

01

© 1990 г.

## ГЕОМЕТРО-АКУСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ МОД КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО ТВЕРДОГО КЛИНА

В. В. Крылов

Построена геометро-акустическая теория локализованных мод колебаний упругого твердого клина, или клиновых акустических волн. Получены простые аналитические выражения для фазовых скоростей и амплитуд смещений антисимметричных мод остроугольного клина. Проанализировано влияние отклонений геометрии реального клина от идеализированного случая, в том числе влияние кривизны ребра, на фазовые скорости клиновых волн.

Одним из важных достижений последнего времени в области физики и акустики твердого тела стало открытие локализованных мод колебаний твердого клина, или клиновых акустических волн [1, 2]. Распространяясь вдоль ребер клиньев, являющихся простейшими математическими моделями резкого излома поверхности, эти моды, так же как и поверхностные фононы, вносят свой вклад в низкотемпературную теплоемкость твердого тела, тем более заметный, чем больше отношение общей длины линий излома к площади поверхности образца или к его объему [3]. С другой стороны, высокая концентрация энергии клиновых волн вблизи ребра, отсутствие дисперсии и дифракционных потерь, относительно низкая фазовая скорость делают их чрезвычайно привлекательными для применений в акустоэлектронных устройствах обработки информации, особенно в нелинейных устройствах [4-12].

Наибольший интерес представляют так называемые антисимметричные клиновые волны, колебания в которых схожи с изгибными колебаниями пластин. Как известно, в общем случае произвольных углов раскрытия клина  $\theta$  эти волны допускают только численное рассмотрение [11, 12]. Однако в случае остроугольных клиньев, для которых возможно приближенное описание изгибных колебаний низких частот с помощью уравнения тонкой пластинки переменной толщины, известно точное, хотя и достаточно громоздкое, аналитическое решение соответствующей «неточной» краевой задачи [5], выражающее смещения в клиновых волнах через специальные функции. Существует и более простая модельная теория [8], опирающаяся на решение двумерного уравнения Гельмгольца с изменяющимся в плоскости пластины волновым числом. Эта теория, однако, характеризуется отсутствием логического обоснования используемой в ней записи оператора Лапласа в цилиндрических координатах, а также наличием, как и в [5], специальных функций в решении.

Целью настоящей работы является развитие геометро-акустического, или лучевого, подхода к описанию антисимметричных локализованных колебаний твердого клина. Как будет показано, соответствующая лучевая теория, несмотря на свой приближенный характер, отличается логической последовательностью, а присущие ей простота решения и физическая прозрачность позволяют анализировать с ее помощью более сложные ситуации, отвечающие реальным твердотельным структурам.

Будем исходить из двумерного уравнения изгибных колебаний тонкой пластины, неоднородной в направлении  $x$  [13, 14] и представляющей собой рас-

смаатриваемый остроугольный клин (рис. 1) при не слишком больших удалениях от ребра

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ D(x) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] + 2(1 - \sigma) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ D(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[ D(x) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] - \omega^2 \rho h(x) w = 0. \quad (1)$$

Здесь  $w$  — нормальное смещение срединной плоскости пластины,  $D(x) = Eh^3(x)/12(1 - \sigma^2)$  — локальная изгибная жесткость,  $h(x)$  — локальная толщина пластины,  $E$  и  $\sigma$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины,  $\rho$  — ее плотность,  $\omega$  — круговая частота. Считая угол  $\theta$  достаточно острым, упростим выражение для локальной толщины клина  $h(x) = 2x \operatorname{tg}(\theta/2) \simeq \theta x$  и введем удобное для дальнейшего обозначение  $D(x) = ah^3(x) \simeq a\theta^3 x^3$ , где  $a = E/12(1 - \sigma^2) = \rho c_p^2/12$ ,  $c_p = 2c_t(1 - c_t^2/c_l^2)$  — скорость продольных колебаний в тонкой пластинке,  $c_l$  и  $c_t$  — скорости продольных и сдвиговых акустических волн в неограниченной среде.

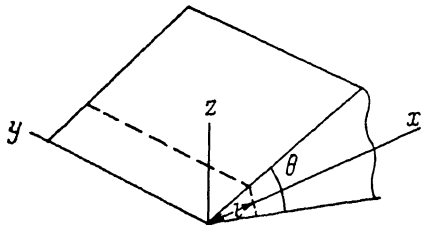


Рис. 1. Геометрия задачи.

Будем искать решение уравнения (1) в обычном для геометрической акустики (оптики) представлении [12, 15, 16]

$$w = A(x) \exp[ik_p S(x, y)], \quad (2)$$

где  $A(x)$  и  $S(x, y) = \tilde{S}(x) + (\beta/k_p)y$  — медленно меняющиеся амплитуда и эйконал волны,  $\beta$  — сохраняющаяся проекция ее волнового вектора на ось  $y$ .

Подстановка (2) в (1) и приравнивание к нулю действительной части приводит в главном приближении к уравнению эйконала

$$|\nabla S(x, y)|^4 = \frac{\omega^2 \rho}{a\theta^2 x^2 k_p^4} = \frac{k_a^4(x)}{k_p^4} = n_a^4(x), \quad (3)$$

где  $k_a(x) = [\omega^2 \rho / ah^2(x)]^{1/4} = 12^{1/4} k_p^{1/2} (\theta x)^{1/2}$  — локальное волновое число изгибной волны в пластинке,  $k_p = \omega / c_p$ ,  $n_a(x)$  — соответствующий коэффициент преломления.

Решение уравнения (3), отвечающее распространению волны в положительном направлении относительно оси  $x$ , имеет вид

$$\tilde{S}(x) = (1/k_p) \int [k_a^2(x) - \beta^2]^{1/2} dx. \quad (4)$$

Приравнивание к нулю мнимой части приводит к так называемому уравнению переноса для рассматриваемого случая

$$2 \frac{d}{dx} (\ln A) \frac{d\tilde{S}}{dx} + 3 \frac{d^2 \tilde{S}}{dx^2} \frac{[1 + (\beta^2/3k_p^2)(d\tilde{S}/dx)^{-2}]}{[1 + (\beta^2/k_p^2)(d\tilde{S}/dx)^{-2}]} + 3 \frac{1}{x} \frac{d\tilde{S}}{dx} = 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) с учетом (4) дает

$$A(x) = \frac{G}{x [k_a^2(x) - \beta^2]^{1/4}}, \quad (6)$$

где  $G$  — произвольная постоянная. Для случая нормального падения ( $\beta = 0$ ) из (6) следует  $A(x) = G/xk_a^2 \sim x^{-3/4}$ .

Как нетрудно убедиться, выражение (6) удовлетворяет закону сохранения энергии изгибных волн, проходящих через различные сечения пластины переменной толщины. В самом деле, согласно этому закону,  $x$ -компонента вектора потока энергии изгибной волны  $P_x$  должна быть постоянной для различных сечений  $h(x)$ . Так как  $P_x = \mathcal{E}v_x^{\text{гп}}$ , где  $v_x^{\text{гп}}$  —  $x$ -компонента групповой скорости волны, а  $\mathcal{E} = \rho h(x) |\dot{w}|^2/2$  — плотность полной энергии колебаний пластины

в данной точке  $x$ , и учитывая, что в рассматриваемом случае  $v_x^2 = \partial\omega/\partial k_x = (\partial\omega/\partial k_a)(\partial k_a/\partial k_x)$ , где  $k_x = [k_a^2(x) - \beta^2]^{1/2}$ , и  $h(x) = \theta x$ , получим соотношение

$$P_x = \rho\theta\omega x^2 \{G^2/2x^2 [k_a^2(x) - \beta^2]^{1/2} 2k_a(x) \theta x (a/\rho)^{1/2} [k_a^2(x) - \beta^2]^{1/2} / k_a(x) = G^2\omega^2 \theta^2 (a/\rho)^{1/2} = \text{const}(x),$$

которое и характеризует сохранение энергии.

Оценка отброшенных членов показывает, что геометро-акустическое решение (2), (4), (6) справедливо при

$$k_p x / \theta \gg 1, \quad (7)$$

т. е. оно теряет смысл в непосредственной близости от ребра клина (при малых  $k_p x$ ) и (или) при больших углах раскрытия клина  $\theta$ . Кроме того, непосредственно из формулы (6) вытекает обычное для лучевой теории ограничение, заключающееся в том, что точка наблюдения должна находиться вдали от точек поворота лучей (определяемых из условия обращения в нуль члена в квадратных скобках (6)) или вдали от областей каустик. Отметим, что каустики в рассматриваемом случае имеют место для лучей, распространяющихся от ребра в направлении положительных  $x$ , т. е. из области с меньшей локальной скоростью изгибных волн в область с большей скоростью. Разумеется, не следует забывать, что на достаточном удалении от ребра, а именно при  $h(x) = \theta x \geq 2\pi/k_p$ , решение в виде (2), (4), (6) также теряет смысл, поскольку клин в этом случае становится сколь угодно толстым и уравнение изгибных колебаний тонкой пластины (1) перестает быть справедливым. Поэтому в дальнейшем мы будем интересоваться такими решениями рассматриваемой задачи, которые сосредоточены в области  $x \leq 2\pi/k_p\theta$ . Отметим, что развиваемый подход в принципе можно было бы распространить и на область  $x \geq 2\pi/k_p\theta$ , воспользовавшись, например, уточненной теорией пластин Миндлина [17]. Однако анализ в этом случае существенно усложняется ввиду необходимости обоснования возможности неучета преобразования энергии низшей изгибной моды пластины в моды высших порядков (по аналогии с адиабатическим приближением в акустике океана [15, 16]).

Для построения геометро-акустической теории локализованных в окрестности ребра антисимметричных колебаний твердого клина воспользуемся лучевым решением (2), (4), (6) и будем считать, что величина  $\beta$  в этом решении представляет собой искомое волновое число клиновидной моды. Применяя известную методику геометро-акустического расчета волноводных мод в приповерхностном звуковом канале (см., например, [15, 16]) и учитывая, что сдвиг фазы изгибной волны при ее отражении от ребра составляет  $\pi/2$  [17, 18], а фазовый сдвиг при отражении от простой каустики равен  $-\pi/2$  [15, 18, 19], можно сразу же записать в неявном виде дисперсионное уравнение антисимметричных клиновых волн в форме соотношения типа условия квантования Бора—Зоммерфельда

$$\int_0^{x_n} [k_a^2(x) - \beta^2]^{1/2} dx = \pi n. \quad (8)$$

Здесь  $x_n = 2\sqrt{3} k_p / \theta \beta^2$  — координата точки поворота луча, а  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Интеграл в левой части (8) является табличным [20], его вычисление приводит к следующему простому выражению для волновых чисел клиновых волн:

$$\beta = \frac{\sqrt{3} k_p}{n\theta},$$

или для их фазовых скоростей

$$c = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c_p n \theta}{\sqrt{3}}. \quad (9)$$

Обратим внимание, что выражение (9) для скоростей клиновых волн, которое, очевидно, не зависит от частоты и определяется только углом раскрытия клина  $\theta$ , весьма близко к «точному» решению работы [8] и стремится к нему асимптотически с ростом номера моды  $n$ . Действительно, заменяя в формуле

(4.8) работы [5] величину  $n$  на  $n-1$  и  $\theta$  на  $\theta/2$  для приведения в соответствие с обозначениями настоящей работы, получаем для скорости выражение  $c = c_p \theta [4n^2 - 4 + 6(1-\sigma)]^{1/2} \sqrt{3}$ , откуда и следует высказанное утверждение. Даже для низшей моды ( $n=1$ ) расхождение в среднем довольно незначительно (оно меняется от 22 % при  $\tau=0$  до -13 % при  $\tau=0.5$ ) и полностью исчезает для  $\sigma=1/3$  (отметим, что геометро-акустическое решение (9) от коэффициента Пуассона  $\sigma$  вовсе не зависит). Если далее принять во внимание, что  $c_p/\sqrt{3} \approx c_R$  для  $\sigma \sim 1/3$ , где  $c_R$  — скорость волны Рэлея, то в области малых углов  $\theta$  геометро-акустическое выражение для скорости (9) совпадает с известным выражением  $c = c_R \sin(n\theta)$ , полученным в результате аппроксимации численно рассчитанных зависимостей [4] (рис. 2).

В порядке критики полученных результатов следует сказать, что использование под интегралом (8) выражения (4) в окрестности  $x=0$ , очевидно, проти-

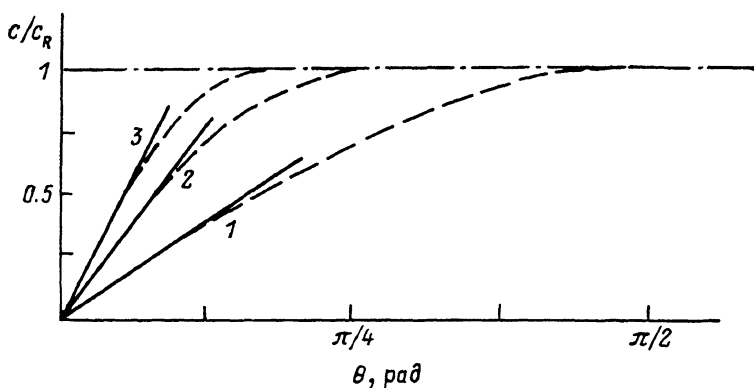


Рис. 2. Скорости первых трех мод антисимметричных колебаний клина в зависимости от угла  $\theta$ .

Сплошные линии — расчет в геометро-акустическом приближении (по формуле (9)), штриховые линии — аппроксимирующие кривые  $c/c_R = \sin(n\theta)$  [4]. Цифрами обозначены номера мод.

воречит условию (7), согласно которому при  $x \rightarrow 0$  геометро-акустическое решение (2), (4), (6) теряет смысл. Поэтому сходимость интеграла (8) и хорошее совпадение получаемых с его помощью результатов с известными решениями в значительной мере следует рассматривать как «счастлиную случайность». Другой недостаток полученного решения, в равной мере присущий также и работе [5], связан с тем обстоятельством, что при больших удалениях от ребра клин уже нельзя рассматривать как тонкую пластину. Если считать, что глубина проникновения поля локализованных мод в глубь клина определяется координатами соответствующих точек поворота луча  $x_n = 2\sqrt{3} k_p / \theta^3 = (2/\sqrt{3}) \times n^2 \theta / k_p$ , то нетрудно видеть, что из ранее приведенного неравенства  $x \leq 2\pi/k_p \theta$  следует ограничение сверху на номера мод  $n^2 < \pi/\theta^2$ . Поэтому выражение (9) и аналогичная формула работы [5] при достаточно больших  $n$  становятся неточными. С другой стороны, применительно к формуле (9) из условия (7) вытекает ограничение на номера мод снизу  $n^2 \gg 1$ . Таким образом, выражение (9) справедливо для мод с номерами  $n$ , начиная с  $n=2$ , 3 и кончая  $n \leq \pi/\theta$ .

С помощью суперпозиции квазиплоских волн (2) с учетом (4), (6) и фазовых сдвигов при отражении нетрудно сконструировать по известной методике [15] также и амплитудное распределение поля антисимметричных колебаний в поперечном направлении  $W(x)$ . В результате полное выражение для амплитуд смещений клиновых волн  $w(x, y) = W(x) \exp(i\beta y)$  при  $x < x_n$  можно записать в виде

$$w(x, y) = \frac{W_0}{(k_p x / \theta) L^{1/2}} \cos [L \cdot k_p x / \theta - n \arcsin M - \pi/4] e^{i\sqrt{3} k_p y / n^2 \theta}, \quad (10)$$

где  $L = [\sqrt{3} (2\theta/k_p x - \sqrt{3}/n^2)]^{1/2}$ ,  $M = (1 - \sqrt{3} k_p x / n^2 \theta)$ .

Для значений  $x$ , лежащих за точками поворота  $x_n$  (за каустикой), распределение поля  $W(x)$  меняет свой вид, спадая экспоненциально с ростом  $x$ . Не касаясь обсуждения связанных с этим особенностей, остановимся на более интересной области  $x < x_n$ , характеризующейся соотношением (10).

Как показывают расчеты зависимостей  $W(x)$ , выполненные по формуле (10) для первых трех мод, в соответствии с полученным выше условием  $1 \ll n^2 < \pi/\theta^2$  достаточно хорошее качественное совпадение с аналогичными зависимостями, полученными в работе [5], имеет место для мод с номерами  $n=2$  и 3, значительная доля энергии которых сосредоточена в области больших  $k_p x/\theta$ . Данное обстоятельство отражает уже упоминавшийся выше факт быстрого стремления скорости  $c$  из (9) к «точному» значению [5] с ростом номера моды  $n$ . В отличие от скорости, прекрасно совпадающей с ее «точным» значением, поперечное распределение поля лишь качественно согласуется с результатами [5]. Очевидные расхождения в полном соответствии с (6), (7) имеют место для зна-

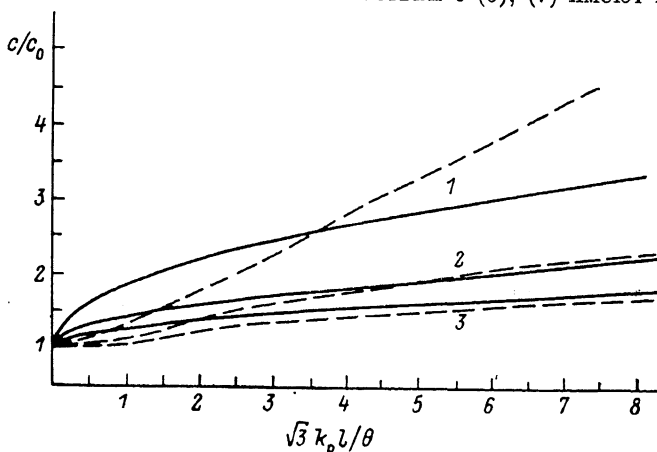


Рис. 3. Зависимости относительных скоростей распространения антисимметричных колебаний в усеченном клине от параметра  $\sqrt{3}k_p l/\theta$  ( $l$  — высота усечения).

Цифрами обозначены номера мод.

чений  $k_p x/\theta$ , отвечающих области вблизи ребра, где поле стремится к бесконечности, и каустическим областям для соответствующих мод, где также имеет место неограниченное возрастание амплитуды. Отметим, однако, что и в «основной» области пригодности используемого лучевого подхода формула (10) не может быть очень хорошей, в частности, потому что в ней отсутствует зависимость поля от координаты  $z$ .

Несмотря на указанные недостатки предложенного подхода, он может оказаться весьма полезным для анализа различных случаев распространения клиновых волн в структурах, геометрия которых отлична от геометрии идеального клина. Например, если клин является усеченным, образуя правильную трапецию (рис. 1), то фазовая скорость волн также может быть определена из соотношения (8), в котором, однако, интегрирование по  $x$  следует теперь вести не от нуля, а от значения высоты усечения  $l$ . Интегрирование приводит к следующему уравнению относительно скорости  $c$ :

$$\frac{c}{c_0} \pi n = \pi n + \left[ \frac{2\sqrt{3} k_p l}{\theta} \left( 1 - \frac{c_0^2}{c^2} \frac{\sqrt{3} k_p l}{2n^2\theta} \right) \right]^{1/2} + \frac{c}{c_0} n \arccos \left( 1 - \frac{c_0^2}{c^2} \frac{\sqrt{3} k_p l}{n^2\theta} \right), \quad (11)$$

где  $c_0 = c_p n \theta / \sqrt{3}$  — скорость в идеальном клине (см. формулу (9)). Зависимости  $c/c_0$  от  $\sqrt{3}k_p l/\theta$  для первых трех мод, полученные в результате численного решения уравнения (11) методом дихотомии, представлены на рис. 3. Видно, что влияние усечения приводит к дисперсии клиновых волн. На этом же рисунке для сравнения приведены штриховые кривые, следующие из относительно легко получающейся в данном случае модификации «точного» решения для случая идеального клина [5]. Как нетрудно видеть, если для моды с номером  $n=1$

вытекающая из (11) приближенная зависимость плохо согласуется с «точной», чего, впрочем, и следовало ожидать, то для второй и третьей мод при больших значениях  $\sqrt{3}k_p l / \theta$  совпадение вполне удовлетворительное.

Весьма просто с помощью геометро-акустического подхода может быть проанализирована и такая важная, ранее не обсуждавшаяся задача, как распространение локализованных изгибных колебаний вдоль ребра клина, искривленного в своей плоскости (разумеется, получающееся при этом решение не следует рассматривать как строгое доказательство существования таких колебаний). Пусть радиус кривизны положителен (выпуклое ребро) и равен  $r_0$ . Тогда, переходя к цилиндрическим координатам [15], в которых ребро клина описывается уравнением  $r=r_0$ , перепишем определяющее соотношение (8) в виде

$$-\int_{r_n}^{r_n} [k_a^2(r-r_0) - \beta^2(r_0^2/r^2)]^{1/2} dr = \pi n. \quad (12)$$

Считая радиус кривизны  $r_0$  достаточно большим ( $r_0 \gg |r_0 - r_n|$ ) и вводя обозначение  $\xi = r_0 - r$ , от выражения (12) перейдем к приближенному соотношению

$$\int_0^{\xi_{11}} \left(1 + \frac{\xi}{r_0}\right) \left[ k_a^2(\xi) \left(1 - \frac{2\xi}{r_0}\right) - \beta^2 \right]^{1/2} d\xi = \pi n, \quad (13)$$

где для координаты точки поворота имеем  $\xi_n \approx \xi_{n0} (1 - 2\xi_{n0}/r_0)$ ,  $\xi_{n0} = 2\sqrt{3}k_p/\theta\beta^2$  — точка поворота в отсутствие искривления.

Вычисляя интеграл (13), который также сводится к табличному [20], получим выражение для фазовой скорости клиновой волны, распространяющейся вдоль выпуклого искривленного ребра

$$c = \frac{c_p \theta n}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{n^2 \theta}{k_p r_0}\right), \quad (14)$$

т. е. в данном случае клиновые волны также обладают дисперсией. Для ребра с отрицательной кривизной (вогнутого ребра) формула (14) остается в силе при замене  $r_0$  на  $-r_0$ .

Не встречает принципиальных трудностей и обобщение соотношения (8) на случай клиньев, выполненных из анизотропных кристаллических материалов (численный расчет характеристик клиновых волн в кристаллах, в том числе пьезоэлектрических, ранее проводился в работах [4, 6]). Для этого волновое число  $k_a(x)$  в (8) следует заменить на величину  $k_a(x, \alpha)$ , учитывающую ориентационную зависимость скорости изгибной волны в кристаллических пластинках (см., например, [21]), и выразить угол падения  $\alpha$ , который, в частности, можно отсчитывать от ребра клина, через  $k_a(x, \alpha)$  и  $\beta$ .

Таким образом, развитый в работе геометро-акустический подход к описанию локализованных мод колебаний твердого клина, будучи предельно простым и физически прозрачным, приводит к результатам, неплохо согласующимся с известными данными, и способствует получению ряда новых результатов для случаев, плохо поддающихся расчету в рамках существующих теорий. Разумеется, рассмотренный подход не следует переоценивать. Относиться к нему нужно не как к строгой теории, а как к наглядному приближенному методу расчета, позволяющему на физическом уровне изложения по-новому взглянуть на проблему клиновых акустических волн.

#### Список литературы

- [1] Lagasse P. E. // Electron. Lett. 1972. Vol. 8. N 1. P. 372—373.
- [2] Maradudin A. A., Wallis R. F., Mills D. L., Ballard R. L. // Phys. Rev. B. 1972. Vol. 6. N 4. P. 1106—1111.
- [3] Райнелс Л. К. // Новое в исследовании поверхности твердого тела. Т. 1. М.: Мир, 1977. С. 44—63.

- [4] *Lagasse P. E., Mason I. M., Ash E. A.* // IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics. 1973. Vol. 20. N 2. P. 143—154.
- [5] *McKenna J., Boyd G. D., Thurston R. N.* // IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics. 1974. Vol. 21. N 3. P. 178—186.
- [6] *Datta S., Hunsinger B. J.* // Phys. Rev. B. 1977. Vol. 16. N 10. P. 4224—4229.
- [7] *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 2. С. 206—212.
- [8] *Можжаев В. Г.* Автореф. канд. дис. М.: МГУ, 1984. 15 с.
- [9] *Боженко В. В., Иванов-Шилц К. М., Случ М. И., Солодов И. Ю.* // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 262—264.
- [10] *Rajewski W., Szalewski M., Kielczynski P.* // Archives of Acoustics. 1986. Vol. 11. N 2. P. 151—162.
- [11] Поверхностные акустические волны / Под ред. А. Олинера. М.: Мир, 1981. 390 с.
- [12] *Красильников В. А., Крылов В. В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
- [13] *Албарцумян С. А.* Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 448 с.
- [14] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
- [15] *Кравцов И. А., Орлов Ю. И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
- [16] *Толстой И., Клей К. С.* Акустика океана. М.: Мир, 1969. 302 с.
- [17] *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971. 557 с.
- [18] *Королев С. В., Крылов В. В.* // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 6. С. 799—803.
- [19] *Крылов В. В.* // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1987. Т. 28. № 1. С. 46—49.
- [20] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [21] *Маркус С. А.* // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1091—1095.

Московский государственный университет  
Физический факультет

Поступило в Редакцию  
14 июня 1988 г.  
В окончательной редакции  
8 декабря 1988 г.