

10

© 1990 г.

ВОЗБУЖДЕНИЕ ГОФРИРОВАННОЙ ВАКУУМНОЙ КАМЕРЫ ПУЧКОМ ПРОТОНОВ

П. Т. Пашков

Получена формула для продольного импеданса вакуумной камеры протонного синхротрона, состоящей из коротких гофрированных секций, отделенных друг от друга гладкими вставками. Показано, что при периодическом расположении гофрированных секций он представляет собой суперпозицию нескольких достаточно узких резонансов. В качестве примера рассчитан продольный импеданс вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ. Результат расчета объясняет сложную структуру спектров СВЧ излучения, полученных экспериментально на ускорителе.

Введение

На ускорителе ИФВЭ при превышении уровня интенсивности $\sim 10^{10}$ протонов в сгустке наблюдается увеличение продольного фазового объема ускоренного пучка протонов из-за продольной неустойчивости, развивающейся в пучке вблизи критической энергии [1]. Одной из основных причин неустойчивости, по-видимому, является гофрированная вакуумная камера ускорителя, которая может эффективно замедлять возбуждаемые в ней электромагнитные волны.

Продольный импеданс вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ исследовался в работе [2]. В ней определена верхняя граница величины продольного импеданса из анализа полностью гофрированной камеры. Там же была найдена и минимальная величина импеданса в результате представления вакуумной камеры в виде коротких гофрированных секций, хаотично распределенных вдоль азимута ускорителя.

Гофрированные секции реальной вакуумной камеры в основном жестко связаны с блоками кольцевого электромагнита, расположенными в соответствии с магнитной структурой ускорителя. Поэтому в настоящей работе исследуется случай вакуумной камеры с периодическим расположением гофрированных секций. Показано, что продольный импеданс такой камеры представляет собой серию узкополосных резонансов. Рассчитан также вариант камеры с расположением гофрированных секций, близким к существующему в ускорителе ИФВЭ. Полученные расчетные данные находятся в хорошем качественном согласии с результатами исследования на ускорителе спектров СВЧ излучения, сопровождающего продольную неустойчивость [1].

Основные характеристики холодной вакуумной камеры

Рассчитаем основные характеристики цилиндрической гофрированной вакуумной камеры в отсутствие пучка протонов, считая ее бесконечно протяженной и однородной в продольном направлении, а материал, из которого изготовлены стенки камеры, будем пока считать идеально проводящим. Предположим, кроме этого, что размеры гофра — его период D и высота τ много меньше длины волны электромагнитного поля в камере λ . В таком случае, как известно (см. например, [3]), можно при расчете характеристик холодной камеры не учитывать высшие пространственные гармоники поля. Ограничиваясь в дальнейшем

рассмотрением осесимметричной волны E -типа, запишем компоненты основной (нулевой) гармоники поля в виде

$$\begin{aligned} E_z &= EJ_0(\alpha r) e^{-i\omega t + ikz}, \\ E_r &= -\frac{ik}{\alpha} EJ_1(\alpha r) e^{-i\omega t + ikz}, \\ H_\varphi &= -\frac{i\omega}{c\alpha} EI_1(\alpha r) e^{-i\omega t + ikz}, \end{aligned} \quad (1)$$

где E — амплитуда электрического поля на оси камеры (при $r=0$), c — скорость света, $k=2\pi/\lambda$ — волновой вектор, ω — угловая частота, $\alpha^2=k^2-(\omega/c)^2$. I_j — модифицированные функции Бесселя.

Уравнение дисперсии или зависимость частоты от фазовой скорости волны $v_\phi = \omega/k$ можно получить, воспользовавшись импедансным граничным условием на гладкой цилиндрической поверхности $r=b$, проведенной внутри камеры и касающейся гофров. В случае ускорителя ИФВЭ, например, сечение гофра вакуумной камеры можно представить в виде двух сопряженных полуокружностей радиуса $D/4$. Усредняя каждую из этих полуокружностей на полупериоде гофра и заменяя реальный гофр эквивалентным прямоугольным с высотой $\tau = D/\pi$, а затем используя формулу для импеданса Z_s гофрированной поверхности с прямоугольной формой гофра, приведенную в [3],

$$Z_s = \frac{id}{D} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c} \tau\right), \quad (2)$$

где d — ширина канавки, получим с учетом соотношений (1) для компонент поля E_z и H_φ искомое уравнение дисперсии

$$\frac{I_0(\alpha b)}{I_1(\alpha b)} = \frac{d\omega \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c} \tau\right)}{c\alpha D}. \quad (3)$$

С помощью уравнения (3) нетрудно рассчитать критическую частоту волновода $\omega_{кр}$. Устремляя длину волны поля в волноводе к бесконечности, а также считая глубину гофров τ малой по сравнению с радиусом камеры b ($\tau/b \ll 1$), найдем с помощью (3) соотношение для $\omega_{кр}$

$$\omega_{кр} \approx \frac{2.405c}{b} \left(1 - \frac{d}{\pi b}\right), \quad (4)$$

откуда видно, что в рассматриваемом случае критическая частота гофрированного волновода мало отличается от критической частоты круглого гладкого волновода того же диаметра.

Найдем теперь нижнюю частотную границу для медленных волн ω_n , полагая $v_\phi = c$. Заменяя функции Бесселя их значениями для малых аргументов $I_0=1$, $I_1=\alpha b/2$ и считая по-прежнему малой глубину гофров τ , имеем из (3)

$$\omega_n \approx c \sqrt{\frac{2\pi}{bd}}, \quad (5)$$

откуда для вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ ($b=7.4$ см, $D=1.1$ см, $\tau=0.35$ см, $d/D=1/2$) получается значение граничной частоты, близкое к 6 ГГц.

Из уравнения дисперсии волн (3) нетрудно также получить формулу для групповой скорости волны $v_{гр}$. Продифференцировав по ω левую и правую части уравнения (3), после несложных преобразований получим

$$v_{гр}^{-1} = \frac{v_\phi}{c^2} + \frac{d}{cbkD} \frac{I_1^2(\alpha b)}{I_1^2(\alpha b) - I_0(\alpha b) I_2(\alpha b)} \left(\operatorname{tg} \frac{\omega\tau}{c} + \frac{\omega\tau}{c \cos^2 \frac{\omega\tau}{c}} \right). \quad (6)$$

В случае гладкого волновода ($\tau=0$ или $d=0$) выражение (6) сводится к известному из теории волноводов соотношению $v_{гр}v_\phi=c^2$. При $v_\phi \rightarrow c$ вместо (6) получается следующая формула:

$$v_{гp} \approx c \left(1 - 4 \frac{\tau d}{bD} \right). \quad (7)$$

В частности, для параметров вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ имеем отсюда $v_{гp} = 0.9 c$.

Дисперсионная зависимость $\omega(k)$ представлена на рис. 1. Она рассчитана с помощью уравнения (3) для параметров вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ, приведенных выше. Начальный участок кривой совпадает с дисперсионной характеристикой круглого гладкого волновода радиуса b . Однако при $k = 1.2 \text{ см}^{-1}$ дисперсионная кривая пересекает прямую линию $v_{\phi} = c$, а при дальнейшем увеличении частоты она проходит ниже этой прямой, что говорит о возможности распространения в системе медленных волн с $v_{\phi} < c$.

До сих пор мы пренебрегали потерями энергии в стенках, считая проводимость материала, из которого изготовлена камера ускорителя, бесконечной.

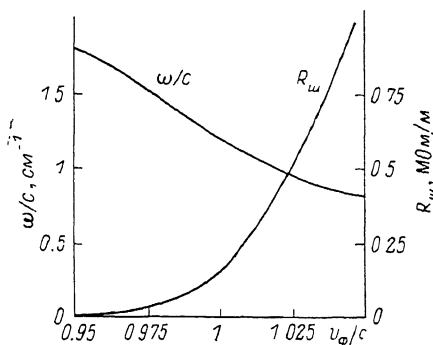
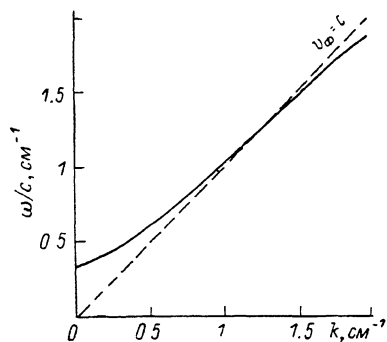


Рис. 1. Дисперсионная характеристика гофрированной вакуумной камеры.

Рис. 2. Шунтовой импеданс и резонансная частота гофрированной вакуумной камеры в зависимости от фазовой скорости волны.

На самом деле электромагнитное поле проникает в толщу металла на глубину скин-слоя δ и волновой вектор k оказывается комплексной величиной ($k = k_0 + i\alpha$, где α — коэффициент затухания электромагнитной волны, k_0 — действительная величина). Для определения коэффициента α дополним импедансное условие на границе (2) приближенным граничным условием Леоновича, усредненным по периоду гофра. В результате получим соотношение, которому должно удовлетворять поле на граничной поверхности,

$$E_z(xb) \approx \left(-\frac{\pi\omega\delta}{4c} + i \frac{d}{D} \operatorname{tg} \frac{\omega\tau}{c} \right) H_{\varphi}(xb), \quad (8)$$

фактически совпадающим с граничным условием, полученным в работе [2]. Считая затухание волны достаточно слабым ($\alpha \ll k_0$), представим параметр x в виде

$$x = x_0 + i \frac{\alpha k_0}{z_0}, \quad (9)$$

где x_0 — значение x для идеально проводящего волновода (при $\alpha = 0$).

Воспользовавшись затем граничным условием (8) с учетом соотношений (1), (3) и (9), получим формулу для коэффициента затухания α

$$\alpha = \frac{\pi\omega^2\delta}{4c^2k_0b} \frac{I_1^2(x_0b)}{I_1^2(x_0b) - I_0(x_0b)I_2(x_0b)}, \quad (10)$$

которую можно упростить при $v_{\phi} \rightarrow c$, заменив функции Бесселя их значениями для малых аргументов; в результате вместо (10) получается следующее выражение:

$$\alpha = \frac{\pi\omega^2\delta}{2c^2k_0b}. \quad (11)$$

Зная коэффициент затухания электромагнитной волны α , нетрудно получить формулу для одной из важнейших характеристик волновода — его шунтового импеданса $R_{ш}$, определяемого обычно выражением

$$R_{ш} = \frac{E^2}{2Pa}, \quad (12)$$

где P — средняя за период поля мощность, проходящая через поперечное сечение волновода,

$$P = \frac{c}{4} \int_0^b E_r H_\varphi^* r dr. \quad (13)$$

Проинтегрировав (13) и подставив результат в определение импеданса (12), получим с учетом соотношения (10) для коэффициента затухания α явный вид формулы для $R_{ш}$

$$R_{ш} = \frac{16c^2 \kappa_1^2}{\pi \omega^3 b \delta l_1^2(\kappa_1 b)}. \quad (14)$$

Результат расчета шунтового импеданса с помощью формулы (14) для параметров гофрированной вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ (проводимость материалов стенок σ полагалась при расчете равной $1.4 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$) представлен на рис. 2. Там же дана зависимость частоты ω от фазовой скорости волны v_ϕ . Отметим, что представленные здесь расчетные данные хорошо согласуются с аналогичными зависимостями, полученными при измерении СВЧ характеристик отрезка гофрированной вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ [4]. Как видно из рис. 2, величина шунтового импеданса монотонно нарастает с увеличением фазовой скорости волны, что обусловлено характером распределения продольного электрического поля по поперечному сечению камеры. Если $v_\phi > c$, то продольное поле E_z , описываемое функцией Бесселя $J_0(\kappa r)$, достигает максимума в центре камеры, причем величина этого максимума уменьшается при $v_\phi \rightarrow c$ в соответствии с граничным условием (8). Продольное поле медленной волны, напротив, достигает в центре камеры минимума. По мере уменьшения фазовой скорости волны электромагнитное поле все более концентрируется вблизи стенок волновода и волна становится поверхностной. По этой причине эффективное взаимодействие пучка с медленной электромагнитной волной в гофрированной вакуумной камере возможно лишь в ультрарелятивистском случае, когда фазовая скорость волны близка к скорости света.

Продольный импеданс гофрированной секции

Рассчитаем продольную составляющую E_z электрического поля в изолированной гофрированной секции длиной L при наличии в ней пучка протонов радиуса a , распространяющегося вдоль оси секции со скоростью v . В электродинамике СВЧ для решения задач, связанных с возбуждением волноводов, например при расчете приборов типа лампы бегущей волны, широко применяется лемма Лоренца. Она позволяет сравнительно легко рассчитать продольное электрическое поле в замедляющей системе, возбуждаемое в ней пучком заряженных частиц, если решена более простая задача — найдено поле в холодной системе. Мы воспользуемся для поля E_z выражением, полученным с помощью леммы Лоренца в работе [5],

$$E_z = -\frac{1}{2} \sum_s R_{ш}^s \alpha_s f_s J_0(\kappa_s r) \int_{z_0}^{z_0+L} e^{ik_s |z-z'|} J(z') dz' + \frac{4\pi}{i\omega} f(r) J(z), \quad (15)$$

в котором суммирование производится по всем собственным волнам холодного волновода, а координаты z_0 и z_0+L соответствуют краям гофрированной секции. Все характеристики s -й собственной волны имеют обозначения, принятые в предыдущем разделе, но с добавлением индекса s . Кроме этого, в формуле (15)

через $J(z)$ обозначен ток пучка, $f(r)$ — распределение частиц в поперечном сечении пучка, нормированное соотношением

$$2\pi \int_0^a f(r) r dr = 1, \quad (16)$$

а величина f_s дается формулой

$$f_s = 2\pi \int_0^a I_0(z_s r) f(r) r dr. \quad (17)$$

Ниже мы ограничимся рассмотрением достаточно узкого пучка, для которого выполняется условие $\lambda \gg 2\pi a/\gamma$, где γ — релятивистский фактор. В таком случае из (17) получается $f_s \approx 1$.

Подставим в (15) в качестве тока пучка гармонику $J = J_n e^{i(n/\bar{R})z}$, где J_n — комплексная амплитуда гармоники, \bar{R} — средний радиус ускорителя, n — целое число. Выделяя затем из суммы по s резонансную волну ($s=s_0$) с фазовой скоростью, близкой к скорости пучка, а также усредняя по поперечному сечению пучка получившееся выражение для продольного электрического поля, получим

$$\langle E_z \rangle \approx \frac{R_m a I}{2} \frac{1 - e^{i(k - \frac{n}{\bar{R}})(z - z_0)}}{i(k - \frac{n}{\bar{R}})} + \frac{4\pi \Gamma J}{i\omega S}, \quad (18)$$

где для упрощения записи опущен индекс s_0 у величин, характеризующих резонансную волну. Величина S в (18) дается соотношением

$$S = \left(2\pi \int_0^a f^2(r) r dr \right)^{-1}, \quad (19)$$

отсюда, в частности, следует, что при равномерном распределении ($f = \text{const}$) она равна площади поперечного сечения пучка $S = \pi a^2$. Параметр Γ , называемый в литературе коэффициентом депрессии продольного кулоновского взаимодействия, определен выражением

$$\Gamma = 1 - \frac{i\omega S}{8\pi} \sum_{s \neq s_0} R_m^s \alpha_s \left[\frac{1 - e^{i(\frac{n}{\bar{R}} - k_s)(z_0 - z)}}{i(\frac{n}{\bar{R}} - k_s)} - \frac{1 - e^{i(\frac{n}{\bar{R}} + k_s)(z_0 + L - z)}}{i(\frac{n}{\bar{R}} + k_s)} \right]. \quad (20)$$

В случае узкого пучка, представляющего наибольший практический интерес, можно получить более простое по сравнению с (20) выражением для коэффициента Γ [5]

$$\Gamma = \frac{n^2 a^2}{2R^2 \gamma^2} \left(\ln \frac{1.12 R \gamma}{na} + \frac{1}{4} \right). \quad (21)$$

При анализе продольной устойчивости пучка, взаимодействующего с окружающим его оборудованием ускорителя, используется величина продольного импеданса Z_n , определяемого с помощью соотношения

$$Z_n(\omega) = -\frac{1}{J_n} \int_0^{2\pi \bar{R}} \langle E_z(\omega) \rangle e^{-i\frac{n}{\bar{R}}z} dz. \quad (22)$$

Основной вклад в величину импеданса Z_n обычно дают паразитные резонансные элементы, например различные полости, где располагается необходимое оборудование ускорителя. Собственные частоты таких паразитных возмущений ограничены, как правило, диапазоном, простирающимся от десятков до сотен мегагерц. При использовании в ускорителе гофрированной вакуумной камеры продольный импеданс Z_n может достигать большой величины и в СВЧ диапа-

зоне. Ниже мы ограничимся расчетом продольного импеданса гофрированной вакуумной камеры для некоторых случаев, представляющих практический интерес, и не будем касаться расчета продольного импеданса паразитных резонансных элементов, так как, во-первых, данный вопрос выходит за рамки настоящей работы, а, во-вторых, подобные расчеты уже содержатся, например, в работах [6, 7].

Вычислим продольный импеданс Z_n изолированной гофрированной секции длиной L , подставляя в определение импеданса (22) продольное поле $\langle E_z \rangle$, даваемой формулой (18). Пренебрегая вкладом обратной волны в величину поля, который обычно невелик вблизи резонанса, получим

$$\frac{Z_n}{n} = \frac{iR_m \alpha L^2}{2k\mu R} \left(1 + \frac{1 - e^{i\mu}}{i\mu}\right) + \frac{2iL}{\gamma^2 \beta c R} \left(\ln \frac{1.12\gamma R}{na} + \frac{1}{4}\right), \quad (23)$$

где $\mu = k - (n/R)L$ — изменение фазы поля относительно гармоники тока пучка на длине гофрированной секции, $\beta = v/c$.

Отметим, что в случае $L = 2\pi R$ и $R \gg \alpha^{-1}$ из (23) получается формула для продольного импеданса бесконечного гофрированного волновода

$$\frac{Z_n}{n} = \frac{\pi i \alpha R_m}{k \left(k - \frac{n}{R}\right)} + \frac{4\pi i}{\gamma^2 \beta c} \left(\ln \frac{1.12\gamma R}{na} + \frac{1}{4}\right). \quad (24)$$

Первый член в (24) резонансный. Его реальная часть достигает максимума при $k \simeq n/R + i\alpha$, величина которого в случае параметров ускорителя ИФВЭ ($n/R = 120 \text{ м}^{-1}$, $R_m = 150 \text{ кОм/м}$, $\alpha^{-1} = 75 \text{ м}$) составляет $\sim 3.9 \text{ кОм}$. Второй член формулы (24) представляет собой электрическую емкость и подобен нерезонансному импедансу, описывающему продольное кулоновское расталкивание частиц в гладкой идеально проводящей вакуумной камере. Так же как и там, его величина убывает с ростом энергии пучка как γ^{-2} , например, для района критической энергии в ускорителе ИФВЭ ($a \simeq 2 \text{ см}$, $\gamma = 9.5$, $R = 236 \text{ м}$, $n = 3 \cdot 10^4$) величина нерезонансной части импеданса составляет $\sim 7 \text{ Ом}$, что значительно меньше величины резонансной. По этой причине при дальнейшем анализе мы будем пренебрегать нерезонансной добавкой к продольному импедансу гофрированной камеры.

Линеаризуя волновой вектор k вблизи значения n_0/R

$$k = \frac{n_0}{R} + \frac{\omega - \omega_0}{v_{\text{гр}}} + i\alpha, \quad (25)$$

где номер n_0 соответствует резонансной частоте камеры $\omega_0 = 2\pi f_0$, а также определяя границы резонансной полосы соотношением

$$\left| \text{Re } k - \frac{n}{R} \right| = \alpha, \quad (26)$$

можно получить формулу для добротности Q бесконечной гофрированной камеры

$$Q = \frac{\pi f_0 (v - v_{\text{гр}})}{\alpha v v_{\text{гр}}}. \quad (27)$$

Для вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ при конечной энергии пучка 70 ГэВ ($v \simeq c$, $v_{\text{гр}} \simeq 0.9 c$) отсюда получается $Q = 500$, что соответствует полосе пропускания шириной $\sim 12 \text{ МГц}$.

Если предположить, что в ускорителе имеется M одинаковых изолированных гофрированных секций, то суммарный продольный импеданс камеры дается в таком случае соотношением (23), умноженным на число секций. Гофрированные секции камеры являются изолированными, если они (при возбуждении их пучком протонов) не оказывают влияния друг на друга, что может, например, реализовываться при очень сильном затухании электромагнитной волны в камере. В другом крайнем случае при очень слабом затухании волны и большом числе гофрированных секций каждая конкретная секция может практически тоже считаться изолированной, если длины гладких вставок,

отделяющих гофрированные секции друг от друга, изменяются вдоль азимута ускорителя случайным образом [2].

Оценим максимум реальной части продольного импеданса и ширину его резонансной полосы в случае M изолированных гофрированных секций, преобразовав предварительно формулу (23) для частот ω , лежащих в пределах полосы, к виду

$$\frac{Z_n}{n} \simeq \frac{\pi \alpha R_m \sigma L}{2k} \left(1 + \frac{i u}{3}\right), \quad (28)$$

где $\sigma = ML/2\pi R$ — отношение гофрированной части вакуумной камеры к ее полной длине.

Максимум реальной части достигается при резонансе ($\mu \simeq 0$) и составляет, согласно (28), примерно 210 Ом для вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ в конце цикла ускорения ($L=10$ м, $\sigma=0.8$). С учетом формулы (25) можно для набега фазы μ на длине гофрированной секции записать следующее соотношение:

$$\mu \simeq \left(\frac{1}{v_{\text{гр}}} - \frac{1}{v}\right) (\omega - \omega_0) L. \quad (29)$$

Определяя теперь резонансную полосу из условия $|\text{Arg} Z_n| \leq \pi/4$ и используя соотношение (28), приходим к формуле для добротности Q_L гофрированной секции длиной L

$$Q_L \simeq \frac{f_0 L (v - v_{\text{гр}})}{v_{\text{гр}} v}. \quad (30)$$

Отсюда для параметров вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ, приведенных выше, получается $Q_L \simeq 22$. При этом ширина полосы пропускания составляет ~ 300 МГц. Отметим также, что приведенные в настоящем разделе оценки согласуются с аналогичными результатами работы [2].

Продольный импеданс гофрированной вакуумной камеры, содержащей периодическую неоднородность

Рассмотрим вакуумную камеру ускорителя, состоящую из M одинаковых гофрированных секций, коротких по сравнению с характерной длиной затухания электромагнитной волны в камере и отделенных друг от друга тоже короткими гладкими вставками. Будем для определенности считать, что номера секций возрастают в направлении движения пучка протонов. Предположим также, что электромагнитная волна, излучаемая последней секцией с номером M , распространяется вдоль достаточно протяженного гладкого участка, где ее энергия полностью диссипируется в стенке камеры, так что гофрированные секции с номерами 1 и M не связаны друг с другом. Такая модель достаточно близко соответствует реальной конструкции вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ, содержащей только гладкие секции на участке вывода пучка длиной ~ 200 м. Данное предположение, впрочем, не является принципиальным и делается лишь с целью некоторого упрощения последующих выкладок. Суммарное поле в произвольной гофрированной секции с номером m можно найти, последовательно применяя формулу (15) для секций с номерами от 1 до m с учетом того, что после прохождения свободной электромагнитной волны через гладкий участок с номером j ее фаза по отношению к пучку изменяется на величину ψ_j , а после прохождения гофрированной секции — на величину μ . Подставив результат в определение продольного импеданса (22), получим для импеданса Z_n следующее соотношение:

$$\frac{Z_n}{n} = \frac{\pi i \alpha R_m \sigma L}{k \mu} \left[1 - \frac{e^{i\mu} - 1}{i\mu} - \frac{(e^{i\mu} - 1)^2}{i\mu e^{i\mu}} \sum_{m=1}^{M-1} \left(1 - \frac{m}{M}\right)^i e^{i \sum_{j=1}^m \psi_j + i m \mu} \right]. \quad (31)$$

Сумма ряда в (31) легко вычисляется, если длина гладких вставок одинаковая ($\psi_j = \psi = \text{const}$). Формулу для импеданса камеры можно в таком случае записать в виде

$$\frac{Z_n}{n} = \frac{\pi i a R_m \sigma L}{k \mu} \left[1 - \frac{e^{i\mu} - 1}{i\mu} + \frac{e^{i\psi} (e^{i\mu} - 1)^2}{i\mu (e^{i(\mu+\psi)} - 1)^2} \left(e^{i(\mu+\psi)} - 1 - \frac{e^{i\mu(\mu+\psi)} - 1}{M} \right) \right]. \quad (32)$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением величин фазового сдвига ψ , лежащих в пределах $0 \leq \psi \leq 2\pi$, так как добавление к фазе слагаемого $2l\pi$, где l — целое число ($l=0, \pm 1, \dots$), не влияет на результат расчета импеданса.

Гофрированная вакуумная камера, содержащая периодическую неоднородность, отличается от однородной камеры наличием не одного, а нескольких резонансов. Резонансы имеют место при значениях μ , равных $\mu_l = 2l\pi - \psi$. Считая, что число секций велико ($M \gg 1$), и пользуясь соотношением (32), получим формулу для резонансных значений продольного импеданса гофрированной камеры, содержащей периодическую неоднородность,

$$\frac{Z_{n,l}}{n} = \frac{2\pi R_m \sigma (1 - \cos \psi)}{k (2l\pi - \psi)^2}. \quad (33)$$

Главный максимум выражения (33) соответствует номеру $l=0$. Если $\psi \rightarrow 0$, то формула (33) дает для него значение, совпадающее при $\sigma=1$ с максимумом реальной части продольного импеданса бесконечной однородной гофрированной камеры (см. формулу (24)).

Рассмотрим еще два характерных значения фазового сдвига ψ . При $\psi = \pi/2$ величина главного максимума остается достаточно большой (она уменьшается всего лишь на 20 % по сравнению со случаем $\psi=0$), а вели-

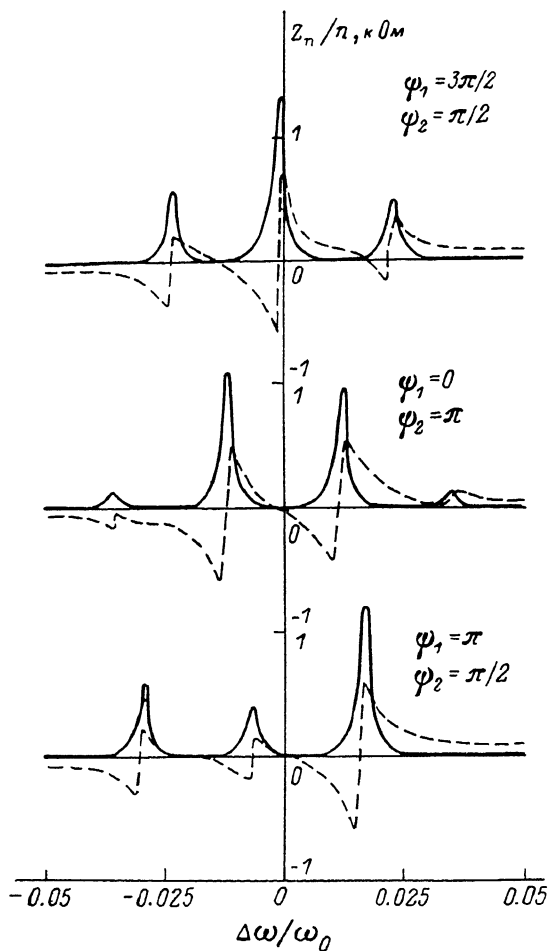


Рис. 3. Продольный импеданс вакуумной камеры с двумя гофрированными секциями в одном периоде.

чина максимума, ближайшего к главному ($l=1$), уменьшается примерно на порядок. Если же $\psi = \pm \pi$, то величины главного и соседнего с ним максимумов импеданса примерно совпадают. Они составляют $\sim 40\%$ от величины основного максимума импеданса при $\psi=0$.

Необходимо отметить, что ширина резонансных пиков в импедансе гофрированной камеры, содержащей периодическую неоднородность, существенно уже ширины резонансной кривой для гофрированной секции, если только ее длина удовлетворяет условию $L \ll \alpha^{-1}$. Это следует из анализа резонансного знаменателя в формуле (32), в результате которого можно прийти к формуле для добротности резонансных пиков, совпадающей с формулой (27), описывающей добротность бесконечной однородной камеры.

Таким образом, в случае периодического расположения гофрированных секций продольный импеданс камеры представляет собой суперпозицию нескольких узких резонансов, причем собственные частоты двух соседних резонансов отличаются на величину $\Delta\omega$, равную

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{L} \left(\frac{1}{v_{гр}} - \frac{1}{v} \right)^{-1}. \quad (34)$$

Величины максимумов, имеющих место при резонансном возбуждении камеры, быстро спадают с ростом абсолютной величины номера l , как это видно из соотношения (33), так что практический интерес обычно представляют два-три таких резонанса.

Если длина гладких участков камеры не постоянна, а изменяется вдоль периметра ускорителя по некоторому закону, то можно получить зависимость $Z_n(\omega)$ из общего выражения для импеданса неоднородной камеры (31). Проиллюстрируем это на примере ускорителя ИФВЭ, в котором используется магнитная структура типа FODO с неравномерным расположением блоков кольцевого электромагнита. Хорошим приближением к реальному расположению гофрированных секций в ускорителе является модель камеры, в которой справа и слева от каждой конкретной секции располагаются гладкие вставки неодинаковой длины. Будем предполагать, что после прохождения первого гладкого участка периода камеры, содержащего две гофрированные секции длиной 10 м и два гладких участка, фаза волны изменяется на величину ψ_1 , а после второго — на величину ψ_2 .

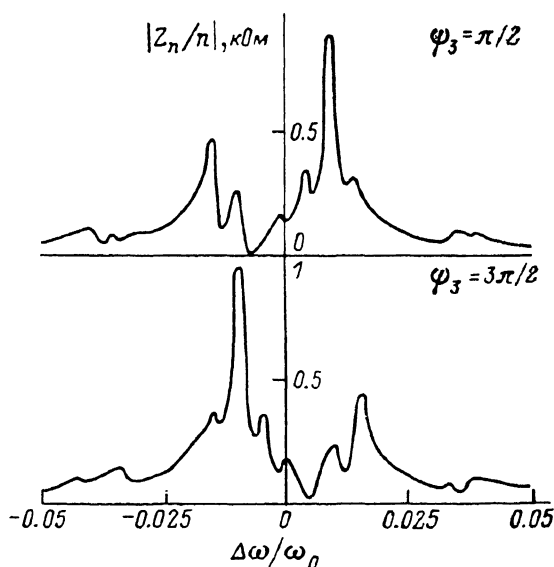


Рис. 4. Продольный импеданс вакуумной камеры с периодом, содержащим десять гофрированных секций.

Несколько характерных вариантов расчета импеданса $Z_n(\omega)$ для этого случая представлено на рис. 3, для чего ряд в (31) был просуммирован численно с помощью ЭВМ. Количество гофрированных секций M полагалось при расчете равным 100. Сплошными линиями показана реальная часть импеданса, штриховыми — мнимая. В качестве аргумента взята относительная величина частотной расстройки ($\Delta\omega = \omega - \omega_0$, где ω_0 — частота, соответствующая резонансу в бесконечной однородной камере). Видно, что по сравнению со случаем $\psi = \text{const}$ качественный характер импеданса не изменился, за исключением разности частот для двух соседних резонансов, которая уменьшилась в два раза относительно результата, получающегося из формулы (32). Последнее обстоятельство связано с увеличением набега фазы волны относительно возмущения в токе пучка на гофрированной части периода камеры, содержащего теперь две секции.

Представленные на рис. 3 результаты расчета реальной и мнимой частей импеданса $Z_n(\omega)$ хорошо объясняют сложную частотную зависимость спектров СВЧ излучения, зарегистрированных экспериментально [1]. Из-за обсуждавшегося выше наличия выделенных частот в пучке, на которых может резонировать вакуумная камера с периодической неоднородностью в виде гладких вставок, в спектре возбуждаемого пучком в вакуумной камере ускорителя ИФВЭ электромагнитного поля должны наблюдаться максимумы, отстоящие друг от друга по частоте, согласно рис. 3, на ~ 150 МГц. Это и подтверждается расположением максимумов СВЧ излучения в измеренных спектрах.

Реальная структура вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ несколько отличается от только что рассмотренной, так что период камеры содержит десять гофрированных секций, а не две. Дело в том, что длинные прямолиней-

ные промежутки между блоками кольцевого электромагнита ускорителя не одинаковы: в каждом суперпериоде, содержащем 10 блоков, имеется три длинных промежутка длиной ~ 2.6 м и два длиной ~ 4.9 м; все короткие промежутки имеют одинаковую длину. На рис. 2 в качестве иллюстрации представлен результат расчета продольного импеданса вакуумной камеры ускорителя ИФВЭ с помощью соотношения (31) для случая, когда $M=100$ и в периоде камеры содержатся десять гофрированных секций. Набег фазы поля на нечетных гладких вставках полагался равным $\psi_1=\pi$, за исключением вставок с номерами 5 и 7 в каждом периоде, где он брался равным $\psi_3=\pi/2$ для варианта, расположенного в верхней части рисунка, и $\psi_3=3\pi/2$ для нижнего варианта. Набег фазы на нечетных вставках полагался одинаковым, равным $\psi_2=0$. Приведенные на рис. 4 кривые отличаются от аналогичного варианта, представленного на рис. 3 ($\psi_1=0$, $\psi_2=\pi$). Видно, в частности, что один из основных максимумов уменьшился, однако ширина полосы и величина второго основного максимума остались практически неизменными. Следует также отметить лучшее согласие приведенных на рис. 4 данных с измеренными на ускорителе спектрами СВЧ излучения.

Автор благодарен Л. А. Поляковой за выполнение численных расчетов и помощь при оформлении работы.

Список литературы

- [1] Балбеков В. И., Герцев К. Ф., Гуров Г. Г. и др. // Тр. XIII Междунар. конф. по ускорителям заряженных частиц. Новосибирск, 1987. Т. 2. С. 148—150.
- [2] Балбеков В. И. Препринт ИФВЭ. № 85-128. Серпухов, 1985. 15 с.
- [3] Каценеленбаум Б. З. Высоочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966, гл. IV. 240 с.
- [4] Герцев К. Ф., Копылов Л. И., Михеев М. С. // Препринт ИФВЭ. № 87-67. Серпухов, 1987. 13 с.
- [5] Вайнштейн Л. А. // ЖТФ. 1956. Т. 26. Вып. 1, С. 126—140.
- [6] Keil E., Jotter B. // Particle Accel. 1972. Vol. 3. P. 11—20.
- [7] Hahn H., Yatz S. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1979. Vol. 3. NS-26. P. 3626—3628.

Поступило в Редакцию
31 мая 1988 г.