

01; 04; 06

© 1990 г.

## СЛОЖНОГО ВИДА АВТОСОЛИТОНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ И ГАЗОВОЙ ПЛАЗМЕ

*В. В. Гафийчук, Б. С. Кернер, В. В. Осипов, А. Г. Южанин*

Изучены свойства автосолитонов, образующихся в полупроводниковой и газовой плазме в виде уединенных сильнонеравновесных областей. С помощью численного моделирования показано, что в полупроводниках и газовой плазме, кроме автосолитонов (АС), в виде простых уединенных состояний можно возбудить АС сложного вида, как зеркально-симметричные, так и несимметричные. Последние содержат несколько областей — страт высокого либо низкого значения температуры или концентрации горячих носителей, имеющих разную ширину и находящихся на различных расстояниях друг от друга.

Изучена устойчивость и кинетика образования АС сложной формы в однородной устойчивой электронно-дырочной плазме. Проанализирована эволюция сложных АС при изменении уровня разогрева плазмы и выяснено, что она существенно отличается от картины эволюции простого АС. Преслежена кинетика скачкообразных прекращений одного сложного АС в качественно иной АС при критических значениях уровня разогрева плазмы.

### Введение

В целом ряде устойчивых неравновесных систем можно возбудить локализованное собственное состояние — автосолитон (АС) [1–3]. Для возбуждения АС на систему необходимо подать кратковременное локальное возмущение достаточно большой амплитуды и длительности. Так, в высокочастотном газовом разряде можно возбудить ионизационный АС, который представляет собой уединенную область высокой концентрации носителей и несколько пониженной температуры электронов [4]. Для существования ионизационного АС скорость ионизации электронов должна возрастать с ростом их концентрации, а характерная длина остывания электронов  $l_e$  должна превосходить биполярную диффузионную длину носителей  $L$ . Такая ситуация, как правило, характерна для тлеющего газового разряда в трубках радиуса  $R \sim 0.1–1.0$  см [5].

В полупроводниковой электронно-дырочной плазме (ЭДП), как правило, реализуется противоположная ситуация  $L \gg l_e$  [1, 2]. При этом условия в невырожденной ЭДП и газовой плазме может образовываться термодиффузионный АС [1, 2]. Концентрация и эффективная температура электронов в некоторых областях такого АС резко меняются в противофазе с одной и той же характерной длиной  $l_e$  [1]. В слабо разогретой устойчивой ЭДП или газовой плазме можно возбудить горячий термодиффузионный АС, т. е. стабильную область высокой температуры и пониженной концентрации электронов, а в горячей устойчивой плазме — холодный АС, т. е. стабильную область низкой температуры и высокой концентрации электронов [1].

Теория АС, в том числе ионизационных и термодиффузионных в полупроводниковой и газовой плазме, развита в работах [1, 4]. В них были изучены форма, устойчивость и эволюция при изменении уровня разогрева плазмы простых АС в виде локализованной области неоднородного распределения температуры и концентрации электронов. При этом с помощью численного моделирования было установлено, что горячий АС в плазме можно возбудить с помощью кратковременного локального дополнительного разогрева носителей [6, 7], а холодный — кратковременного локального увеличения скорости их генерации [7].

При экспериментальных исследованиях газовой [8] и полупроводниковой плазмы [9] часто наблюдаются локализованные состояния сложной формы, содержащие несколько различного размера и амплитуды светящихся страт или капель плазмы. Образование таких устойчивых сложных состояний с точки зрения теории АС представляется весьма нетривиальным эффектом. В данной работе с помощью численного моделирования изучается кинетика образования сложных АС в плазме, а также устойчивость и эволюция АС при изменении уровня разогрева плазмы.

1. Для определенности рассмотрим однородно генерируемую в образце ЭДП столь высокой плотности, что импульс, полученный носителями от электрического поля  $E$ , приложенного вдоль оси  $z$ , рассеивается при электронно-дырочных соударениях [10]. В такой квазинейтральной ЭДП могут возникнуть состояния, неоднородные лишь в направлениях, перпендикулярных приложенному электрическому полю  $E$  [7, 11]. Одномерные распределения концентрации  $n(x)$  и эффективной температуры  $T(x)$  в таких состояниях описываются уравнениями баланса числа носителей и их средней энергии, которые можно записать в виде [7]

$$\tau_r \frac{\partial (P/T)}{\partial t} = L^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu_a}{\mu_a^0} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + G\tau_r - \frac{P}{T}, \quad (1)$$

$$3 \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ x \frac{\partial T}{\partial x} + 5\mu_a \frac{T}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \sigma^0 T^2 E^2 - \frac{P}{T} (T-1) \tau_s^{-1}, \quad (2)$$

где  $P = nT$  — давление, а  $n$  и  $T$  — концентрация и температура носителей;  $L = (\mu_a^0 T_1 \tau_r e^{-1})^{1/2}$  — биполярная диффузионная длина носителей;  $\mu_a = 2\mu_e \mu_h \times (\mu_e + \mu_h)^{-1}$ ,  $\mu_e$  и  $\mu_h$  — подвижности электронов и дырок соответственно;  $G$ ,  $\tau_r$  — скорость генерации и время жизни носителей;  $\sigma$  — проводимость ЭДП;  $\kappa$  — теплопроводность носителей;  $\tau_s$  — характерное время релаксации энергии ЭДП.

При записи (1), (2) учтено, что в рассматриваемой «плотной» ЭДП концентрация дырок  $p = n$ , а вследствие интенсивных электронно-дырочных соударений электроны и дырки разогреваются в электрическом поле как единая система. Здесь и ниже температура измеряется в единицах  $T_1$  ( $T_1$  — температура решетки полупроводника), а верхний индекс ноль у величин означает, что она взята при  $T = T_1$ .

С формальной точки зрения существование АС означает, что система уравнений (1), (2) допускает устойчивое стационарное решение, которое отвечает двоякоасимптотической фазовой траектории в пространстве переменных  $T$ ,  $\partial T / \partial x$ ,  $P$  и  $\partial P / \partial x$ , замыкающейся при  $x \rightarrow \pm \infty$  в особой точке  $T = T_h$ ,  $P = P_h$ , соответствующей однородному состоянию плазмы. Для определения типа этой особой точки необходимо [12] линеаризовать уравнения (1), (2) для стационарного случая вблизи  $T = T_h$ ,  $P = P_h$  относительно приращений типа

$$\delta T = \delta T_0 \exp(\lambda_1 x), \quad \delta P = \delta P_0 \exp(\lambda_2 x). \quad (3)$$

В результате найдем, что характеристические показатели

$$\lambda_1 = -\lambda_2 > 0. \quad (4)$$

$$\lambda_3 = -\lambda_4 > 0. \quad (5)$$

Поэтому, согласно общей теории нелинейных дифференциальных уравнений [12], точка  $T = T_h$ ,  $P = P_h$  является седловой особой точкой типа  $O^{2, 2}$ , в ней при  $x \rightarrow \pm \infty$  замыкается множество различных траекторий. Естественно ожидать, что среди этих траекторий могут быть и двоякоасимптотические, отвечающие АС различной формы. Однако, какой конкретно вид имеют эти траектории и соответствующие им решения, удастся установить лишь при численном анализе уравнений (1), (2).

Рассмотрим случай низких температур решетки  $T_1 \ll \Theta_b$  ( $\Theta_b$  — температура Дебая). При этом в неполярных полупроводниках энергия носителей рассеивается на акустических и оптических фононах, что позволяет, например, при  $T_1 = 10$  К для Ge записать зависимость  $\tau_s(T)$  в виде [5, 6]

$$\tau_e \cdot \tau_e^{-1}(T) = T^{1/2} + 10^4 \left[ \exp\left(-\frac{43}{T}\right) - \exp(-43) \right] (T - 1)^{-1}. \quad (6)$$

Легко убедиться [1], что рассматриваемая однородная ЭДП оказывается устойчивой в двух диапазонах температуры  $T_1 \leq T \leq T_0 = 2T_1$  и  $T \geq T'_0 = 4.542T_1$  [7]. В первом из них можно возбудить горячий, а во втором — холодный АС [1]. Область значений электрических полей, где существуют горячие АС, в рассматриваемом случае оказывается заметно уже, чем соответствующая область существования холодных АС.

2. В горячей ЭДП холодный АС можно возбудить кратковременным увеличением скорости генерации носителей в некоторой локальной области [7].

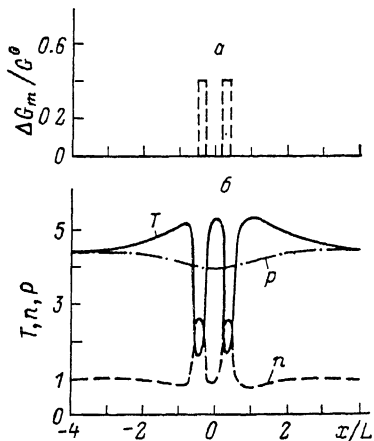


Рис. 1. Вид возбуждающего АС импульса (а) относительное приращение скорости генерации носителей  $\Delta G_0(x)/G^0$  и распределения температуры  $T$ , концентрации  $n$  и давления  $P$  ЭДП, устанавливающиеся при  $t > 20$  в сложном АС в виде двух симметрично расположенных холодных областей (б).

Результаты численного решения уравнений (1), (2), в которых использованы выражения (3), (5) при параметрах  $E=1.31$ ,  $\tau_n=0.7$ ,  $l/L=10^{-2}$ ,  $l_1/L=10^{-1}$ ,  $\tau_e=2 \cdot 10^{-3}$ ,  $x_0=0.125L$ .  $T$ ,  $n$ ,  $P$ ,  $E$  и  $t$  измеряются соответственно в единицах  $T_1$ ,  $n_h = G^0 \tau_n$ ,  $n_h T_1$ ,  $E_0 = \left[ (G^0 \tau_n T_1) / (2 \sqrt{2} \sigma_e (2 T_1)) \right]^{1/2}$ ,  $\tau_r$ ;  $l = (x_0^2 \tau_e n_h^{-1})^{1/2}$ ,  $l_1 = (5 \mu_0^2 T_1 \tau_e^{-1})^{1/2}$ .

В численном эксперименте <sup>1</sup> такое увеличение скорости генерации носителей моделировалось добавлением в правую часть уравнения (1) слагаемого

$$\Delta G(x, t) = \Delta G_0(x) H(-t + \tau_n), \quad (7)$$

где

$$H(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ 1, & y \geq 0, \end{cases}$$

$\tau_n$  — длительность импульса возмущения,  $\Delta G_0(x)$  — пространственное распределение приращения скорости генерации.

В [7] для возбуждения АС использовался импульс прямоугольной формы  $\Delta G_0(x) = \Delta G_m H(x_0 - |x|)$ , где  $2x_0$  и  $\Delta C_m$  — ширина импульса и его амплитуда. Для возбуждения сложного АС в виде  $N$  областей низкого значения температуры форма возбуждающего импульса  $\Delta G_0(x)$  имела вид  $N$  прямоугольников

$$\Delta G_0(x) = \Delta G_m \sum_{i=1}^N H(x_0 - |x_i - x|), \quad x_{i+1} - x_i = \mathcal{L}_p, \quad i = 1, \dots, N-1. \quad (8)$$

Для возбуждения сложного АС в виде двух холодных областей (рис. 1) при параметрах импульса возмущения  $(1/G^0) \Delta G_m = 0.4$ ,  $\tau_n = 0.7$  и  $x_0 = 0.125L$  оказалось, что величина  $\mathcal{L}_p$  должна быть больше  $\mathcal{L}_{\min} \approx 0.5L$ . При  $\mathcal{L}_p < \mathcal{L}_{\min}$  образующиеся за время действия возбуждающего импульса  $t \leq \tau_n$  две близко расположенные холодные области (провалы температуры) после выключения импульса сливаются и образуется один «простой» АС в виде одной холодной области.<sup>2</sup> Для возбуждения в ЭДП сложного АС в виде  $N > 2$  холодных областей расстояния  $\mathcal{L}_p = x_0$  между прямоугольниками в возбуждающем импульсе (8) из  $N$  прямоугольников также должны превышать критическое значение

<sup>1</sup> При численных исследованиях использовался пакет прикладных программ, основанный на идеях работы [13] и использованный ранее авторами при численных исследованиях в [7].

<sup>2</sup> Аналогичный эффект был обнаружен ранее в [14, 15] при численном анализе кинетики возбуждения АС (подобного показанному на рис. 1) в аксиоматической модели активной среды с диффузией.

$L_{\min}$ . При малых  $L_p$  количество холодных локальных областей в сложном АС оказывается меньше  $N$ . Иными словами, область притяжения сложного АС по начальным условиям-распределениям в образце  $T(x)$  и  $n(x)$  в момент выключения возбуждающего импульса  $t = \tau_*$  оказывается достаточно малой, т. е. для возникновения сложного АС заданного вида необходимо подбирать параметры возбуждающего импульса.

Поэтому образующиеся при численных расчетах сложного вида АС оказываются, как правило, метастабильными состояниями: через время, существенно превышающее  $\tau_*$ , они распадаются на простые, далеко расположенные АС.

При уменьшении поля  $E$  в образце, как и следовало ожидать [1, 7], ширина холодных областей в сложном АС (рис. 1) возрастала. В однородном образце АС существует вплоть до критического значения поля  $E = E'_c$ , ниже которого однородная ЭДП вне АС становится неустойчивой и весь образец заполняется стратами. При развитии неустойчивости вне сложного АС в образце может возникать непериодическая последовательность страт. Заметим, что при приближении к точке  $E = E'_c$  на периферии как сложного, так и простого АС (рис. 2)

возникают осцилляции температуры и концентрации носителей, которые затухают по амплитуде по мере удаления от центра АС. Период колебаний  $T(x)$  и  $n(x)$  в таком АС практически совпадает с периодом критической флуктуации на пороге ( $E = E'_c$ ) потери устойчивости ЭДП.<sup>3</sup> При дальнейшем уменьшении поля  $E$  происхо-

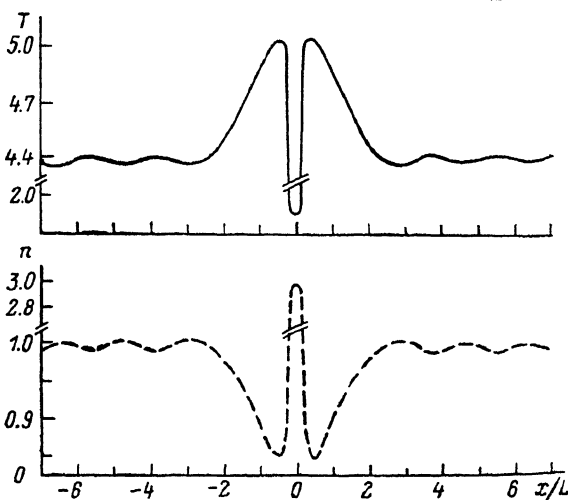


Рис. 2. АС с осциллирующим «галом» на периферии.

Результаты численного решения уравнений (1), (2) при параметрах  $E = 1.3$ ,  $l/L = 10^{-2}$ ,  $\tau_0^* = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $l_1/L = 0.1$ .

дит спонтанное образование новых страт — областей низкой температуры. При этом роль зародышей играют области пониженного значения температуры носителей в гало АС. При увеличении поля  $E$  ширина холодных областей в сложном АС уменьшается и при некотором поле  $E = E'_{cN}$  АС исчезает или же превращается в АС другого типа. Исчезновение или перестройка сложного АС при  $E = E'_{cN}$  связана с развитием в АС неустойчивости типа «перекачки» [1, 2], стремящейся уменьшить количество холодных областей в сложном АС.

3. При различных значениях расстояния между прямоугольниками в возбуждающем импульсе (8) (рис. 3, а) может возникнуть сложный несимметричный АС (рис. 3, в). Расстояния между холодными областями в таком АС могут отличаться от заданных в начальном импульсе (8).

Исследовалась устойчивость сложных АС (рис. 1, б и 3, в) относительно конечных флуктуаций. В численных экспериментах флуктуации моделировались добавлением в каждой точке пространственной дискретизации (сетки) точечных нескоррелированных случайных источников. Амплитуда источников задавалась по нормальному закону. Источники вызывали случайные изменения температуры и концентрации носителей в образце, дисперсия которых составляла величину порядка  $10^{-2}$ . При значениях величины  $\epsilon = l/L < 10^{-2}$  сложные АС, показанные на рис. 1 и 3, оказывались устойчивыми.

При значительном увеличении дисперсии флуктуаций сложный АС (рис. 3, в) терял устойчивость и трансформировался в сложный АС, близкий к приведенному на рис. 3, д. При этом наиболее неустойчивым оказывался фрагмент ис-

<sup>3</sup> Тот же период имеют и затухающие осцилляции, которые возникают вокруг малой неоднородности образца при приближении к точке тьюринговской неустойчивости [18].

ходного АС, содержащий две наиболее близко расположенные области. Этот результат по существу вытекает из общей теории устойчивости автоструктур, в которой показано, что при уменьшении расстояния между слоями (стратами) они становятся менее устойчивыми, точнее существует некоторое минимальное расстояние, при котором страты теряют устойчивость.

4. Вывод о том, что наименее устойчивым в сложном АС является фрагмент, который содержит две наиболее близко расположенные страты, подтверждается также и картиной эволюции сложного АС при изменении уровня разогрева ЭДП. При увеличении электрического поля близко расположенные страты

в сложном несимметричном АС (рис. 3, *в*), как и следовало ожидать, становятся неустойчивыми при некотором значении поля  $E = 1.35E_0$  относительно «перекачки» (процесс «перекачки» показан на рис. 3, *з*) и возникает более простой АС (рис. 3; *д*).

5. Подчеркнем, что сложного вида АС удавалось возбуждать лишь при достаточно малых значениях  $\varepsilon \leq 10^{-2}$ . При параметрах ЭДП, приведенных на рис. 3, не удается возбудить несимметричные АС (типа АС на рис. 3, *в*) при  $\varepsilon > 2 \cdot 10^{-2}$ . При значениях  $\varepsilon \geq 10^{-1}$  не удается возбудить и простейший АС в виде одной уединенной холодной области.

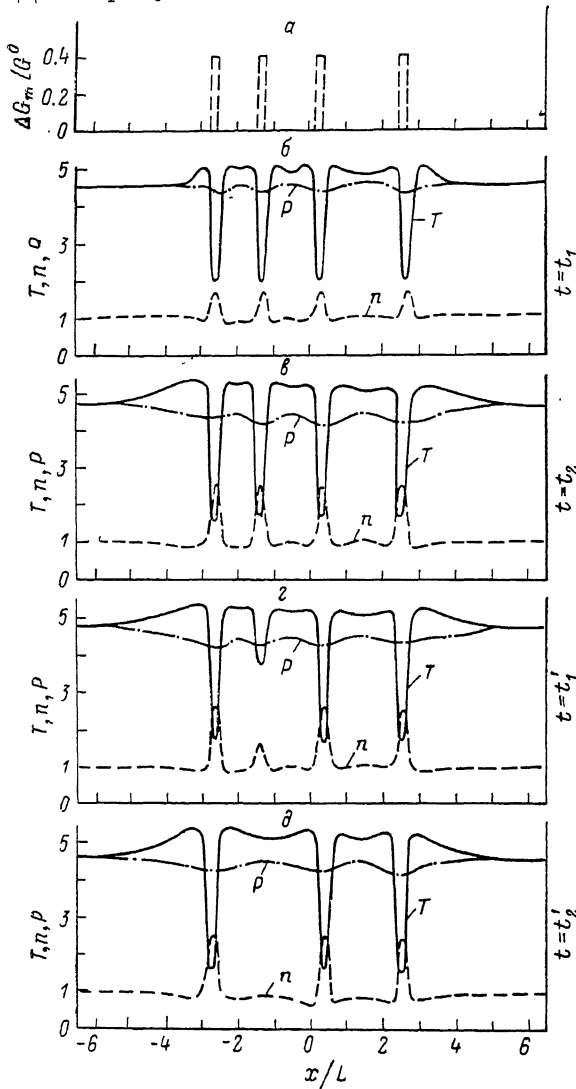


Рис. 3. Кинетика возбуждения и эволюция сложного несимметричного АС.

*a* — вид возбуждающего импульса; *б, в* — промежуточные при  $t_1 = \tau_n = 0.7$  (в момент окончания импульса) и устанавливающиеся при  $t_2 > 2$  распределения концентрации  $n$ , температуры  $T$  и давления  $P$  ЭДП; *з, д* — промежуточные в момент  $t'_1 = 2.5$  и устанавливающиеся при  $t'_2 > 4$  распределения  $n$ ,  $T$  и  $P$ , возникающее при скачкообразном увеличении на 2% поля  $E$  в образце. Результаты численного решения уравнений (1), (2), в которых использованы выражения (6), (7), при параметрах  $\alpha_0 = 0.125L$ ,  $\tau_\varepsilon = 2 \cdot 10^{-2}$ ,  $l/L = 10^{-2}$ ,  $l'/L = 0.1$ .  $E = 1.33$  (*б, в*),  $1.35$  (*з, д*).

6. В слабо разогретой ЭДП ( $T < T_0$ ) можно возбудить сложные симметричные и несимметричные горячие АС. В рассматриваемой «плотной» ЭДП по мере увеличения поля  $E$  уединенное состояние — горячий АС исчезает, а образец заполняется стратами при некотором значении поля  $E = E_d < E_c$ , где  $E_c$  — значение поля, при котором однородная ЭДП впе АС оказывается неустойчивой. Этот результат, как установлено в [7], связан с «локальным пробоем» в горячей области АС. В результате «локального пробоя» в простом АС происходит последовательное деление АС и весь образец заполняется стратами [7]. Как показывают численные расчеты, «локальный пробой» в сложном АС может привести не к заполнению стратами всего образца, а к возникновению нового АС, структура которого содержит большее количество горячих областей.

Последняя ситуация наиболее характерна для сложных несимметричных АС, в которых «локальный пробой» происходит лишь в одной (наиболее широкой) горячей области.

7. Аналогичными свойствами обладают горячие и холодные сложные симметричные и несимметричные АС, которые удается возбудить при других параметрах и условиях разогрева ЭДП.

«Локальный пробой» может происходить не только в горячей, но и в холодной области АС [1, 2]. Поэтому усложнение структуры АС в результате «локального пробоя» может происходить как в слабо разогретой, так и в горячей устойчивой ЭДП и газовой плазме.

8. В гидродинамическом приближении распределение концентрации и температуры электронов в газовом разряде описывается уравнениями баланса числа носителей и их средней энергии [5]. Из численного анализа таких уравнений (точнее, уравнений (1)–(4) из [4]) установлено, что в высокочастотном устойчивом газовом разряде, кроме простого, можно возбудить различные сложные ионизационные АС. Сложный ионизационный АС представляет собой локализованное состояние в виде нескольких слоев (страт) высокой концентрации электронов. Для возбуждения такого АС на устойчивый однородный вдоль газоразрядной трубки газовый разряд необходимо подать кратковременное возмущение типа (8). Из численного моделирования следует, что характер эволюции сложных ионизационных АС (в данном случае при изменении тока разряда) аналогичен рассмотренному выше для термодиффузионных сложных АС в разогретой электрическим полем ЭДП.

#### Список литературы

- [1] Кернер Б. С., Осипов В. В. // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. Вып. 5. С. 1675–1697. ФТП. 1979. Т. 13. Вып. 4. С. 721–734. Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. Вып. 5. С. 386–388.
- [2] Kernèr B. S., Osipov V. V. // Nonlinear waves. Dynamics and evolution. New York; Berlin; Heidelberg, 1989. УФН. 1989. Т. 157. № 2. С. 201–266.
- [3] Кернер Б. С., Осипов В. В. // Микроэлектроника. 1985. Т. 14. № 5. С. 389–407.
- [4] Кернер Б. С., Осипов В. В. // РИЭ. 1982. Т. 27. № 12. С. 2415–2425.
- [5] Недоспасов А. В., Халт В. Д. Колебания и неустойчивости в низкотемпературной плазме. М.: Наука, 1979. 168 с.
- [6] Дубицкий А. Л., Кернер Б. С., Осипов В. В. // ФТТ. 1986. Т. 28. Вып. 5. С. 1290–1295.
- [7] Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В., Южанин А. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 13. Вып. 21. С. 1199–1203. ФТП. 1988. Т. 22. Вып. 11. С. 2051–2060.
- [8] Джерпетов Х. А., Зайцев А. А. // ЖЭТФ. 1953. Т. 24. С. 516.
- [9] Кернер Б. С., Синкевич В. Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. Вып. 10. С. 359–362. Кернер Б. С., Осипов В. В., Романко М. Т., Синкевич В. Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. Вып. 1. С. 77.
- [10] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1972. 414 с.
- [11] Кернер Б. С., Осипов В. В. // ФТП. 1979. Т. 13. Вып. 5. С. 891–895.
- [12] Бутенин Н. В., Наймарк Ю. И., Фурфев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1976.
- [13] Dew P. M., Walsh J. E. // ACM Trans. on Mathematical Software. 1981. Vol. 7. N 3. P. 295–314.
- [14] Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И. // Микроэлектроника. 1979. Т. 8. № 6. С. 494–499.
- [15] Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И. // Микроэлектроника. 1980. Т. 9. № 2. С. 141–143.
- [16] Балкарей Ю. И., Сандомирский В. Б. // ФТП. 1979. Т. 13. Вып. 5. С. 1006–1008.

Институт прикладных проблем  
механики и математики АН УССР  
Львов

Поступило в Редакцию  
8 декабря 1988 г.