

Водородное охрупчивание под действием нагрузки как фазовый переход первого рода

© Д.А. Индейцев, Е.В. Осипова

Институт проблем машиноведения Российской академии наук,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ind@director.ipme.ru

(Поступила в Редакцию 10 ноября 2008 г.
В окончательной редакции 11 января 2009 г.)

С помощью двухкомпонентной модели континуума выведено уравнение состояния (напряжение–деформация) материала с растворенным в нем водородом. Показано, что для значений констант, отвечающих типичным металлам, оно имеет вид петли, аналогичной петле Ван-дер-Ваальса. На основании этого делается вывод о том, что водородное охрупчивание материалов под действием нагрузки является типичным фазовым переходом первого рода и, следовательно, протекает через образование зародышей новой фазы. Построены термодинамическая и кинетическая теории такого перехода и вычислены зависимости от времени всех основных характеристик этого процесса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 08-01-00691 и 08-08-00737).

PACS: 62.20.D-, 62.25.-g, 64.60.Q-, 64.75.Jk, 82.60.Nh

1. Введение

Водородное охрупчивание материалов под действием нагрузки является одной из важнейших проблем физики и механики материалов [1,2]. Для описания влияния водорода на свойства металлов и сплавов в настоящее время выдвигается большое количество различных физико-механических моделей [3,4]. Известно, что при растворении водорода в материалах некоторая часть атомов водорода встраивается в имеющиеся межатомные связи, разрывая их и образуя новые связи, жесткость которых существенно меньше жесткости исходных связей [1.2]. Связь между относительной деформацией ε и напряжением σ в такой среде, содержащей водород, может быть записана следующим образом:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad E = \frac{E_0 E_H}{n_0 E_H + n_H E_0}, \quad (1)$$

$$n_0 = \frac{N_0}{N_0 + N_H}, \quad n_H = \frac{N_H}{N_0 + N_H}, \quad n_0 + n_H = 1. \quad (2)$$

Здесь E — эффективный модуль Юнга, который определяется модулем Юнга E_0 чистого материала, т.е. без водорода, модулем Юнга E_H материала, все связи которого заняты водородом, а также числом атомов материала N_0 в единице объема, соединенных неискаженными связями, и числом атомов водорода N_H в единице объема, встроившихся в решетку с помощью связей меньшей жесткости (n_0 и n_H — безразмерные концентрации атомов материала и атомов водорода). Поскольку n_H , а следовательно, и n_0 зависят от ε (чем больше деформация, тем больше атомов водорода встраивается в решетку), уравнение (1) является сложным нелинейным уравнением состояния среды, содержащей водород, которое может быть представлено в

следующем виде:

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{E_0 \varepsilon}{1 + (E_0/E_H - 1)n_H(\varepsilon)}. \quad (3)$$

В настоящей работе предложена одномерная модель двухкомпонентного континуума, позволяющая вычислить зависимость $n_H(\varepsilon)$ и тем самым определить уравнения состояния среды, содержащей водород. Роль первой компоненты играет кристаллическая решетка исходного материала вместе с неподвижным водородом, уже встроившимся в химическую связь между атомами (что приводит к существенному уменьшению жесткости этой связи), роль второй — свободный подвижный водород, растворенный в материале. Оказалось, что уравнение состояния имеет петлеобразный вид, полностью аналогичный петле Ван-дер-Ваальса, и описывает фазовый переход первого рода, поскольку напряжение и деформация являются термодинамически сопряженными переменными.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы описать процесс образования новой, охрупченной водородом фазы за счет тепловых флуктуаций как фазовый переход первого рода, т.е. с позиций статистической физики.

2. Модель двухкомпонентного континуума и уравнение состояния

В данном разделе поведение водорода в материале описывается с позиций классической механики континуума. Вывод и основные методы исследования системы уравнений двухкомпонентного континуума в общем виде приведены в [5,6], поэтому в настоящей работе они будут обсуждаться лишь очень кратко.

Рассмотрим одномерную модель двухкомпонентного континуума, в котором роль первой компоненты играет

кристаллическая решетка исходного материала вместе со встроенным в нее неподвижным водородом, роль второй — свободный подвижный водород, растворенный в материале. Обе компоненты описываются первым уравнением Эйлера, дополненным уравнением баланса массы [5]. Взаимодействие между неподвижной решеткой и протекающим через нее подвижным, нестройившимся пока водородом описывается аналогично потоку сжатой жидкости [7], а именно сила взаимодействия на единицу объема равна

$$R_{12} = \text{const} \frac{\rho_2 v_2}{D(\varepsilon)}, \quad (4)$$

где ρ_2 и v_2 — плотность и скорость потока свободного водорода, $D(\varepsilon)$ — эффективный размер поперечного сечения потока второй компоненты [7]. Чем больше деформация, тем меньше D , так как водороду сложнее двигаться в напряженной среде. Зависимость D от ε не может быть вычислена в рамках данной модели. Обычно рассматривается лишь линейная зависимость $D(\varepsilon)$ [6], справедливая при малых деформациях. В настоящей работе постулируется экспоненциальная зависимость

$$D(\varepsilon) = \text{const} e^{-\varepsilon/\varepsilon_0}, \quad (5)$$

так как при больших ε величина D должна стремиться к нулю, а при малых ε D уменьшается с ε линейно. Здесь ε_0 — параметр затухания поперечного сечения потока водорода от деформации.

В линейном приближении по отклонению деформации от статической деформации системы уравнений на каждую компоненту существенно упрощаются [5,6]; в частности, уравнение на концентрацию водорода, уже встроившегося в решетку, примет вид

$$\frac{\partial^2 n_H}{\partial t^2} + (\alpha + \beta) \frac{\partial n_H}{\partial t} - A e^{\varepsilon/\varepsilon_0} \left[\beta \frac{\partial^2 n_H}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 n_H}{\partial t \partial x^2} \right] = 0, \quad (6)$$

где α и β — коэффициенты, определяемые взаимодействием свободного и связанного водорода [5], A — константа, связанная с E_H — модулем Юнга материала, полностью насыщенного водородом. Если в качестве начального условия выбрать периодическую в пространстве функцию, то можно вычислить зависимость от времени амплитуды этой функции. Оказалось, что она экспоненциально быстро стремится к значению

$$n_H^\infty = \frac{1}{1 + \gamma \exp(-\varepsilon/\varepsilon_0)}, \quad (7)$$

где γ — безразмерная константа, зависящая от α , β и A .

В настоящей работе используется упрощенная модель, согласно которой концентрация водорода, встроившегося в решетку, не зависит от координаты и времени (процессы деформации предполагаются достаточно мед-

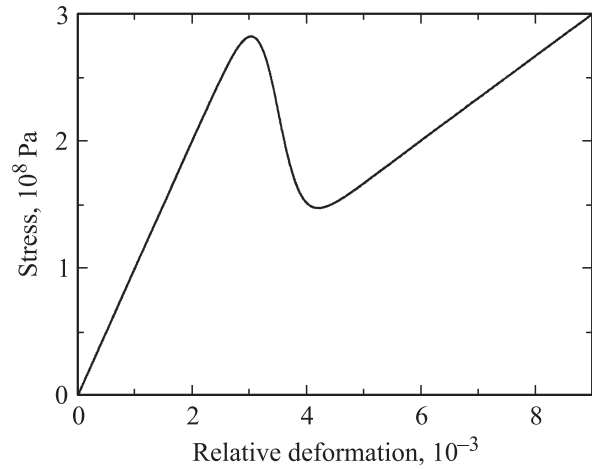


Рис. 1. Петлеобразная зависимость напряжения от деформации (9) материала с растворенным водородом для значений констант $E_0 = 10^{11}$ Па, $E_0/E_H = 3$, $\varepsilon = 10^{-4}$, $\gamma = 10^8$.

ленными) и поэтому всегда равна n_H^∞ , т.е.

$$n_H(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \gamma \exp(-\varepsilon/\varepsilon_0)}, \quad (8)$$

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{E_0 \varepsilon}{1 + \frac{E_0/E_H - 1}{1 + \gamma \exp(-\varepsilon/\varepsilon_0)}}. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение состояния среды при наличии растворенного водорода (9) зависит от четырех констант: модуля Юнга чистого материала E_0 , модуля Юнга материала, полностью насыщенного водородом, E_H , эффективного значения деформации ε_0 , начиная с которого усиливается взаимодействие свободного водорода с решеткой, и коэффициента усиления γ .

На рис. 1 изображена зависимость напряжения от деформации $\sigma(\varepsilon)$, вычисленная по формуле (9) для значений $E_0 = 10^{11}$ Па, $E_0/E_H = 3$, $\varepsilon_0 = 10^{-4}$, $\gamma = 10^8$, примерно соответствующих таким материалам, как сталь или титан [5]. Данная петлеобразная зависимость соответствует типичному фазовому переходу первого рода, т.е. переход в новую, охрупченную водородом фазу происходит через образование зародышей новой фазы за счет тепловых флуктуаций. Опишем этот процесс с позиций статистической физики.

3. Кинетика зарождения охрупченной фазы

Если к стержню, содержащему водород, приложить растягивающую силу $f(t)$, которая растет со временем, то процесс его растяжения и деформации можно условно разбить на три стадии. На первой стадии, когда $f(t) < f_{\text{eq}}$, стержень растягивается просто по закону Гука. При достижении растягивающей силой f своего равновесного значения f_{eq} в стержне происходит фазовый переход первого рода — вторая стадия эволюции.

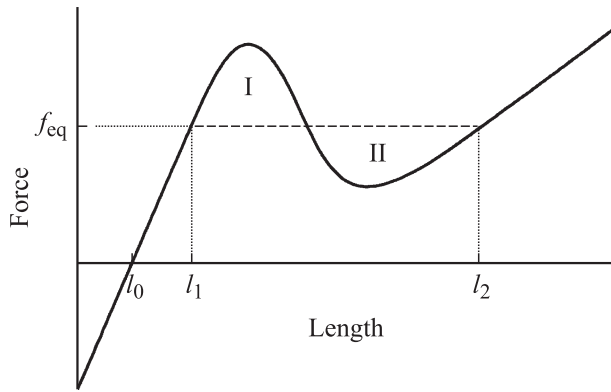


Рис. 2. Схематическое изображение зависимости силы f , растягивающей стержень, содержащий водород, от его длины l . f_{eq} — значение силы, отвечающее равновесию между фазами I и 2 (фаза I содержит в основном свободный водород, а фаза 2 содержит в основном связанный водород). Связанный водород уменьшает жесткость стержня, поэтому при растяжении он имеет большую длину, т.е. $l_2 > l_1$. По правилу Максвелла площади областей I и II равны.

В объеме стержня начинают образовываться круглые области, в которых водород под действием растягивающего напряжения перестает быть подвижным и встраивается в химические связи между атомами. С микроскопической точки зрения, этот механизм описан в рамках модели двухкомпонентного континуума в работах [5,6]. С термодинамической точки зрения, этот процесс начинается для того, чтобы понизить свободную энергию стержня, так как при $f > f_{\text{eq}}$ термодинамический потенциал новой, охрупченной фазы Φ_2 меньше термодинамического потенциала неохрупченной фазы Φ_1 . Водород, встраивающийся в химические связи, уменьшает их жесткость и тем самым уменьшает упругую энергию стержня.

Охрупченные области постепенно увеличиваются в размерах и затем начинают сливаться между собой, образуя однородную новую фазу (точка l_2 на рис. 2). Поэтому при бесконечно медленном усилении растяжения зависимость $f(l)$ осуществляется не по петлеобразной кривой с метастабильными и неустойчивыми состояниями, а по равновесной прямой между l_1 и l_2 , соответствующей f_{eq} , которая находится из уравнения $\Phi_1 = \Phi_2$ или условия Максвелла. При более быстром растягивании стержня в системе достигаются метастабильные состояния с величинами f , незначительно превышающими f_{eq} . Чем больше величина перенапряжения $\xi = (f - f_{\text{eq}})/f_{\text{eq}}$, тем быстрее протекает фазовый переход. При достижении точки максимума кривой $f(l)$, т.е. при $df/dl = 0$, скорость фазового перехода равна бесконечности. Таким образом, система становится абсолютно неустойчивой и в ней начинается спиноподобный распад [8].

После завершения фазового перехода стержень снова будет подчиняться закону Гука, но с меньшим модулем Юнга. Это третья и заключительная стадия эволюции.

Перейдем теперь к детальному описанию второй стадии — стадии фазового перехода первого рода. Вычислим прежде всего минимальную энергию образования одного островка новой фазы радиуса R . Рассмотрим однородный стержень длиной l , растягиваемый продольной силой f . Пусть в ненапряженном состоянии длина стержня равна l_0 . Если проводить аналогию с газом Ван-дер-Ваальса, то объем газа соответствует величине $l - l_0$, а давление — величине f , так что работа, совершаемая при растяжении стержня на величину dl , равна

$$\delta A = -f dl. \quad (10)$$

Если бы стержень не содержал водород, то зависимость длины стержня от силы выражалась бы законом Гука

$$\frac{l(T, f) - l_0(T)}{l_0(T)} = \frac{f}{E_0 S_0}, \quad (11)$$

где T — температура, E_0 — модуль Юнга чистого материала, S_0 — площадь поперечного сечения стержня. Но, как показано выше, в присутствии водорода эта линейная зависимость сменяется петлеобразной, соответствующей фазовому переходу первого рода (рис. 2),

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{l(T, f) - l_0(T)}{l_0(T)} \\ &= \frac{f}{E_0 S_0} \left[1 + \frac{E_0/E_H - 1}{1 + \gamma \exp(-\varepsilon/\varepsilon_0)} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем свободную энергию F стержня следующим образом:

$$F(l, T) = \int_{l_0}^l f(l, T) dl. \quad (13)$$

Значение свободной энергии F в ненапряженном состоянии $l = l_0$ здесь выбрано равным нулю. Тогда термодинамический потенциал стержня примет вид

$$\Phi(T, f) = F - (l - l_0)f. \quad (14)$$

Элементарное изменение потенциала Φ дается формулой $d\Phi = -SdT - ldf$, где S — энтропия, поэтому вдоль изотермы имеем $d\Phi = -ldf$. Правило Максвелла для кривой $f(l)$ означает следующее: равновесие соответствует такому значению $f_{\text{eq}} = f_1 = f_2$, при котором площади областей I и II на рис. 2 равны. Здесь и далее будем обозначать цифрой 1 фазу, содержащую в основном свободный водород, а цифрой 2 — фазу, содержащую в основном связанный водород. Минимальная энергия образования одного островка новой фазы радиуса R равна

$$F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{V_0} \frac{4}{3} \pi R^3, \quad (15)$$

где V_0 — объем стержня, σ — удельная межфазная энергия границы раздела охрупченной и неохрупченной фаз.

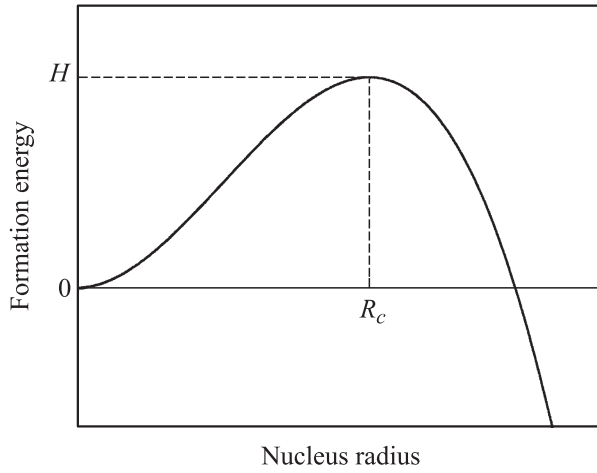


Рис. 3. Зависимость минимальной энергии образования зародыша охрупченной фазы от его радиуса при положительном перенапряжении ξ . Показаны радиус критического зародыша R_c (17) и высота барьера зародышеобразования H (18).

Из выражения (14) для термодинамического потенциала и правила Максвелла следует, что

$$\Phi_1 - \Phi_2 = (f - f_{eq})(l_2 - l_1) \approx \xi f_{eq}(l_2 - l_1)_{f=f_{eq}}. \quad (16)$$

Так как ξ мало, здесь учитывается только главная, линейная зависимость $\Phi_1 - \Phi_2$ от перенапряжения ξ . Поэтому минимальная энергия образования зародыша имеет максимум в точке (рис. 3)

$$R_c = \frac{2\sigma V_0}{\xi f_{eq}(l_2 - l_1)_{f=f_{eq}}}, \quad (17)$$

который равен

$$H(\xi) = F(R_c) = \frac{ak_B T}{\xi^2}, \quad (18)$$

где

$$a = \frac{26\pi\sigma}{3k_B T} \left[\frac{\sigma V_0}{f_{eq}(l_2 - l_1)_{f=f_{eq}}} \right]^2 \quad (19)$$

— безразмерная константа. Именно этот потенциальный барьер высотой $H(\xi)$ необходимо преодолеть зародышу охрупченной фазы за счет тепловых флуктуаций, чтобы затем расти регулярно. Это означает, что такая энергия необходима зародышу, чтобы увеличиться в размерах до критического радиуса R_c .

Согласно капиллярной модели зарождения, элементарным актом, меняющим размер зародыша, является присоединение к нему или, наоборот, потеря одной молекулы. Если рассматривать достаточно крупные зародыши, которые содержат $i \gg 1$ частиц, то это изменение является малым, и поэтому эволюция больших зародышей описывается уравнением Фоккера–Планка [8]

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{\partial I}{\partial i}, \quad I = -W(i) \left[\frac{\partial g}{\partial i} + \frac{g}{k_B T} \frac{dF(i)}{di} \right], \quad (20)$$

где k_B — константа Больцмана, $g(i, t)$ — функция распределения зародышей по числу частиц в них i , I — ско-

рость зародышеобразования (она обращается в нуль при равновесном распределении $g_e = \text{const} \exp[-F(i)/k_B T]$), $F(i) = F(R(i))$ — минимальная энергия образования зародыша из i частиц, $W(i)$ — коэффициент диффузии в пространстве размеров, равный количеству молекул, присоединившихся к зародышу из окружающей неохрупченной фазы в единицу времени. Стационарное решение этого уравнения имеет вид

$$g_s(i) = I \exp \left[-\frac{F(i)}{k_B T} \right] \int_i^\infty \frac{1}{W(i')} \exp \frac{F(i')}{k_B T} di'. \quad (21)$$

Здесь уже учтено стандартное граничное условие $g_s \exp[F(i)/k_B T] \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$. Вероятность флуктуаций, описываемых второй производной g по i в (20), быстро возрастает с уменьшением размеров. Поэтому запас маленьких зародышей можно считать пополняющимся настолько быстро за счет флуктуаций, что их число продолжает оставаться равновесным, несмотря на постоянный отвод потоком I . Следовательно, при малых i граничное условие к (20) имеет вид $g_s(i) \rightarrow n_H \exp[F(i)/k_B T]$ при $i \rightarrow 0$, где n_H — число свободных атомов водорода в единице объема (при этом предполагается, что один атом водорода может служить центром зарождения одного островка охрупченной фазы). Поэтому из (21) находим

$$I = \frac{n_H}{\int_0^\infty \frac{\exp(F(i')/k_B T)}{W(i')} di'}. \quad (22)$$

Подынтегральная функция в (22) имеет резкий максимум в критической точке $i = i_c$, соответствующей $R = R_c$, что позволяет вычислить интеграл методом Лапласа

$$I = n_H \sqrt{-\frac{F''(i_c)}{2\pi k_B T}} W(i_c) \exp \left[-\frac{H}{k_B T} \right]. \quad (23)$$

Оценим теперь $W(i_c)$ — число молекул, присоединяющихся к критическому зародышу охрупченной фазы в единицу времени. Пусть D_H — коэффициент диффузии свободных атомов водорода в стержне, E_H — энергия активации встраивания атома водорода в химическую связь между атомами стержня, тогда

$$W(i) \sim \frac{D_H n_H}{a_0} 4\pi R_c^2 \exp \left(-\frac{E_H}{k_B T} \right), \quad (24)$$

где a_0 — параметр решетки материала стержня; зависимость R_c от i дается геометрическим соотношением

$$\frac{4}{3} \pi R_c^3 = i_c w_0. \quad (25)$$

Здесь w_0 — объем занимаемый одним атомом в охрупченной фазе. Выражение $F''(i_c)$ можно вычислить

из (16) с учетом (17), (18) и (25), после этого окончательно получим

$$I(\xi) = I_0 \exp\left(-\frac{a}{\xi^2}\right), \quad (26)$$

где

$$I_0 = \frac{1}{2^{7/6} 3^{2/3}} \frac{D_{\text{H}} n_{\text{H}}^2 w_0}{a_0} \sqrt{\frac{\sigma}{k_B T}} \exp\left(-\frac{E_{\text{H}}}{k_B T}\right). \quad (27)$$

Отсюда видно, что скорость зарождения охрупченной фазы очень быстро возрастает с ростом перенапряжения $\xi = (f - f_{\text{eq}})/f_{\text{eq}}$ при малых ξ .

4. Кинетика охрупчивания стержня

Перейдем теперь к описанию кинетики заполнения объема стержня охрупченной фазой. Для этого используем геометрико-вероятностную модель, разработанную Колмогоровым для так называемой массовой стадии фазового перехода первого рода [9]. Будем считать, что стержень является достаточно большим по сравнению с размерами островков охрупченной фазы. Предположим также, что в случайные моменты времени в случайных точках со скоростью $I(t) = I(\xi(t))$ возникают зародыши охрупченной фазы, которые затем разрастаются с нормальной скоростью $v(t) = v(\xi(t))$. Считается, что все зародыши имеют одинаковую форму и растут с одинаковой скоростью во всех точках стержня, что означает одинаковость перенапряжения ξ во всем объеме стержня. Требование постоянства ξ эквивалентно его усреднению по всему стержню, т.е. пренебрежению детальным распределением ξ около каждого зародыша.

В общем случае необходимо учесть соприкосновение зародышей друг с другом и изменение границ контакта. Далее предполагается, что слияние двух и более зародышей охрупченной фазы протекает по механизму твердофазного спекания, т.е. без изменения формы [9]. Введем $Z(t)$ — объемную долю уже охрупченной фазы, тогда $q(t) = 1 - Z(t)$ есть вероятность того, что произвольная точка стержня не принадлежит к охрупченной фазе. Следовательно, величина $-dq(t) = -[q(t+dt)(-q(t))]$ есть вероятность охрупчивания материала стержня в данной точке в период от t до $t+dt$. Чтобы это событие произошло, необходимо, чтобы в указанное время в рассматриваемую точку пришел фронт охрупчивания от зародыша, возникшего ранее, между моментами времени t' и $t'+dt'$. Зародыши, возникающие в момент t' , достигнут рассматриваемой точки в период между t и $t+dt$, только если они возникли от этой точки на расстояниях от $\int_{t'}^t v(t'') dt''$ до $\int_{t'}^{t+dt} v(t'') dt''$ соответственно. Таким образом, зародыши, приводящие к охрупчиванию в данной точке, должны располагаться в сферическом слое объемом $4\pi \left[\int_{t'}^t v(t'') dt'' \right]^2 v(t) dt$. Поэтому вероятность образования зародыша, вызывающего охрупчива-

ние в случайно выбранной точке, за время от начала охрупчивания $t' = 0$ до $t' = \tau$ есть

$$\mu(\tau) = \int_0^{\tau} \left[\int_{t'}^{\tau'} v(t'') dt'' \right]^2 v(\tau') I(t') dt' d\tau'. \quad (28)$$

Фронт охрупчивания от какого-либо из таких зародышей осуществляет охрупчивание в избранной точке в период от τ до $\tau + dt$, только если материал стержня в этой точке не охрупчился раньше; следовательно:

$$dq(\tau) = -q(\tau)\mu(\tau). \quad (29)$$

Интегрируя это уравнение, окончательно получим

$$\begin{aligned} Z(t) &= 1 - q(t) \\ &= 1 - \exp\left\{-\frac{4\pi}{3} \int_0^t I(t') \left[\int_{t'}^t v(t'') dt'' \right]^3 dt'\right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Если допустить, что величина перенапряжения ξ поддерживается постоянной внешним источником, растягивающим стержень, то выражение (30) упрощается:

$$Z(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^4\right], \quad (31)$$

где

$$t_0 = \sqrt[4]{\frac{3}{\pi I v^3}} \quad (32)$$

— характерное время охрупчивания стержня. Считая скорость движения фронта охрупчивания пропорциональной перенапряжению $v = v_0 \xi$, где v_0 — коэффициент пропорциональности, из (26) и (32) находим

$$t_0(\xi) = \sqrt[4]{\frac{3}{\pi I_0 v_0 \xi^3}} \exp\left(\frac{a}{4\xi^2}\right). \quad (33)$$

5. Заключение

Итак, модель двухкомпонентного континуума со взаимодействием между компонентами, экспоненциально нарастающим с ростом относительной деформации, предсказывает петлеобразную зависимость (9) напряжения от деформации для материалов, содержащих растворенный водород. Это означает, что процесс водородного охрупчивания представляет собой фазовый переход первого рода и протекает через образование зародышей новой, охрупченной фазы. Построены термодинамическая и кинетическая теории этого процесса и вычислены его основные характеристики, в частности скорость образования зародышей охрупченной фазы (26), зависимость доли охрупченной фазы от времени (31) и время охрупчивания (33). В частности, для значений констант, примерно отвечающих таким материалам, как сталь или титан ($v_0 \sim 0.3$ eV, $\xi \sim 0.3$, $a \sim 1$,

$D_{\text{H}} \sim 10^{-10} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, $n_{\text{H}} \sim 10^{23} \text{ m}^{-3}$, $E_{\text{H}} \sim 0.3 \text{ eV}$,
 $\sigma \sim 0.3 \text{ J/m}^2$, $w_0 \sim 10^{-29} \text{ m}^3$, $a_0 \sim 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$), имеем
следующие оценки при $T = 300 \text{ K}$: $I_0 = 10^{11} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$,
 $I = 10^6 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, $t_0 \sim 3 \text{ s}$.

Список литературы

- [1] H.K. Birnbaum. In: Hydrogen embrittlement and stress corrosion cracking / Eds R. Giobala, R.F. Hehemann. Metals Park, Ohio (1984). P. 21.
- [2] S.M. Myers, M.I. Baskes, H.K. Birnbaum, J.W. Corbett, G.G. DeLeo, S.K. Estreicher, E.E. Haller, P. Jena, N.M. Hohnson, R. Kirchheim, S.J. Pearton, M.J. Stavola. Rev. Mod. Phys. **64**, 559 (1992).
- [3] G. Lu, E. Kaziras. Phys. Rev. Lett. **94**, 155 501 (2005).
- [4] М.А. Баранов, М.Ю. Дроздов, В.Г. Чудинов, В.Я. Баянкин. ЖТФ **70**, 4, 46 (2000).
- [5] Д.А. Индейцев, В.Н. Наумов, Б.И. Семенов. Механика тверд. тела **5**, 17 (2007).
- [6] D.A. Indeitzev, V.N. Semenov. Rev. Adv. Mater. Sci. **13**, 85 (2006).
- [7] Л.Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. Наука, М. (1978). 736 с.
- [8] В.П. Скрипов, А.В. Скрипов. УФН **128**, 193 (1979).
- [9] С.А. Кукушкин, А.В. Осипов. УФН **168**, 1084 (1998).