01

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ПЛАЗМА—МЕТАЛЛ

Н. А. Азаренков, А. Н. Кондратенко, К. Н. Остриков

Рассмотрено параметрическое возбуждение поверхностных волн (ПВ) на границе плазма—металл, распространяющихся поперек внешнего магнитного поля.

Для использования волноведущих структур плазма—металл в задачах плазменной электроники необходимо решать вопрос о способах их возбуждения. Так, в [1] рассматривалось возбуждение поверхностных волн (ПВ) на границе плазма—металл пучком заряженных частиц, а в [2] — параметрическое возбуждение ПВ при падении электромагнитной волны на пристеночный слой плазмы. Однако следует отметить, что теория параметрического возбуждения ПВ на границе плазма—металл развита менее полно, чем на границе плазмы с вакуумом, которой посвящен ряд работ, в частности [3-6]. Поэтому вопрос о параметрическом возбуждении ПВ на границе плазма—металл представляет интерес и является предметом настоящей статьи. Рассмотрим параметрическое возбуждение ПВ на границе плазма—металл, распространяющихся поперек внешнего магнитного поля, исследуем возможность стабилизации неустойчивости за счет самовоздействия рассматриваемых волн и истощения волны накачки.

Пусть холодная плазма занимает полупространство $x > 0$ и в плоскости $x=0$ ограничена идеально проводящей металлической поверхностью. Внешнее постоянное магнитное поле H_0 направлено вдоль оси z. В плазме возбуждено переменное электрическое поле частоты ω_0, направленное по нормали к поверхности,

$$\tilde{E}_x = E_0 \cos \omega_0 t. \quad (1)$$

Нас будет интересовать параметрическое возбуждение ПВ, распространяющихся поперек $\mathbf{H}_0$ (вдоль оси y). Зависимость всех волновых возмущений от координаты y и времени t выбираем в виде $\exp\,[i\,(ky-\omega t)]$. Плазму считаем плотной ($\Omega_e^2 \omega_e^{-2} \gg 1$, где Ω_e, ω_e — электронные плазменная и циклотронная частоты). Дисперсионные свойства и распределение полей этих волн в линейном по амплитуде поля приближении рассмотрены в [7]. ПВ существуют в диапазоных частот $\omega < \omega_i$, $\omega_l < \omega < \omega_e$, $\omega > \omega_h$ (ω_i — ионная циклотронная, $\omega_{l,\,h}$ — нижняя и верхняя гибридная частоты). Абсолютные значения волновых чисел и частоты ПВ связаны линейным дисперсионным соотношением $|k| = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_1}$, ε_1 — компонента тензора холодной магнитоактивной плазмы [7].

Поскольку рассматриваемые волны невзаимные [7], то распадные условия невозможно выполнить для волн из одного диапазона существования, поэтому будем рассматривать систему двух параметрически связанных волн из разных диапазонов частот в поле волны накачки (1). Для выполнения распадных условий $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$, $k_1 = -k_2$ необходимо, чтобы частота первой (высокочастотной (ВЧ)) волны ω_1 была близка к нижней гибридной, а для второй (низкочастотной (НЧ)) частоты ω_2 должно выполняться неравенство $\omega_2^2 \ll \omega_i^2$. При этом $k_1 = k_1(\omega_1) < 0$, а $k_2 = k_2(\omega_2) > 0$ [7].

Из системы уравнений квазигидродинамики и уравнений Максвелла при учете квадратичных по амплитудам взаимодействующих волн электронных и ионных нелинейностей для компонент электромагнитных полей параметрически связанных ПВ частот ω_1 и ω_2 получим

$$G^{(2)}(\mathbf{r},\ t) = \frac{1}{2}[G_2(x)\exp(i\Psi_2) + G_2^*(x)\exp(-i\Psi_2)],$$

$$G^{(2)} = (E^{(2)},\ H^{(2)}),\quad \Psi_2 = k_2 y - \omega_2 t,\quad H_{z2} = A_2 - \frac{2e\Omega_e E_0 A_1^*}{m_i V_A \delta\Omega_i\omega_e},$$

$$E_{y2} = -i\frac{V_A}{\Omega_i}\left[\left(k_2 - \frac{\omega_2}{V_A}\right)A_2 - \frac{2e\omega_2\Omega_e E_0 A_1^*}{m_i V_A^2\delta\omega_e\Omega_i}\right],$$

$$E_{x2} = \frac{e\omega_0\omega_i A_1^* E_0}{m_i V_A\delta^2\omega_2\omega_e\Omega_i} - \frac{k_2 V_A\omega_i}{\omega_2\Omega_i}H_{z2} - i\frac{\omega_2}{\omega_i}E_{y2} \tag{2}$$

(низкочастотной поверхностной волны), $\delta^2 = \omega_1^2(\omega_e\omega_i)^{-1} - 1$; Ω_i — ионная плазменная частота; m_i, m_e — массы ионов и электронов соответственно; $A_2 = E_2\exp(-\varkappa_2 x)$; $\varkappa_2 = \omega_2^2(\omega_i V_A)^{-1}$, V_A — альфвеновская скорость.

$$G^{(1)}(\mathbf{r},\ t) = \frac{1}{2}[G_1(x)\exp(i\Psi_1) + G_1^*(x)\exp(-i\Psi_1)],$$

$$G^{(1)} = (E^{(1)},\ H^{(1)}),\quad \Psi_1 = k_1 y - \omega_1 t,\quad H_{z1} = A_1 + \frac{e\omega_0\omega_1\omega_3^2\Omega_e^2 E_0 A_2^*}{2m_e c\omega_e^4\omega_i^2\Omega_i},$$

$$E_{y1} = -i\frac{c\omega_e}{\Omega_e^2}\left(k_1 + \frac{\Omega_i}{c}\delta\right)A_1 + i\frac{e\omega_0 A_2^* E_0}{2m_e c\omega_e^2},\quad E_{x1} = \frac{e\Omega_e^2\omega_0\omega_1 A_2^* E_0}{2m_e c\Omega_i^2\omega_e^3\delta^2} -$$

$$- \frac{k_1 c\omega_1}{\Omega_i^2\delta}H_{z1} + i\frac{\Omega_e^2\omega_1}{\Omega_i^2\omega_e\delta^2}E_{y1}, \tag{3}$$

$$A_1 = E_1\exp(-\varkappa_1 x),\quad \varkappa_1 = \frac{\Omega_e}{c\delta}$$

(высокочастотной поверхностной волны).

Из (2), (3) видно, что тангенциальные компоненты электрического поля возбуждаемых в поле волны накачки ПВ E_{y1} и E_{y2}, равные нулю на границе раздела плазма—металл ($x=0$), отличны от нуля в объеме плазмы. При свободном распространении этих волн $E_{y1} = E_{y2} = 0$ во всем объеме плазмы. Это позволяет утверждать, что в плазменном слое, ограниченном металлическими пластинками, появляется возможность управления фазовой скоростью рассматриваемых ПВ размерами слоя, которая ранее реализовывалась только в неоднородной плазме [8].

Удовлетворяя решения (2), (3) граничным условиям $E_{y2}(x=0) = E_{y1}(x=0) = 0$, получим следующие уравнения связи для амплитуд поверхностных волн в поле волны накачки:

$$(k_1 + \Omega_i\delta c^{-1})E_1 = \frac{e}{2m_e c^2}\frac{\Omega_e^2\omega_0}{\omega_e^3}E_0 E_2^*,$$

$$(k_2 - \omega_2 V_A^{-1})E_2 = \frac{2e\omega_2}{m_i V_A^2}\left(\delta\sqrt{\omega_e\omega_i}\right)^{-1}E_0 E_1^*.$$

Поскольку в линейном приближении ($E_0=0$) левые части этих уравнений обращаются в нуль, то, учитывая медленную зависимость амплитуд E_1 и E_2 от координаты y и времени t (замена $\omega_j \to \omega_j + (\partial/\partial t)$, $k_j \to k_j - (\partial/\partial y)$ [11], $j=1, 2$) и вводя слабую столкновительную диссипацию ($\nu_j \ll \omega_j$) ПВ, получим систему связанных уравнений для медленно меняющихся комплексных амплитуд возбуждаемых волн

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} - V_1\frac{\partial E_1}{\partial y} + \nu_1 E_1 = i\beta_1 E_2^* E_0,$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial t}+V_2\frac{\partial E_2}{\partial y}+\nu_2 E_2=i\beta_2 E_1^* E_0, \tag{4}$$

где $V_1 \simeq c\delta(\omega_1/\Omega_i)$, $V_2 \simeq V_A$ — групповые скорости, $\nu_{1,2}$ — декременты столкновительного затухания ВЧ и НЧ волн,

$$\beta_1=\frac{e}{2m_i V_A}\frac{\omega_0}{\omega_1}\delta, \quad \beta_2=\frac{2e}{m_i V_A}\frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{1}{\delta}$$

— коэффициенты параметрической связи волн частот ω_1 и ω_2.

Система (4) справедлива на начальной стадии развития неустойчивости, когда амплитуды возбуждаемых волн малы по сравнению с E_0 и их влиянием на волну накачки можно пренебречь. В противном случае система (4) должна быть дополнена динамическим уравнением для E_0.

В лабораторной системе координат взаимодействующие ПВ распространяются в разные стороны, следовательно, согласно [9], в системе может развиваться абсолютная неустойчивость встречных волн. Если искать решение (4) в виде $E_j=E_{j0}\exp\left[i(\varkappa y-\Omega t)\right]$, то получим дисперсионное уравнение для огибающей

$$D_1(\Omega,\ \varkappa)=(\Omega+\varkappa V_1+i\nu_1)(\Omega-\varkappa V_2+i\nu_2)+\beta_1\beta_2 E_0^2=0. \tag{5}$$

Из (5) для инкремента нарастания амплитуды огибающей находим

$$\gamma=\operatorname{Im}\Omega=\frac{V_1V_2}{V_1+V_2}\left[2\left(\frac{\beta_1\beta_2}{V_1V_2}\right)^{1/2}E_0-\left(\frac{\nu_1}{V_1}+\frac{\nu_2}{V_2}\right)\right]. \tag{6}$$

Рассматриваемая неустойчивость развивается, если амплитуда волны накачки превышает пороговое значение, определяемое равенством

$$2\left(\frac{\beta_1\beta_2}{V_1V_2}\right)^{1/2}E_0=\left(\frac{\nu_1}{V_1}+\frac{\nu_2}{V_2}\right). \tag{7}$$

Поскольку поле волны накачки (1) однородно во всем пространстве, то имеет смысл рассматривать временно́е развитие однородных в пространстве возмущений ($\varkappa=0$). При этом решение для мнимой части Ω имеет вид

$$\operatorname{Im}\Omega=-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}+\sqrt{\left(\frac{\nu_1-\nu_2}{2}\right)^2+\beta_1\beta_2E_0^2}. \tag{8}$$

Из (8) видно, что для развития неустойчивости ($\operatorname{Im}\Omega>0$) амплитуда волны накачки должна удовлетворять неравенству

$$E_0>E_{\text{пор}}=\frac{c}{e}\left(\frac{m_im_e}{2}\frac{\Omega_i}{\omega_2}\nu_1\nu_2\right)^{1/2}\left(\frac{|\omega_e|}{\Omega_e}\right)^{3/2}.$$

Если $H_0=1$ кЭ, $n_0=10^{12}$ см$^{-3}$, уровни диссипации $\nu_1\omega_1^{-1}=\nu_2\omega_2^{-1}\approx 0.2$, то пороговое значение $E_{\text{пор}}$ составляет ~ 12 кВ/см. При понижении уровня диссипации в системе $E_{\text{пор}}$ уменьшается. Так, при $\nu_1\omega_1^{-1}=\nu_2\omega_2^{-1}=0.05$ $E_{\text{пор}}=2$ кВ/см. Оценим величину инкремента (8). При $E_0\approx 10$ кВ/см, $\nu_i\omega_i^{-1}\approx 0.1$, $i=1,2$ и тех же параметрах H_0 и n_0 относительный инкремент $(\operatorname{Im}\Omega)\omega_0^{-1}$ составляет 0.002. Решение (6) имеет более широкую область применимости, чем (8), поскольку для его справедливости достаточно, чтобы область локализации поля волны накачки по y была много больше характерной длины нелинейного взаимодействия волн [9]. Если декремент затухания ВЧ ПВ (ν_1) значительно превышает декремент затухания НЧ ПВ (ν_2) и квадрат бесстолкновительного инкремента, т. е. $\nu_1\gg\nu_2$ и $\nu_1^2\gg 4\beta_1\beta_2E_0^2$, то можно получить выражение для инкремента диссипативной параметрической неустойчивости $\gamma=\beta_1\beta_2\nu_1^{-1}E_0^2$. В отсутствие диссипации инкремент (6) имеет вид

$$\gamma=2\sqrt{V_1V_2\beta_1\beta_2}\,(V_1+V_2)^{-1}E_0,$$

а инкремент временно́й задачи (8) $\gamma=\sqrt{\beta_1\beta_2}\,E_0$.

При исследовании насыщения параметрической неустойчивости, обусловленного самовоздействием возбуждаемых волн, будем считать, что амплитуда волны накачки поддерживается постоянной. Учитывая кубические по амплитудам возбуждаемых волн нелинейности типа $|A_j|^2 A_j$, $j=1, 2$ методом, изложенным в [10], учитывая каналы самовоздействия через вторую гармонику ($2\omega-\omega=\omega$) и через «нуль—движение» ($0+\omega=\omega$), из системы уравнений квазигидродинамики и уравнений Максвелла можно получить выражения для компонент полей ПВ (из-за громоздкости здесь не приводятся). Удовлетворяя затем полученные решения граничным условиям и производя, в полученных нелинейных уравнениях замену $\omega_j \to \omega_j+(\partial/\partial t)$ (временнáя задача), запишем систему уравнений для медленно меняющихся амплитуд E_1 и E_2 с учетом самовоздействия возбуждаемых волн

$$\frac{\partial E_1}{\partial t}+\nu E_1=i\beta_1 E_2^* E_0+i\xi_1|E_1|^2 E_1,$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial t}+\nu_2 E_2=i\beta_2 E_1^* E_0+i\xi_2|E_2|^2 E_2, \tag{9}$$

где ξ_1 и ξ_2 — коэффициенты самовоздействия волн.

Как известно [10], $\xi_k\sim\mu_{\alpha k}^2$, где $k=1, 2$, $\mu_{\alpha k}=V_{\alpha k}V_{\phi k}^{-1}\ll 1$ — параметр нелинейности; $V_{\alpha k}$ — скорость осцилляций частиц сорта α в поле k-й волны, $V_{\phi k}$ — фазовая скорость k-й ПВ. Можно показать, что основной вклад в насыщение неустойчивости вносит самовоздействие НЧ волны, поскольку при одинаковых амплитудах полей $\mu_1^2\ll\mu_2^2$. Поэтому приводим только выражение для коэффициента ξ_2

$$\xi_2=-\frac{1}{128}\frac{e^2}{m_i^2c^2}\frac{\omega_i^7}{(\omega_i^2-4\omega_2^2)^2\,\omega_2^5}\,b(\omega_2),$$

где $b(\omega_2)=18-45(\omega_2/\omega_i)-256(\omega_2/\omega_i)^2+270(\omega_2/\omega_i)^3+896(\omega_2/\omega_i)^4+360(\omega_2/\omega_i)^5$.

Для вычисления коэффициента ξ_2 использовался стандартный метод [10]. Во втором приближении по амплитуде поля волны были вычислены вторые гармоники ПВ и статические поверхностные возмущения. При этом учитывались как электронные, так и ионные нелинейности. В третьем приближении был вычислен нелинейный сдвиг частоты волны при взаимодействии со второй гармоникой ПВ (процесс $2\omega-\omega=\omega$) и со статическими поверхностными возмущениями (процесс $\omega+0=\omega$). Вклад обоих этих процессов в самовоздействие ПВ примерно одинаков. Детальное исследование эффекта самовоздействия ПВ выходит за рамки нашей статьи, и поэтому мы ограничились приведением результата для нелинейного сдвига частоты НЧ волны $\Delta\omega_{NL}=\xi_2|E_2|^2$.

Полагая в системе (9) $E_{1,2}=|E_{1,2}|\exp(i\theta_{1,2})$, $\theta=\theta_1+\theta_2$, получим систему уравнений для амплитуд и фаз возбуждаемых ПВ

$$\frac{\partial|E_{1,2}|}{\partial t}=-\nu_{1,2}|E_{1,2}|+\beta_{1,2}|E_{2,1}|E_0\sin\theta,$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=E_0\left(\beta_2\frac{|E_1|}{|E_2|}+\beta_1\frac{|E_2|}{|E_1|}\right)\cos\theta+\xi_1|E_1|^2+\xi_2|E_2|^2. \tag{10}$$

Из (10) находим выражения для уровней насыщения параметрической неустойчивости за счет самовоздействия

$$|E_2|^2_{\text{ст}}=\frac{\nu_1+\nu_2}{\xi_2}\sqrt{\frac{\beta_1\beta_2}{\nu_1\nu_2}E_0^2-1}\,,\quad |E_1|^2_{\text{ст}}=\frac{\beta_1\nu_1}{\beta_2\nu_2}|E_2|^2_{\text{ст}},$$

$$\sin^2\theta_{\text{ст}}=\nu_1\nu_2(\beta_1\beta_2E_0^2)^{-1}. \tag{11}$$

Самовоздействие волн может приводить к стабилизации неустойчивости, поскольку нелинейный сдвиг частоты приводит к рассогласованию условий пространственно-временнóго синхронизма [6].

Численные оценки, однако, показывают, что при амплитудах насыщения (11) приближение слабой нелинейности нарушается. Это говорит о том, что в рассматриваемой нами задаче самовоздействие возбуждаемых волн не является эффективным механизмом стабилизации неустойчивости. Поскольку уровни насыщения (11) довольно высоки, то, по-видимому, эффективным механизмом может стать истощение волны накачки. При исследовании истощения волны накачки считаем, что внешний источник энергии уже не компенсирует потери энергии волны накачки на возбуждение ПВ. При этом из-за поля волны накачки $\tilde{E}_x = E_0 \cos \omega_0 t$ в плазме существуют возмущения гидродинамической скорости частиц плазмы $v^{\sim}_{\alpha x0}$, $v^{\sim}_{\alpha y0}$. При достаточно больших амплитудах ПВ на частотах ω_1 и ω_2 в плазме будут существовать однородные вдоль y $(k_2 = -k_1)$ возмущения $\delta v_{\alpha 0}$ поверхностного типа на частоте ω_0, пропорциональные $E_1 E_2 \exp[-(\varkappa_1 + \varkappa_2)x]$. Подставляя эти возмущения в систему уравнений Максвелла, можно получить, что в плазме существует нелинейный отклик на частоте ω_0 поверхностного типа для компонент поля δE_{y0}, δE_{x0}, δH_{z0}. При этом тангенциальная составляющая электрического поля этого возмущения на границе с металлом должна обращаться в нуль. Отсюда при учете медленной зависимости E_0 от времени получим динамическое уравнение для медленно меняющейся амплитуды поля волны накачки

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} = i\beta_0 E_1 E_2, \tag{12}$$

где

$$\beta_0 = -\frac{e\Omega_i \omega_i^2}{2m_e c\omega_0 \delta \omega_2^2}\left[1 - \frac{1}{2\delta^2}\left(1 - \delta\frac{\omega_i}{\omega_2}\right)\right].$$

Рассмотрим решение системы уравнений (4) и (12) для временно́й задачи $(\partial/\partial y = 0)$ и в отсутствие диссипации $(\nu_j = 0,\ j = 1,\ 2)$. Полагая $E_j = |E_j| \times \exp(i\theta_j)$, $j = 0,\ 1,\ 2$, приходим к системе уравнений

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} = u_1 u_2 \sin\theta,$$

$$\frac{\partial u_{1,2}}{\partial t} = -u_{2,1} u_0 \sin\theta,$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \left[\frac{u_1 u_2}{u_0} - \frac{u_2 u_0}{u_1} - \frac{u_1 u_0}{u_2}\right]\cos\theta, \tag{13}$$

где $u_0 = \sqrt{\beta_1\beta_2}\,|E_0|$, $u_1 = \sqrt{\beta_0\beta_2}\,|E_1|$, $u_2 = \sqrt{\beta_1\beta_0}\,|E_2|$, $\theta = \theta_0 - \theta_1 - \theta_2$.

Можно получить решение системы (13) при начальных условиях $u_{00}u_{10}^{-1} \sim u_{00}u_{20}^{-1} \gg 1$, $u_{j0} = u_j(t = 0)$, $j = 0 - 2$ [11]

$$u_1 = \sqrt{u_{10}^2 + \sigma(t)},\quad u_2 = \sqrt{u_{20}^2 + \sigma(t)},\quad u_0 = \sqrt{u_{00}^2 - \sigma(t)}, \tag{14}$$

где

$$\sigma(t) = (\sigma_2 - \sigma_1)\,\mathrm{sn}^2[(\sigma_1 - \sigma_3)^{1/2} t + \varphi,\ K] + \sigma_1,$$

$$K = [(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)^{-1}]^{1/2},\quad \varphi = \mathrm{sn}^{-1}\left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2}\right)^{1/2},\ K\right],$$

$$\sigma_1 = u_{00}^2,\quad \sigma_{2,3} = -\frac{u_{10}^2 + u_{20}^2}{2} \pm \left[\left(\frac{u_{10}^2 + u_{20}^2}{2}\right)^2 - u_{10}^2 u_{20}^2 \sin^2\theta_0\right]^{1/2},$$

которое описывает периодический процесс перекачки энергии от волны накачки к возбуждаемым волнам и наоборот. Период перекачки определяется выражением

$$T_{NL} = \frac{4}{\omega_0}\int_0^1 ds\,[(1 - s^2)(1 - K^2 s^2)]^{-1/2}. \tag{15}$$

При $n_0 = 10^{12}$ см$^{-3}$, $H_0 = 1$ кЭ и отношении амплитуд $|E_0|\,|E_1|^{-1} = |E_0|\,|E_2|^{-1} = 100$ в начальный момент времени отношение периода нелинейной перекачки энергии к линейному периоду волны накачки $(T_L = 2\pi\omega_0^{-1})$ равно $T_{NL} T_L^{-1} \approx 7.6$.

Таким образом, в работе рассмотрено параметрическое возбуждение ПВ на границе плазма—металл, распространяющихся поперек внешнего магнитного поля. Показано, что в однородном в пространстве поле волны накачки возбуждаются две собственные волны системы из различных областей существования ПВ, распространяющиеся в различные стороны. Исследована начальная стадия абсолютной параметрической неустойчивости встречных волн. Приведены оценки для порога и относительного инкремента неустойчивости. Рассмотрена возможность насыщения неустойчивости за счет самовоздействия ПВ и истощения волны накачки. Показано, что второй механизм является более эффективным в рассматриваемом случае.

Авторы благодарны В. М. Куклину и Г. И. Загинайлову за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] *Азаренков Н. А., Остриков К. Н.* // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 12. С. 2393—2395.
[2] *Азаренков Н. А., Кондратенко А. Н., Костенко В. В.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 6. С. 564—566.
[3] *Алиев Ю. М., Ферленги Э.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. Вып. 5. С. 1623—1630.
[4] *Заборонкова Т. М., Кондратьев И. Г., Петров В. В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 10. С. 1479—1485.
[5] *Литвак А. Г., Миронов В. Л.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 9. С. 1281—1286.
[6] *Загинайлов Г. И., Куклин В. М.* // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 9. С. 1051—1056.
[7] *Азаренков Н. А., Кондратенко А. Н., Мельник В. Н., Олефир В. П.* // РЭ. 1985. Т. 30. № 11. С. 2195—2201.
[8] *Азаренков Н. А., Кондратенко А. Н., Остриков К. Н.* / Тр. II Всесоюз. школы-семинара «Взаимодействие электромагнитных волн с полупроводниками и полупроводниково-диэлектрическими структурами». Саратов, 1988. Ч. 2. С. 67—68.
[9] *Горбунов Л. М.* // ЖЭТФ. 1974. Т. 67. Вып. 4. С. 1386—1400.
[10] *Кондратенко А. Н.* Плазменные волноводы. М.: Атомиздат, 1976. 232 с.
[11] *Вильгельмссон Х., Вейланд Я.* Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М.: Энергоиздат, 1981. 224 с.

Харьковский
государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило в Редакцию
25 ноября 1988 г.
В окончательной редакции
6 апреля 1989 г.