \beta)^3 / a^2$. Расчет проведен для следующих значений параметров: $\beta = 0.2$, $f_h = 1.1$.

Обратимся, наконец, к наиболее интересному, с нашей точки зрения, случаю рассеяния тяжелой дырки на легком уровне.

При выводе формулы (19) были использованы четыре вышеперечисленные приближения, и в том числе условие $k/q_l \ll 1$. Это условие выполняется в существенной области интегрирования, если в ней $y \ll \beta V / (f_l T)$, что приводит к различным ограничениям в случаях $\xi \gg 1$ (высокие температуры и малые β) и $\xi \sim 1$.

При $\xi \gg 1$ подынтегральная функция имеет резкий максимум при $y = y_0 \approx \alpha$, и именно такие y вносят основной вклад в интеграл.

Отношение

$$\frac{y_0}{\beta V / (f_l T)} \approx \frac{\alpha}{\beta V / (f_l T)} = \frac{2 (q_{lo} a - \pi n)}{q_{lo} a}$$

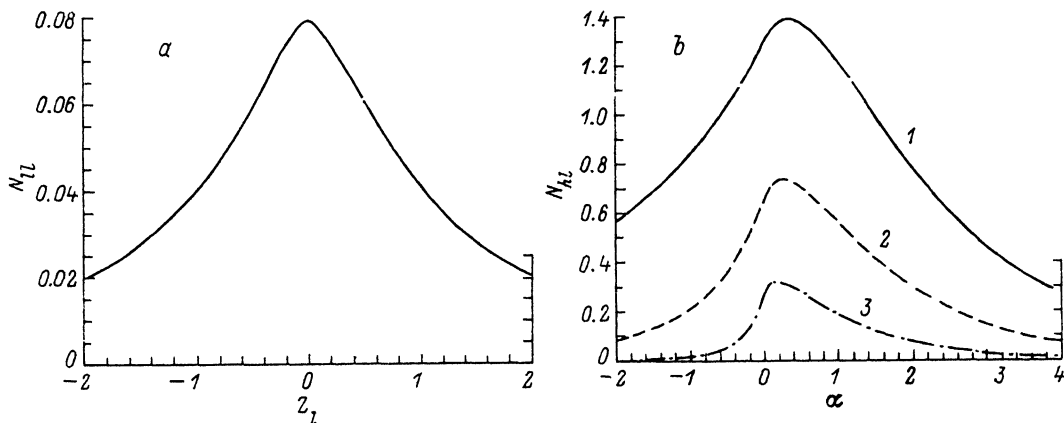


Рис. 4. Зависимость полного числа частиц, локализованных над квантовой ямой, при рассеянии на легком уровне легкой дырки N_{ll} (a) и тяжелой дырки N_{hl} (b) от глубины и ширины ямы: $Z_l = (f_l V/T)^{1/2} (q_{lo} a - \pi h)/2$, $\alpha = (2\beta V/T) \cdot (q_{lo} a - \pi n) / (f_l q_{lo} a)$. За единицу измерения взята величина $\pi^2 (f_l \xi \beta)^3 / (50 a^2)$. Расчет проведен для следующих значений параметров: $\beta = 0.02$, $f_h = 1$. a — значения ξ : 1 — 5, 2 — 20, 3 — 70.

мало для всех уровней n (не $n=0$), таким образом, при $\xi \gg 1$ выражение (19) справедливо при любых значениях параметра $\beta V/(f_1 T)$ для всех уровней с $n > 0$.

При $\xi \sim 1$ основной вклад в интеграл вносят $y \sim 1$, следовательно, для применимости формулы (19) необходимо выполнение условия $\beta V/(f_1 T) \gg 1$.

Таким образом, формула (19) справедлива либо при $\xi \gg 1$ и $n > 0$, либо при $\beta V/(f_1 T) \gg 1$ и любых n .

Следует заметить, что при $n > 0$ и $\beta \ll 1$ хотя бы одно из условий $\xi \gg 1$ и $\beta V/(f_1 T) \gg 1$ обязательно выполняется, т. е. выражение (19) справедливо при всех температурах $T \ll V$.

На рис. 4, б приведены результаты расчета $N_{bl}(\alpha)$ при различных значениях ξ . Видно, что эта зависимость имеет максимум, сдвинутый в область положительных α , т. е. соответствующий таким ямам, в которых при $k=0$ существует связанное состояние.

Отношение амплитуды максимума N_{ll} к амплитуде максимума N_{bl}

$$\frac{N_{ll}^0}{N_{bl}^0} \sim \xi^{3/2} \beta f_1^4 = a f_1^2 (2m_1 T / \hbar^2)^{1/2} \ll 1.$$

Таким образом, и в этом случае основной вклад в захват вносят тяжелые дырки.

Из проведенного теоретического анализа следует, что вероятность захвата частиц в квантовую яму существенно зависит от типа захватываемой дырки. Максимумы в зависимости вероятности захвата от мощности ямы для легкой дырки всегда совпадают с моментом появления в яме очередного уровня, в то время как максимумы в захвате тяжелой дырки смещены в сторону ям с большей мощностью. При этом, если распределение носителей между подзонами легких и тяжелых дырок является равновесным, то основную роль в захвате играют тяжелые дырки.

Полученные результаты необходимо учитывать при интерпретации экспериментов по изучению явлений, связанных с захватом носителей в квантовые ямы, в частности, по рекомбинационному излучению из гетероструктур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] G. Bastard, J. A. Brum. Phys. Rev. B, 33, 1420 (1986).
- [2] N. Holonyak, R. M. Kolbas, R. D. Dupuis, P. D. Dapkus. IEEE J. Quant. Electron., 16, 170 (1986).
- [3] H. Schichijo, R. M. Kolbas, N. Holonyak, R. D. Dupuis, P. D. Dapkus. Sol. St. Commun., 27, 1029 (1978).
- [4] С. В. Козырев, А. Я. Шик. ФТП, 19, 1667 (1985).
- [5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, 752. М. (1974).
- [6] А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике, 544. М. (1971).
- [7] А. В. Хаецкий. Теория кинетических и размерных эффектов, обусловленных вырождением зон в полупроводниках, 145. Л. (1984).
- [8] G. Bastard, J. A. Brum. IEEE J. Quant. Electron., QE-22, 1625 (1986).

Редактор: Л. В. Шаронова