01; 11

К ТЕОРИИ ПРИЭЛЕКТРОДНОГО СЛОЯ С НЕМОНОТОННЫМ ХОДОМ ПОТЕНЦИАЛА

В. Н. Сидельников

Анализируется ход потенциала в приэлектродном слое в бесстолкновительном приближении. Распределения электронов и ионов на границах с электродом и с плазмой представлены в виде максвелловских функций, а распределение ионов, летящих из плазмы, ускорено на переходном слое в плазме на $\varphi_0 \simeq 0.1$ эВ. Для немонотонного барьера, задерживающего электроны, летящие из плазмы, получена простая интерполяционная формула.

Для корректного описания хода потенциала в приэлектродном слое дугового режима необходимо решение кинетической задачи, так как толщина приэлектродного слоя порядка дебаевского радиуса экранирования ($r_d \sim 10^{-4}$ см) много меньше длин свободного пробега ионов и электронов ($l_{e,i} \sim 10^{-3}$ см). Малость отношения r_d/l_e позволяет пренебречь столкновениями при упрощенном описании приэлектродного слоя [1-3]. Трудности, возникающие при построении моделей приэлектродного слоя, связаны прежде всего с некорректностью граничного условия на краю плазмы [4, 5]. Это затруднение в настоящее время преодолевается путем обрезания энергетического спектра ионов, летящих из плазмы в интервале энергий $(0, \varphi_0)$ [2]. Обусловливается это ускорением ионов на электрическом поле, проникающем в квазинейтральную плазму, причем падение потенциала в переходном слое составляет $\sim kT_e/2e$ [1]. Выбор энергии φ_0, однако, требует дальнейшего уточнения и обоснования. Возможность получения напряженности электрического поля на поверхности электрода из уравнения Пуассона в аналитическом виде (первый интеграл) стимулировала появление различных вариантов критерия виртуальности [3], а не детального анализа хода потенциала в приэлектродном слое. Более полный анализ приэлектродных явлений возможен с помощью самосогласованной модели одномерного бесстолкновительного слоя. Зададим распределение электронов и ионов на границах приэлектродного слоя с электродом и с плазмой (рис. 1) в виде максвелловских функций, учитывая отражение заряженных частиц от потенциальных барьеров и возможный захват в потенциальных ямах (функции распределения захваченных частиц в потенциальных ямах будем считать максвелл-больцмановскими [1, с. 402])

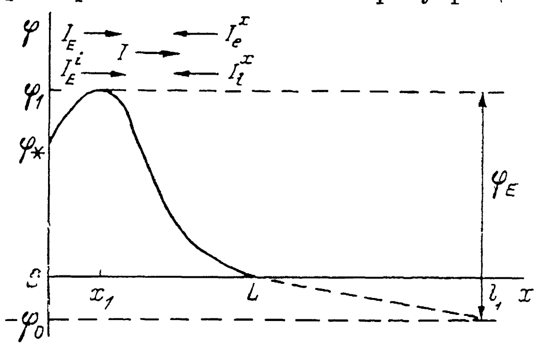

Рис. 1. Ход потенциала в приэлектродном слое.

$$f_e = \frac{m_e I_E e^{-V_x^2/V_{0e}^2}}{ekT}\,\theta\left(V_x + \sqrt{\frac{2e(\varphi_1 - \varphi_*)}{m_e}}\right), \quad x = 0, \tag{1}$$

$$f_i = \frac{m_i I_E^i e^{-V_x^2/V_{0i}^2}}{ekT}\,\theta\left(V_x + \sqrt{\frac{2e\varphi_*}{m_i}}\right), \quad x = 0, \tag{2}$$

$$f_e = \frac{m_e I_e^x e^{-V_x^2/V_{0e}^2}}{ekT_e} \theta\left(\sqrt{\frac{2e\varphi_1}{m_e}} - V_x\right), \quad x = L, \tag{3}$$

$$f_i = \frac{m_i I_i^x e^{-V_x^2/V_{0i}^2}}{ekT} \theta\left(-\sqrt{\frac{2e\varphi_0}{m_i}} - V_x\right), \quad x = L. \tag{4}$$

Индексы e, i, E, x означают электрон, ион, эмиттер, хаотический, n — плотность частиц, φ — потенциал, f — функция распределения по скоростям, L — толщина приэлектродного слоя, I — ток, $\theta(z)=1$ при $z>0$ и $\theta(z)=0$ при $z<0$, $V_0=\sqrt{2kT/m}$, V_x — проекция скорости частицы на ось x, T — температура электрода.

Функции распределения по скоростям в бесстолкновительном приближении удовлетворяют кинетическим уравнениям, а потенциал — уравнению Пуассона [1, c. 338]

$$V_x \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{e}{m_i} \frac{d\varphi}{dx} \frac{\partial f_i}{\partial V_x} = 0, \quad 0 < x < L, \tag{5}$$

$$V_x \frac{\partial f_e}{\partial x} - \frac{e}{m_e} \frac{d\varphi}{dx} \frac{\partial f_e}{\partial V_x} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 4\pi e (n_i - n_e), \tag{7}$$

$$n_i = \int_{-\infty}^{\infty} f_i dV_x, \quad n_e = \int_{-\infty}^{\infty} f_e dV_x. \tag{8}$$

Уравнения (5), (6) имеют решение в виде функций, зависящих от полных энергий ионов и электронов в электрическом поле, а соотношения (8) позволяют получить выражения для плотностей электронов и ионов, эмиттированных с электрода и из плазмы перед и за потенциальным барьером (рис. 1)

$$n_e^E = \begin{cases} \dfrac{2I_E}{e\vartheta} F_+(\Phi_1 - \Phi)\, e^{\Phi_* - \Phi}, & 0 < x < x_1, \\ \dfrac{2I_E}{e\vartheta_i} F_-(\Phi_1 - \Phi)\, e^{\Phi_* - \Phi}, & x_1 < x < L, \end{cases} \tag{9), (10}$$

$$n_i^E = \frac{2I_E^i}{e\vartheta} F_+(\Phi)\, e^{\Phi - \Phi_*}, \quad 0 < x < L, \tag{11}$$

$$n_e^x = \begin{cases} \dfrac{2I_e^x}{e\vartheta_e} F_+(\Phi_1^e - \Phi^e)\, e^{-\Phi_e}, & x_1 < x < L, \\ \dfrac{2I_e^x}{e\vartheta_e} F_-(\Phi_1^e - \Phi^e)\, e^{-\Phi_e}, & 0 < x < x_1, \end{cases} \tag{12), (13}$$

$$n_i^x = \frac{2I_i^x}{e\vartheta_i} F_-(\Phi + \Phi_0)\, e^{\Phi + \Phi_0}, \quad 0 < x < L. \tag{14}$$

Здесь $\Phi = e\varphi/kT$, $\Phi_e = e\varphi/kT_e$, $\Phi_0 = e\varphi_0/kT$, $\vartheta = \sqrt{8kT/\pi m}$, $I_x = en\vartheta/4$, $F_\pm(z) = 1 \pm \mathrm{erf}(z)$, $\mathrm{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz$.

Граничные условия для потенциала задаются на электроде и на краю плазмы ($\varphi=\varphi_*$ при $x=0$ и $\varphi=0$ при $x=L$). Градиент потенциала на краю плазмы $d\varphi/dx = -(\varphi_0/l_i)$, отсюда определяется толщина приэлектродного слоя L (в работе [6] для определения L использовалось условие $d\varphi/dx=0$). Условие квазинейтральности на краю плазмы $n_i - n_e = 0$ позволяет определить хаотический ток ионов I_i^x. Граничное условие на краю плазмы

$$\frac{d(n_i - n_e)}{dx} = 0, \tag{15}$$

которое является модификацией критерия Бома $(d(n_i - n_e))/d\varphi \geqslant 0$, позволяет определить величину энергии φ_0. Кроме того, условие (15) представляет собой естественное обобщение условия квазинейтральности (переход к квазинейтральности на краю плазмы должен быть плавным). Условие баланса потоков электронов (рис. 1)

$$I = I_E e^{-P} - I_e^x e^{-R} \tag{16}$$

позволяет определить ток эмиссии электронов через I и I_e^x. Здесь $P = \max(0, \Phi_1 - \Phi_*)$, $R = \min(\Phi_*^e, \Phi_1^e)$. Таким образом, основными параметрами решаемой задачи являются T, T_e, φ_*, I, I_e^x и I_i^E, в конечном итоге определяющими значения величин φ_0, L и φ_1.

Уравнение (7) решалось конечно-разностным методом [7]. Решение на сетке с 50 счетными узлами обеспечивало погрешность не хуже 2 %, что определялось из варьирования количества счетных узлов. Величины I_i^x, φ_0 и L определялись путем удовлетворения соответствующим граничным условиям на краю плазмы с помощью метода нижней релаксации. Анализ расчетных данных для немонотонного хода потенциала в приэлектродном слое позволил получить приближенное значение величины энергии φ_0, которое $\simeq 0.7\,(k/e)T$, что численно согласуется с [1]. Кроме того, было установлено, что немонотонный ход потенциала в приэлектродном слое становится при $\left.\frac{n_e^x}{n_e^E}\right|_{x=L} \simeq 2.5$, т. е. при условии, что в плазме доля эмиссионных электронов становится больше — ~ 30 %. Критерий Ленгмюра возникновения виртуальности

$$\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\,\frac{I_i^x}{I_E} = \frac{n_e^x + n_e^E}{\dfrac{n_e^E}{F_-(\Phi_*)\,e^{\Phi_*}}} \simeq \frac{3.5}{1 + \sqrt{\pi\Phi_*}} \simeq 1 \tag{17}$$

удовлетворяется с 50%-ной точностью при $\Phi_* \simeq 0.5$—5.

Значение φ_0 определено, а величину задерживающего барьера φ_1 можно определить из первого интеграла уравнения Пуассона (7), который берется аналитически. Интеграл от левой части уравнения (7) от L до x_1 равен разности квадратов напряженностей электрического поля на краю плазмы и в точке x_1 (максимум потенциала), которые можно положить равными нулю. Тогда получим уравнение

$$I_i^x \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\,h_1 + I_i^E \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\,h^+ - I_e^E h^- - I_e^x \sqrt{\frac{T_e}{T}}\,h_e^+ = 0, \tag{18}$$

$$h^- = F_-(\Phi_1)\,e^{\Phi_1} + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\Phi_1} - 1, \tag{19}$$

$$h^+ = F_+(\Phi_1) - \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\Phi_1} + 1\right)e^{-\Phi_1}, \tag{20}$$

$$h_1 = h^-(\Phi_1 + \Phi_0) - h^-(\Phi_0), \tag{21}$$

$$h = \frac{h_1}{F_+(\Phi_0)\,e^{\Phi_0}}. \tag{22}$$

Условие квазинейтральности на краю плазмы имеет следующий вид:

$$I_E F_-(\Phi_1)\,e^{\Phi_*} + I_e^x \sqrt{\frac{T}{T_e}}\,F_+(\Phi_1^e) - I_E^i \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\,e^{-\Phi_*} -$$

$$- I_i^x \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\,F(\Phi_0)\,e^{\Phi_0} = 0. \tag{23}$$

Подставим I_i^x из (23) в (18), а затем I_E из (16). Получим

$$\frac{I}{I_e^x} = \sqrt{\frac{T}{T_e}}\,\frac{F_+(\Phi_1^e) - \dfrac{T_e}{T}\,\dfrac{h_e^+}{h}}{\dfrac{h^-}{h} - F_-(\Phi_1)\,e^{\Phi_1}} - e^{-\Phi_1^e} +$$

$$+\frac{I_E^i}{I_e^x}\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\,\frac{\frac{h^+}{h}-e^{-\Phi_1}}{\frac{h^-}{h}-F_-(\Phi_1)\,e^{\Phi_1}}\,e^{\Phi_1-\Phi_*}. \tag{24}$$

Уравнение (24) позволяет получить однозначную связь величин I/I_e^x, T_e/T и Φ_1, приведенную на рис. 2 (для дугового режима характерны параметры компенсации $\alpha=(I_E^i/I_E)\sqrt{m_i/m_e}\leqslant 10^{-2}$, поэтому учет последнего слагаемого в (24) существенного влияния на решение не оказывает). Учитывая, что в дуговом режиме для эмиттера и коллектора $-1\leqslant I/I_e^x\leqslant 1$, можно по приведенным на рис. 2 кривым получить интерполяционную формулу для величины немонотонного потенциального барьера, задерживающего плазменные электроны

$$\Phi_E=\Phi_0+\Phi_1\simeq 0.7+0.08\left(1+\frac{I}{I_e^x}\right)^2\left(\frac{T_e}{T}\right)^3,\quad 0<\frac{T_e}{T}\leqslant 5. \tag{25}$$

Погрешность интерполяции кривых рис. 2 формулой (25) возрастает с ростом T_e/T, но не превышает ~ 50 %. При $\varphi_*<\varphi_1$ ход потенциала в приэлектродном скачке немонотонен, а при $\varphi_*>\varphi_1$ монотонен. В формуле (25) учтено, что на промежуточном слое в плазме падение потенциала составляет $\Phi_0\simeq 0.7$. Первое слагаемое в (25) $\sim\Phi_0$, а второе (это следует из решения уравнения (24) для разных значений Φ_0)

$$\Phi_1\sim\left(\frac{1}{\Phi_0+0.02}\right)^{3/4}\sim\Phi_0^{-3/4}. \tag{26}$$

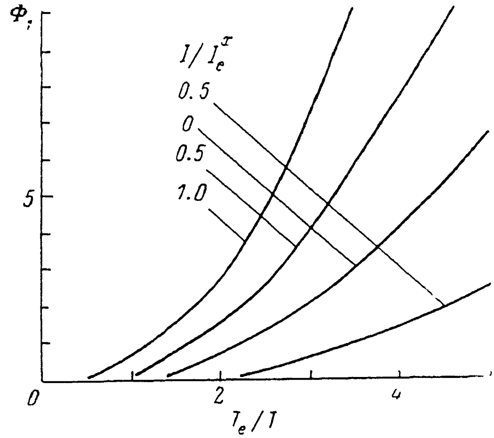

Рис. 2. Влияние температуры электронов и проходящего тока на величину задерживающего барьера.

При $T_e/T\simeq 1.5$ оба слагаемые в формуле (25) по величине одного порядка, и варьирование Φ_0 в интервале 0.3—1.5 существенного влияния на величину барьера φ_E не оказывает. Характерное значение величины барьера у эмиттера составляет $\varphi_E\simeq 0.2$ эВ при $T=2000$ К и $\varphi_E\simeq 0.4$ эВ при $T=1000$ К, т. е. с понижением температуры эмиттера величина барьера возрастает. Таким образом, немонотонный ход потенциала характерен для малых приэлектродных скачков. Из (26) можно, однако, сделать вывод, что использование некорректного условия $\Phi_0=0$ (как это полагалось в ранних моделях немонотонного приэлектродного скачка) приводило к завышению величины немонотонного барьера на порядок.

Учет немонотонности хода потенциала приэмиттерного скачка в численной модели термоэмиссионного преобразователя TOR приводит к сдвигу точек затрудненного режима вольт-амперной характеристики (т. е. участка вольтамперной характеристики ниже верхней точки перегиба) на $\Delta V\leqslant 0.05$ В [8]. Столь слабое влияние немонотонности приэмиттерного скачка обусловливается тем, что проигрыш в напряжении на приэлектродном скачке компенсируется ростом температуры электронов у эмиттера из-за разогрева на ускоряющем эмиссионные электроны скачке и ростом плотности плазмы в зазоре, приводящем к снижению величины падения потенциала в плазме. Для приколлекторного скачка имеем $I/I_e^x\simeq -1$, из формулы (25) следует, что величина немонотонного приколлекторного барьера для плазменных электронов может составлять $\varphi_c\simeq 0.7\,(k/e)T_c\simeq 0.06$ эВ, т. е. существенно меньше приэмиттерного барьера.

Автор выражает благодарность Ф. Г. Бакшту, Г. А. Дюжеву, В. З. Кайбышеву и А. Я. Эндеру за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма / Под ред. Б. Я. Мойжеса, Г. Е. Пикуса. М.: Наука, 1973. 480 с.

[2] *Main G. L., Lam S. H.* // Intersoc. Energy Conversion Eng. Conf. 1983. P. 215—220.

[3] *Lundgren L.* // J. Appl. Phys. 1983. Vol. 54. N 8. P. 4354—4358.

[4] *Бакшт Ф. Г., Юрьев В. Г.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 5. С. 905—944.

[5] *Щербинин П. П.* // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 12. С. 2490—2500.

[6] *Бакшт Ф. Г., Бородин В. С., Журавлев В. Н., Рутберг Ф. Г.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 12. С. 2296—2305.

[7] Численные методы динамики вязкой жидкости / Под ред. Б. Я. Кузнецова. Новосибирск. 1979. С. 160—168.

[8] *Сидельников В. Н.* Препринт ФЭИ. № 1822. Обнинск, 1986. 13 с.

Поступило в Редакцию
19 мая 1988 г.
В окончательной редакции
20 марта 1989 г.